

# 웨이브렛을 이용한 에지 검출에 관한 연구

배 상 범\* · 김 남 호\*

\* 부경대학교 제어계측공학과

## A Study on Edge Detection using Wavelet

Sang-Bum Bae\* · Nam-Ho Kim\*

\* Dept. of Control and Instrumentation Eng., Pukyong National Univ.

E-mail : blueskybsb@mail1.pknu.ac.kr

### 요 약

영상으로부터 검출된 에지는 원 영상에 대한 위치와 모양 등에 대한 다양한 정보를 포함하고 있으므로, 이러한 에지를 검출하기 위한 많은 연구가 이루어지고 있다. 그리고, 최근 신호처리 분야의 새로운 기법으로 제시된 웨이브렛 이론들의 발전과 더불어 웨이브렛 변환은 영상의 에지를 포함한 특이점들을 분석하는 분야에 널리 응용되고 있다. 따라서, 본 논문에서는 영상의 라인 폭에 의존하지 않는 웨이브렛 함수를 사용하여, 웨이브렛 변환 데이터의 국부 최대값과 기울기의 방향, 그리고 위치 정보로부터 원 영상의 에지를 검출하였다.

### ABSTRACT

Edge, detected from image processing, includes variety of information about original image's location and shape etc. So a lot of researches for detecting those edges have been continuing even now. And with the recent progress of wavelet theory which is presented as a new technique of signal processing fields, wavelet transform is being applied to many fields which analyzes singularities of image. For this reason, this paper detected original image's edge from the information such as local maximum, direction, and location of the wavelet transform data by using wavelet function which is independent of width of line.

### 키워드

wavelet transform, edge, local maximum

## 1. 서 론

영상에서의 에지는 입력 영상에 대한 위치, 모양, 크기 그리고 재질 등의 많은 정보를 포함하고 있으며, 연산자의 넓이와 형태에 따라서 무수히 많은 에지를 검출할 수 있다. 그러므로, 이러한 에지를 검출하기 위해 많은 연구가 이루어져 왔으며, 초기의 에지 검출 연산자는 인접한 픽셀을 조사하고, 각 픽셀들 사이의 관계를 이용하는 것이었다. 이때, 사용된 방법들은 마스크의 콘볼루션을 이용한 것이며, Sobel, Roberts, Prewitt, Laplacian 등이 대표적이다[1]. 이들 연산자들은 매우 간단하며, 쉽게 에지를 검출할 수 있으나, 노이즈가 존재하는 영상에서는 우수한 성능을 나타내지 못한다.

한편, 많은 웨이브렛 이론들의 발전과 더불어 웨

이브렛 변환은 영상에서 에지의 검출과 이것을 포함하는 특이점들을 분석하는 분야에서 널리 응용되고 있다. Mallat 등은 컴퓨터 비전에서의 에지 검출을 위해, 영상에서 명도의 기울기를 이용하여 국부 최대가 되는 곳을 선택했다[2],[3].

따라서, 본 논문에서는 이러한 웨이브렛의 특징들을 이용하여, 영상에서 라인의 폭에 의존하지 않는 웨이브렛 함수를 설계하고, 웨이브렛 변환된 데이터의 국부 최대값과 기울기의 방향 그리고 위치 정보를 획득하여, 원 영상의 에지 성분만을 검출하였다.

## II. 웨이브렛 함수

$L^2(R^2)$ 는  $R^2$ 평면에서 모든 제곱 적분가능한

2-D 함수의 힐버트 공간이며, 만약 식 (1)을 만족하면,  $\psi \in L^2(R^2)$ 는 웨이브렛 함수이다.

$$\int_R \int_R \psi(x, y) dx dy = 0 \quad (1)$$

$f \in L^2(R^2)$ 이고, 스케일  $s > 0$ 에 대해서,  $f(x, y)$ 의 스케일 웨이브렛 변환은 다음의 식 (2)와 같이 정의된다[4].

$$W_s f(x, y) := (f * \psi_s)(x, y) \quad (2)$$

$$= \int_R \int_R f(u, v) \frac{1}{s^2} \psi\left(\frac{x-u}{s}, \frac{y-v}{s}\right) dudv$$

여기서, \*는 콘볼루션 연산자이며,  $\psi_s(u, v)$ 는 다음의 식 (3)과 같다.

$$\psi_s(u, v) := \psi(u/s, v/s) / s^2 \quad (3)$$

그리고, 웨이브렛 변환은 다음의 식들에 의해서 이산적으로 계산될 수 있다.

$$W_s^i f(n, m)$$

$$= \int \int f(u, v) \psi_s^i(n-u, m-v) dudv \quad (4)$$

$$= \sum_{k,l} f(n-k-1, m-l-1) \phi_{k,l}^{s,i}$$

$$\phi_{k,l}^{s,i} = \int_k^{k+1} \int_l^{l+1} \psi_s^i(u, v) dudv \quad (5)$$

$$= \int_{k/s}^{(k+1)/s} \int_{l/s}^{(l+1)/s} \psi^i(u, v) dudv$$

웨이브렛에 의한 에지 검출은 특별한 필터링 연산으로써 간주될 수 있으며, 웨이브렛 함수를 얻는 과정은 index에 따라 급속히 감소하고, even 함수인 low-pass 함수  $\theta(x, y)$ 를 선택한다. 그리고, 웨이브렛 함수  $\psi^1(x, y)$ 와  $\psi^2(x, y)$ 를 얻기 위해 이러한 함수를 미분한다.

다음의 식 (6)의 2-D 웨이브렛을 고려할 때,  $\int \int \psi^1(x, y) dx dy = 0$ 임을 확인할 수 있다.

$$\psi^1(x, y) := \frac{\partial}{\partial x} \theta(x, y) \quad (6)$$

그리고, 스케일 웨이브렛 변환은 다음의 식 (7)과 같으며, 여기서,  $\theta_s(x, y) := (1/s^2)\theta(x/s, y/s)$ 이다.

$$W_s^1 f(x, y) := (f * \psi_s^1)(x, y)$$

$$= \left( f * s \frac{\partial}{\partial x} \theta_s \right)(x, y) \quad (7)$$

$$= s \frac{\partial}{\partial x} (f * \theta_s)(x, y)$$

동일한 과정에 의해,  $\psi^2(x, y)$ 와  $W_s^2 f(x, y)$ 를 얻을 수 있으며, 웨이브렛 변환의 국부 최대값의 특징은 수평, 수직축을 따라 각각 영상의 과도성분에서 나타난다.

이러한 웨이브렛 변환의 기울기 방향과 크기는 다음의 식 (8)과 식 (9)와 같다.

$$\nabla W_s f(x, y) := \begin{pmatrix} W_s^1 f(x, y) \\ W_s^2 f(x, y) \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$|\nabla W_s f(x, y)| \quad (9)$$

$$:= \sqrt{|W_s^1 f(x, y)|^2 + |W_s^2 f(x, y)|^2}$$

위의 두 식으로부터 방향  $\nabla W_s f(x, y)$ 을 따라  $|\nabla W_s f(x, y)|$ 의 국부 최대값이 위치하는 곳이 영상의 에지를 나타낸다.

본 논문에서  $\theta(x, y)$ 는 식 (10)으로 정의되며, 웨이브렛 함수  $\psi^1$ 과  $\psi^2$ 는 식 (11)에 의해 얻어진다.

$$\theta(x, y) = \phi(\sqrt{x^2 + y^2}) \quad (10)$$

$$\begin{cases} \psi^1(x, y) = \phi'(\sqrt{x^2 + y^2}) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \psi^2(x, y) = \phi'(\sqrt{x^2 + y^2}) \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{cases} \quad (11)$$

### III. 새로운 웨이브렛 함수의 조건

에지의 구조에 따른 적절한 웨이브렛 함수를 선택하는 것은 여러 응용에서 가장 먼저 선행되어야 할 문제이며, 영상은 다양한 폭의 곡선들을 포함한다. 본 논문에서는 이러한 곡선이 웨이브렛 변환에 의해 동일한 간격 상에서 국부 최대값을 얻을 수 있도록 하였다.

위의 식 (11)에 의해 정의된 웨이브렛  $\psi^1, \psi^2$ 에 대해서  $W_s^1 f_{i_r}(x_r, y_r) = (f * \psi_s^1)(x_r, y_r)$ 와  $W_s^2 f_{i_r}(x_r, y_r) = (f * \psi_s^2)(x_r, y_r)$ 가 다음의 식 (12)를 만족한다.

$$|\nabla W_s f_{l_d}(x_\rho, y_\rho)| = 2|c_f| \int_0^\infty \left[ \phi \left( \sqrt{t^2 + \left( \frac{\rho + d/2}{s} \right)^2} \right) - \phi \left( \sqrt{t^2 + \left( \frac{\rho - d/2}{s} \right)^2} \right) \right] dt \quad (12)$$

위의 식에서  $l_d$ 는 영상에서 존재하는 곡선이며,  $d$ 는 이것의 폭이고,  $\rho$ 는  $l_d$ 의 중심으로부터 수직으로 평행지점  $x_\rho, y_\rho$ 에 존재하는 국부 최대값 사이의 거리를 나타낸다.

그리고,  $|\nabla W_s f_{l_d}(x_\rho, y_\rho)|$ 가 국부 최대값이 되기 위한  $\rho$ 를 찾기 위해, 이것의 도함수를 구하며,  $G(x)$ 를 다음의 식 (13)과 같이 나타낼 때, 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$G(x) := x \int_0^\infty \frac{\phi'(\sqrt{t^2 + x^2})}{\sqrt{t^2 + x^2}} dt \quad (13)$$

$$= x \int_0^\infty \frac{\phi(\sqrt{t^2 + x^2})}{\sqrt{t^2 + x^2}} dt$$

$$\frac{d}{d\rho} |\nabla W_s f_{l_d}(x_\rho, y_\rho)| = -2|c_f| \frac{1}{s} \left[ G\left(\frac{\rho}{s} + \frac{d}{2s}\right) - G\left(\frac{\rho}{s} - \frac{d}{2s}\right) \right] \quad (14)$$

식 (14)를  $(d/d\rho)|\nabla W_s f_{l_d}(x_\rho, y_\rho)| = 0$ 로 두는 것에 의해 다음 식 (15)를 얻을 수 있다.

$$G\left(\frac{\rho}{s} + \frac{d}{2s}\right) = G\left(\frac{\rho}{s} - \frac{d}{2s}\right) \quad (15)$$

$\rho$ 를 이용하여 식 (15)를 해결하기 위해, 다음의 조건을 만족하는  $G(x)$ 를 가정한다.

$\text{supp}G = [-1, 1]$ 이고,  $G(x) \leq 0 (\forall x \geq 0)$ 이다. 그리고,  $G(x)$ 는  $[0, \frac{1}{2}]$ 에서 단조함수이며,  $[0, 1]$ 의 구간에서  $x = 1/2$ 에서 대칭이다. 또한 어떤  $\delta > 0$ 에 대해서,  $G(x)$ 는  $(\delta, \infty)$ 에서 미분 가능하다. 이러한 조건에서 식 (15)는 다음의 두 식과 동가이다.

$$\left(\frac{\rho}{s} + \frac{d}{2s}\right) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \left(\frac{\rho}{s} - \frac{d}{2s}\right) \quad (16)$$

$$\left(\frac{\rho}{s} + \frac{d}{2s}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} - \left(\frac{\rho}{s} - \frac{d}{2s}\right) \quad (17)$$

따라서, 위의 두 식으로부터 각각  $\rho = s/2$ 와

$\rho = -s/2$ 이 된다. 그러므로,  $|\nabla W_s f_{l_d}(x_\rho, y_\rho)|$ 는 영상에 존재하는 곡선의 중심으로부터 양측의 대칭적인 지점에 국부 최대값이 존재하고, 어느 한 방향으로의 거리  $|\rho| = s/2$ 는 곡선의 폭  $d$ 와는 무관하게 된다.

식 (13)으로부터  $G(x)$ 가 조건을 만족하는 경우 다음의 두 식에 의해  $\phi(x)$ 와  $\psi(x) := \phi'(x)$ 를 얻을 수 있다.

$$\phi(x) = -\frac{2}{\pi} \int_1^\infty \frac{G(tx)}{\sqrt{t^2 - 1}} dt \quad (18)$$

$$\phi'(x) = -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{x} \int_1^\infty \frac{txG'(tx) - G(tx)}{t^2\sqrt{t^2 - 1}} dt \quad (19)$$

#### IV. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는  $G(x)$ 를 다음의 식 (20)과 같이 선택하였으며, 그림 1과 같다. 그리고, 식 (18)과 식 (19)에 의해  $\phi(x)$ 와  $\psi(x)$ 를 얻을 수 있으며, 그림 2는 2-D 웨이브렛 함수를 나타내고 있다.

$$G(x) = \begin{cases} -4x^2 & x \in (0, \frac{1}{4}) \\ 4x^2 - 4x + \frac{1}{2} & x \in [\frac{1}{4}, \frac{3}{4}] \\ -4(x-1)^2 & x \in [\frac{3}{4}, 1] \\ 0 & x = 0 \text{ or } x \geq 1 \\ -G(-x) & x < 0 \end{cases} \quad (20)$$

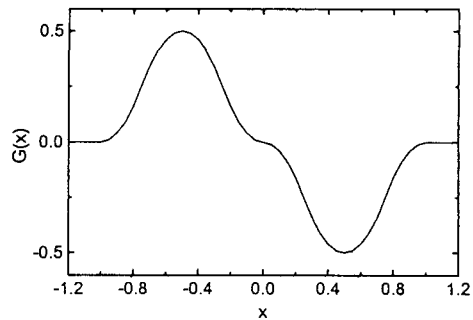


그림 1. 함수  $G(x)$

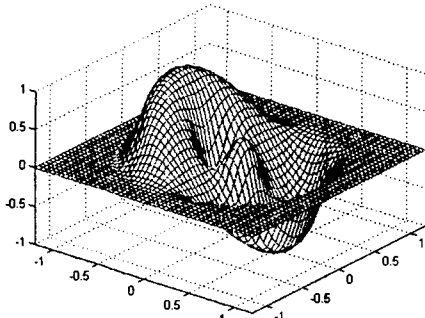
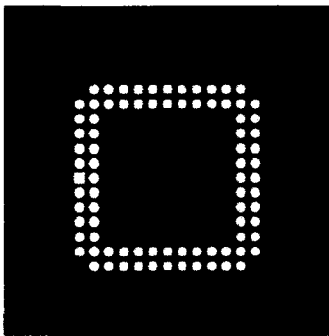


그림 2. 2-D 웨이브렛 함수



(a) 원 영상



(b) 국부 최대값의 중심 영상



(c) 추출 영상

그림 3. 영상의 에지 검출

그리고, 그림 3은 본 논문의 웨이브렛 함수에 의한 에지 검출 결과를 나타내고 있다. 검출 성능을 확인하기 위해 테스트 영상으로써 PCB Layout Design의 Footprint(CLCC84/TMS/1.425)를 사용하였으며, 그림 (a)는 원 영상을 나타내고 있다. 그리고, 그림 (b)는 본 논문의 웨이브렛 함수에 의해 얻어진 국부 최대값 사이의 중심 영상을 나타내고 있으며, 라인 에지를 제외한 부분은 모두 노이즈화되었다. 그림 (c)는 일반적인 노이즈 제거 기법을 사용하여 얻어진 최종 영상을 나타내고 있다. 시뮬레이션 결과, Footprint에서 Obstacle 영역만을 예시로써 인식하였다.

## V. 결론

본 논문에서는 웨이브렛을 이용하여 영상에 존재하는 라인 에지 성분을 검출하기 위해, 영상의 라인 폭에 의존하지 않는 웨이브렛 함수를 설계하였다. 그리고, 웨이브렛 변환된 데이터는 원 영상으로부터 2개의 2-D 웨이브렛 함수에 의해 수직, 수평 성분의 국부 최대값과 방향 정보를 갖고 있으며, 이러한 정보들로부터 에지 영상을 얻었다. 시뮬레이션 결과, 본 논문에서 제안된 방법은 우수한 에지 검출 성능을 나타내어, 노이즈가 존재하는 영상의 에지 검출과 패턴인식 등의 여러 응용분야에 적용되리라 사료된다.

## 참고 문헌

- [1] R. Nevatia, "Evaluation of simplified Hueckel operator for finding optimal edges in pictures", in Proc. IJCAI, pp. 650-655, 1975.
- [2] Mallat, S., Zhong, S., "Characterization of signals from multiscale edges", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell. vol. 14, pp. 710-732, July 1992.
- [3] Mallat, S., Hwang, W. L., "Singularity detection and processing with wavelets", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 38, pp. 617-643, Mar. 1992.
- [4] Chui, C. K., "An Introduction to Wavelets", Academic Press, Boston, 1992.
- [5] Aydin, T., Yemez, Y., Anarim, E., Sankur, B., "Multidirectional and multiscale edge detection via M-band wavelet transform", IEEE Trans. Image Process. vol. 5, pp. 1370-1377, Sep. 1996.
- [6] Wang, Y., Cai, Y. L., "Construction and properties of B-spline wavelet filters for multiscale edge detection", in International Conference on Image Processing, vol. B, pp. 22145-2148, Oct. 1995.