

# 회전하는 복합재료 상자형 보의 진동 특성에 관한 연구

임인규\* · 최지훈\* · 전성민\*\* · 이인\*\*\* · 한재흥\*\*\*

## Study on free vibration characteristics of rotating composite box beams

In-Gyu Lim, Ji-Hoon Choi, Seong-Min Jeon, In Lee and Jae-Hung Han

**Key Words** : composite, rotating box beam, vibration characteristics, pretwist and precone

### ABSTRACT

The finite element method based on the refined beam theory is applied to the vibration problem of rotation composite box beams. The present beam model includes a number of non-classical structural effects such as transverse shear, warping deformations, geometric non-linearities. The nonlinear finite element equations of motion are obtained from Hamilton's principle. Vibration characteristics versus various parameters such as ply angle, collective pitch angle, pretwist and precone are investigated for rotation box beam, and relevant conclusions are outlined.

### 1. 서론

두께가 얇은 폐단면(thin-walled closed) 복합재료 보는 헬리콥터 로우터 블레이드 등 기계 및 항공 구조물에 널리 사용되고 있다. 복합재료 보의 적층각, 적층 순서 등 제작상에 따라 굽힘-비틀림, 인장-비틀림과 같은 구조적 연성이 나타나며, 전단력에 의한 변형(transverse shear), 워핑(warping) 효과 등 비고전적인 영향으로 인하여 구조 해석이 용이하지 않다. 또한, 가로세로비가 큰 구조물인 경우 기하학적 비선형성으로 인하여 해석을 더욱 어렵게 만든다. 복합재료 보의 이러한 특성은 정적 거동은 물론 동적 응답 및 공력탄성학적 안정성 등에 커다란 영향을 미친다<sup>(1)</sup>.

복합재료 보의 구조 해석에 관한 대표적인 연구 사례를 보면 다음과 같다. Bauchau와 Hong<sup>(2)</sup>은 보의 단면이 평면상에서는 변형하지 않는다는 가

정 하에서 축방향의 비틀림 워핑 변위와 횡방향의 전단력을 고려하여 해석하였으며, 워핑 함수는 단면에 대해서 선형 문제를 유한요소법으로 계산하였다. Stemple과 Lee<sup>(3)</sup>는 단면에서 축방향의 워핑에 대한 2 차원 유한요소 해석을 병행하여 1 차원 거동에 유기적으로 연계하였다. Giavotto<sup>(4)</sup> 등은 워핑 문제를 단면에 대하여 3 방향의 자유도(면내, 면외 워핑)를 고려하여 유한요소를 이용하여 선형 해석을 수행하였다. Atilgan과 Hodges<sup>(5)</sup>는 대변형 동안 단면의 성질들이 불변한다고 가정하여, 참고 문헌<sup>(4)</sup>의 유효 단면 상수 해석 결과를 이용하여 해석하였다.

앞에서 언급했듯이 구조적 연성, 비고전적인 영향 및 기하학적 비선형성으로 인하여 복합재료 보의 구조 동역학적 해석은 지난 수년간의 연구에도 불구하고 아직까지 미흡한 실정이다. 따라서, 정확한 구조 모델링을 이용한 복합재료 보의 구조 동역학적 해석이 필요하다.

본 연구에서는 참고문헌<sup>(6,7)</sup>의 정교한 보 모델을 이용하여 회전하는 복합재료 상자형 보의 자유 진동 해석을 수행하였다. 횡전단 변형, 워핑, 기하학적 비선형성 등 비고전적인 영향을 고려한 해석을

\* 한국과학기술원 항공우주공학전공 대학원

\*\* 한국항공우주연구원

\*\*\* 한국과학기술원 항공우주공학전공

수행하여, 적층각(ply angle), 일괄 피치각(collective pitch angle), 선형 비틀림(pretwist), 초기 플랩각(precone) 변화에 따른 상자형 보의 동적 특성을 고찰하였다.

## 2. 이론 전개

### 2.1 운동기하학

초기 곡률과 비틀림을 갖고 일정한 각속도  $\Omega$  로 회전하고 있는 보의 형상은 Fig. 1 과 같다. 초기 곡률과 변형률의 크기가 작다고 가정하면, 다음과 같은 공학변형률을 얻을 수 있다<sup>(5)</sup>.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \bar{e}_{11} + x_3 \kappa_2 - x_2 \kappa_3 + w'_1, & \varepsilon_{22} &= w_{2,2} \\ \varepsilon_{12} &= 2\bar{e}_{12} - x_3 \kappa_1 + w'_2 + w_{1,2}, & \varepsilon_{23} &= w_{2,3} + w_{3,2} \\ \varepsilon_{13} &= 2\bar{e}_{13} + x_2 \kappa_1 + w'_3 + w_{1,3}, & \varepsilon_{33} &= w_{3,3} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\kappa_i = K_i - k_i$$

여기서,  $w_i$  는 단면의 임의의 점에서의 워핑 변위를 나타내고, ( ) ' 는 축방향에 대한 미분, ( )<sub>;*i*</sub> 는 단면에서 2, 3 방향의 미분을 나타낸다.  $\bar{e}_{11}, \bar{e}_{12}, \bar{e}_{13}$  와  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$  는 기준선에서의 변형률과 곡률을 나타낸다.

### 2.2 유효 단면 상수

직교 이방성인 복합재료의 섬유방향이  $\theta$  의 각을 가질 때 다음과 같은 응력-변형률 관계식을 얻을 수 있다.

$$\sigma_i = \bar{C}_{ij} \varepsilon_j \quad (i, j = 1, \dots, 6) \quad (2)$$

보의 미소 길이에 대한 에너지 평형 방정식으로부터 다음과 같은 지배 방정식을 얻을 수 있다[1].

$$Q' + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \bar{e}_1 & 0 \end{bmatrix} Q = 0 \quad (3)$$

여기서,  $Q = \{F \ M\}^T$  는 변형후 좌표계에서의 내부 탄성력 과 모멘트로 이루어진 벡터이다.  $\bar{e}_1$  는 skew-symmetry 행렬이며, 워핑을 2 차원 형상함수로 모델링하면 다음과 같은 워핑에 대한 유한요소 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$[J]\{\Gamma'\} - [H]\{\Gamma'\} - [E]\{\Gamma\} + [L]\{\Psi'\} - [R]\{\Psi\} = \{0\} \quad (4a)$$

$$-[L]^T \{\Gamma'\} - [R]^T \{\Gamma\} - [A]\{\Psi\} + \{Q\} = \{0\} \quad (4b)$$

여기서,  $[J], [H], [E], [L], [R]$  와  $[A]$  행렬은 단면 형상과 성질에 의해 결정된다.  $\{\Gamma\}$  는 워핑 자유도 벡터,  $\{\Psi\}$  는 변형률과 곡률 자유도 벡터이다. 식(3)과 (4)를 풀게 되면 다음과 같은 유효 단면 상수를 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{e} \\ \bar{\kappa} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서,  $A, B, D$  행렬은 단면에 대한 적분이 이루어진 후의 유효 강성 행렬을 나타낸다. 보는 변형 동안에도 단면 성질들이 거의 변하지 않는다고 가정하여 위에서 구한 유효 단면 상수를 1 차원 보의 변형 해석에 이용하였다.

### 2.3 비선형 유한요소 지배방정식

복합재료 보의 1 차원 거동에 대한 비선형 유한요소 지배방정식은 Hamilton 원리로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$M(q)\{\ddot{q}\} + G(q)\{\dot{q}\} + P(q) - P_c(q) = P_e(q) \quad (6)$$

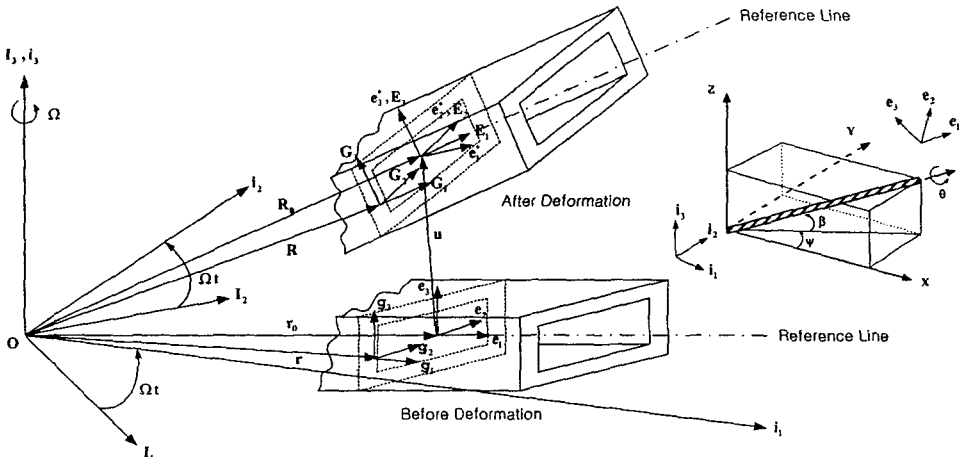


Fig. 1 Geometry and coordinate systems of the composite box beam before and after deformation.

여기서,  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 는 질량 행렬,  $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ 는 자이로스코픽(gyroscopic) 감쇠 행렬,  $\mathbf{P}(\mathbf{q})$ 는 내부 탄성력 벡터,  $\mathbf{P}_c(\mathbf{q})$ 는 원심력 벡터,  $\mathbf{P}_e(\mathbf{q})$ 는 외력 벡터이고,  $\{\mathbf{q}\}$ 는 축방향 변위와 회전 변위에 대한 일반화된 절점 변위 벡터이다. 정상상태에서의 해  $\mathbf{q}_0$ 를 구하기 위해 시간에 관계된 항들을 제거하고 비선형 유한요소 방정식을 Newton-Raphson 방법을 이용하여 구하며, 이로부터 미소교란량  $\Delta\mathbf{q}(t)$ 를 가해 선형교란 운동 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_0)\{\Delta\ddot{\mathbf{q}}\} + \mathbf{G}(\mathbf{q}_0)\{\Delta\dot{\mathbf{q}}\} + (\mathbf{K}_T(\mathbf{q}_0) - \mathbf{K}_C(\mathbf{q}_0))\{\Delta\mathbf{q}\} = \{\mathbf{0}\} \quad (7)$$

여기서,  $\mathbf{K}_T(\mathbf{q}_0)$ ,  $\mathbf{K}_C(\mathbf{q}_0)$ 는 각각 접선강성행렬과 원심강성행렬을 나타낸다. 식(7)로부터 고유치 문제를 얻게 되며, 이를 풀면 고유 진동수와 진동 모드를 구할 수 있다.

### 3. 해석 및 결과 검토

본 연구에서는 한쪽 경계가 고정된 회전하는 외팔보에 초기 곡률과 비틀림이 있는 경우의 진동 해석을 수행하였다. 해석에 사용된 상자형 보의 길이는  $0.9615\text{ m}$ 이고, 단면 형상은 너비가  $0.03\text{ m}$ , 높이가  $0.01\text{ m}$ 이며 플랜지의 두께는  $0.001072\text{ m}$ 이다. 재료는 AS4/3501-6 graphite/epoxy 이고 물성치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_1 &= 142.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2, & E_2 &= 9.81 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \\ G_{12} &= 6.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2, & G_{23} &= 3.77 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \\ \nu_{12} &= 0.3, \nu_{23} &= 0.34, \rho &= 1580.0 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

상자형 보는  $[0/\pm\theta/90]_s$ 의 적층각으로 상자를 감쌌을 때의 적층형태이며, 회전속도는  $1000\text{ rpm}$ 으로 하였다.

Fig.2는 초기 곡률과 비틀림이 없을 경우의 보의 고유진동수 변화를 나타낸 것이다. 플랩(F), 래그(L), 비틀림(T) 모드가 1~7차 모드에 걸쳐서 나타나고 있다. Fig.3는 초기 일팔보치각( $\theta_p$ )이 진동 특성에 미치는 영향을 나타낸다. 1차 모드에서는  $\theta_p$ 가 증가할수록 고유진동수가 감소하지만, 2차 모드에서는 반대경향을 나타낸다. 또한 고차로 갈수록  $\theta_p$ 에 의한 영향이 작아짐을 알 수 있다. Fig.4는 초기 플랩각( $\beta_{pc}$ )에 대한 해석 결과를 나타낸다. 1, 2차 모두  $\beta_{pc}$ 가 증가할수록 고유

진동수가 감소하는 경향을 나타내지만 그 영향이 매우 작다. Fig.5, 6은 초기 선형 비틀림각( $\theta_{tw}$ )이  $45^\circ, 90^\circ$ 일때의 모드 형상을 나타내고 있다. 이 결과로부터 5차 모드에서 비틀림 모드가 발생하는 적층각이 증가하고 있음을 알 수 있다. 고차 모드로 갈수록  $\theta_{tw}$ 에 대한 효과로 인해 플랩 모드의 진동수는 증가하고, 래그 모드의 진동수는 낮아지고 있다. 따라서 Fig. 2와는 달리 7차 모드에서 플랩이 아닌 래그 모드가 나타나고 있다.

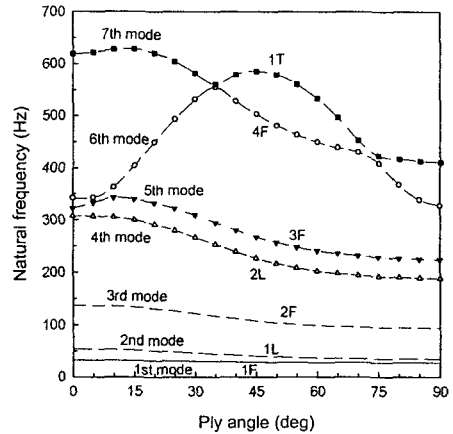


Fig. 2 Natural frequencies vs. ply angle.

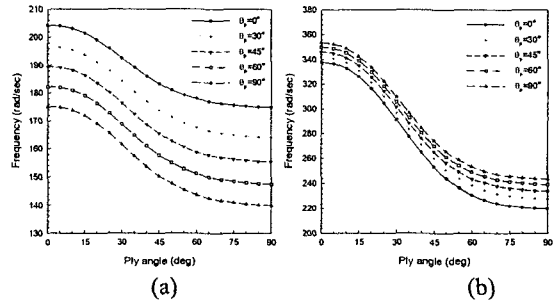


Fig. 3 The first(a) and second(b) natural frequency.

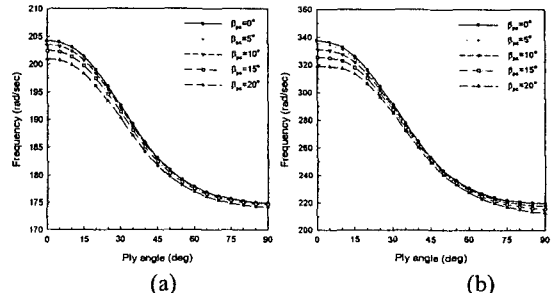


Fig. 4 The first(a) and second(b) natural frequency.

Fig. 7 은 적층각이 45° 일때  $\theta_{tw}$  에 대한 보의 고유 진동수 변화를 나타낸 것이다. 6 차 모드에서  $\theta_{tw}$  이 30° 를 분기점으로 플랩에서 래그 모우드로 바뀌는 것을 알 수 있다.

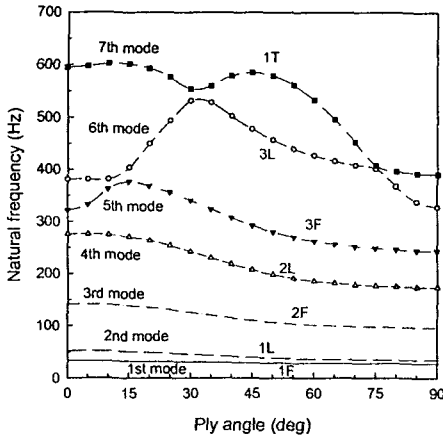


Fig. 5 Natural frequencies vs. ply angle for  $\theta_{tw} = 45^\circ$ .

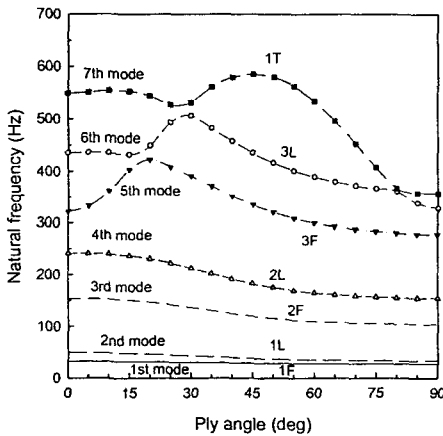


Fig. 6 Natural frequencies vs. ply angle for  $\theta_{tw} = 90^\circ$ .

#### 4. 결론

본 연구에서는 정교한 구조 모델을 이용한 복합 재료 상자형 보의 동적 해석을 통해 적층각, 일괄 피치각, 선형 비틀림, 초기 플랩각이 진동 특성에 미치는 영향을 고찰하였다. 적층각의 증가에 따라 전체적으로 진동수가 감소하였고, 일괄 피치각의 변화는 플랩과 래그 모우드에는 영향을 미치나 비틀림 모우드에는 거의 영향을 주지 않았다. 초기 플랩각의 변화는 그 영향이 매우 미비하였고, 선형 비틀림각의 변화는 비틀림 모우드를 비롯한 모든 모우드에 영향을 끼치고 있음을 알 수 있었다.

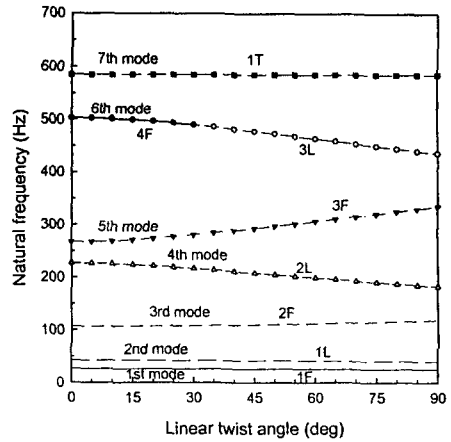


Fig. 7 Natural frequencies vs. linear twist angle.

#### 후기

본 연구는 2000년도 과학기술부 국가지정연구실사업(2000-N-NL-01-C-250)의 지원으로 수행된 연구결과의 일부이며, 지원에 감사 드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Hodges, D. H., "Review of Composite Rotor Blade Modeling," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 3, pp. 561-565, 1990.
- (2) Bauchau, O. A. and Hong, C. H., "Nonlinear Composite Beam Theory," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 55, pp. 156-163, 1988.
- (3) Stemple, A. D. and Lee, S. W., "A Finite Element Method for Composite Beams Undergoing Large Deflection with Arbitrary Cross-sectional Warping," *International Journal of Numerical Method in Engineering*, Vol. 28, No. 9, pp. 2143-2160, 1989.
- (4) Giavotto, A., Borri, M., Mantegazza, P. and Ghiringhelli, G., "Anisotropic Beam Theory and Applications," *Computers and Structures*, Vol. 16, No. 1-4, pp. 403-413, 1983.
- (5) Atilgan, A. R. and Hodges, D. H., "Unified Nonlinear Analysis for Nonhomogeneous Anisotropic Beam with Closed Cross Sections," *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 9, pp. 1573-1579, 1990.
- (6) Cho, M. H. and Lee, I., "Aeroelastic Stability of Hingeless Rotor Blade in Hover Using Large Deflection Theory," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 7, pp. 1472-1477, 1994.
- (7) Jeon, S. M., Cho, M. H. and Lee, I., "Static and Dynamic Analysis of Composite Box Beams Using Large Deflection Theory," *Computers and Structures*, Vol. 57, No. 4, pp. 635-642, 1995.