

정상 근방의 등고선 재구성을 위한 극좌표계 선형 보간

Polar-coordinates Linear Interpolation for Contour Reconstruction at Summit Area

박천주, 전병민*

한국기술교육대학교, 충북대학교*

Park Cheon-Joo, Jun Byoung-Min*

Korea Univ. of Tech. and Edu., Chungbuk National Univ.

요약

본 연구에서는 산악지의 정상 근방의 등고선 상에 존재하는 끊김을 연결하기 위한 극좌표계 선형 보간 방법을 제안한다. 그래픽 영상에 대해 기존의 재구성 알고리즘들과 성능을 비교한 결과, 제안된 극좌표계 선형 보간이 인접 등고선의 외형과 유사한 선분을 생성함에 의해 자연스러운 등고선을 재구성하는 것으로 나타났다.

Abstract

To connect the gap on the contours at the summit area, we propose the linear interpolation in the polar coordinates. The results of applying both existing algorithms and proposed method to some graphic images, the proposed interpolation method was superior. Also by generating a new curve having similar appearance of neighboring contours, the connected contours were reconstructed naturally.

I. 서론

국토의 자원 관리 및 효율적 활용을 위해 지리 정보 시스템(GIS)의 중요성은 인터넷 및 이동 통신 등의 디지털 기술의 발달과 더불어 증가하게 되었다. GIS는 사용자 하여금 대량의 공간 정보를 수집, 운영 및 분석할 수 있게 하는 시스템으로, 교통, 도시 계획, 그리고 공공 설비 운영과 같은 많은 분야에 응용될 수 있다[1]. 최근에 국책 사업이 진행된 결과, 대부분의 도시 지역에 대한 디지털 지도가 구축되었으나, 우리나라 국토의 70%를 차지하는 산악지에 대한 디지털화는 그 활용성에 비해서 미진한 상태이다.

GIS의 구축에 있어서 핵심은 지형 지물 및 지리 정보를 의미하는 공간 정보의 확보임에도 대부분의 지도 입력은 현재에도 다수의 전문인력에 의한 수작업에 의존하고 있는 실정이다. 따라서 컴퓨터를 이용하여 공간 정보의 가능한 많은 부분을 자동화할 수 있는 지도 인식 시스템의 개발이 요구된다[2-8]

특히, 추출된 등고선 성분에 존재하는 끊김을 연결하는 재구성 방법으로는 최단 경로(shortest path) 연결,

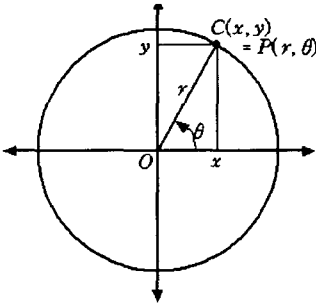
베지어 곡선(Bezier curve), 선형 보간(linear interpolation) 등의 방법이 제안되었다. 최단 경로 연결 방법은 특정 종점에서 거리가 가장 가까운 다른 종점과 직선으로 연결하는 방법으로 등고선이 조밀한 부근에서는 인접한 다른 등고선과 연결될 가능성이 있으며, 직선으로 연결하는 것은 자연스럽지 못하다. 베지어 곡선에 의한 방법은 연결이 곡선으로 생성되므로 보다 자연스러우나, 종점부분에서 취하는 제어점의 위치와 사용 함수에 따라 서로 다른 결과를 얻을 수 있다. 따라서 최적의 결과를 위한 적절한 인자의 선택이 용이치 않으며, 근본적으로 인접 등고선과의 관계를 고려하지 않으므로 등고선의 재구성에는 부적합하다. 선형 보간 방법은 인접 등고선과의 관계를 이용하여 연결하는 방법으로, 선형 보간을 위한 가상의 직선을 선택하는 것이 쉽지 않다.

본 연구에서는 산악지의 정점 부근에서 기호나 등고치 표현으로 인하여 추출된 등고선에 존재할 수 있는 끊김을 인접 등고선과 닮은 꼴로 연결하여 재구성하기 위한 극좌표계 선형 보간 방법을 제안한다.

II. 극좌표계 선형 보간

1. 직교좌표계와 극좌표계간 관계

그림 1과 같이 직교좌표계에서 임의의 한 점은 가로 축과 직교하는 x 와 세로축에 직교하는 y 좌표에 의해 (x, y) 로 표현된다. 반면, 동일한 점에 대해 극좌표계에서는 직교좌표계의 원점으로부터 떨어진 거리 r 과 기준축으로부터의 각도 θ 에 의해 (r, θ) 로 표현된다. 즉, 직교좌표계에서의 한 점 $C(x, y)$ 는 극좌표계에서 $P(r, \theta)$ 로 표현된다.



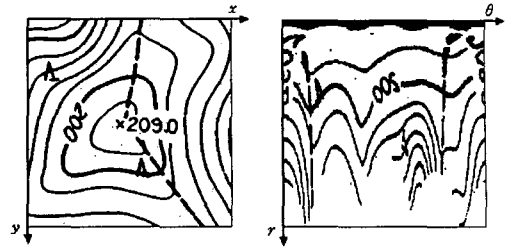
▶▶ 그림 1. 직교좌표계와 극좌표계간의 관계

1.1 극좌표계 변환

직교좌표계에서의 임의의 좌표 x, y 에 대하여 극좌표계 변환시 대응하는 극좌표계의 좌표 r 및 θ 간에는 식 (1)과 같은 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)을 이용하여 그림 2에서 (a)와 같은 직교좌표계의 영상에 대해 기호의 중심을 원점으로 하여 극좌표계로 변환하면, (b)와 같은 극좌표계 영상 결과를 얻는다.



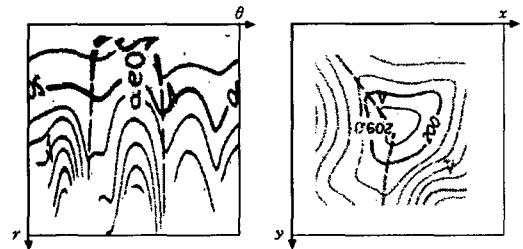
(a) 직교좌표계 영상 (b) 극좌표계 영상
▶▶ 그림 2. 극좌표계 변환

1.2 극좌표계 역변환

극좌표계에서의 임의의 한 점의 좌표 r, θ 에 대해 대응하는 직교좌표계의 좌표 x, y 사이에는 식 (2)와 같은 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \end{aligned} \quad (2)$$

그림 3의 (a)는 그림 2 (b)의 극좌표계 영상에 대해 θ 를 180만큼 이동시킨 영상을 나타내며, (b)는 (a)의 영상에 대해 직교좌표계로 역변환 한 결과를 나타낸다.



(a) 극좌표계 영상 (b) 직교좌표계 영상
▶▶ 그림 3. 극좌표계 역변환

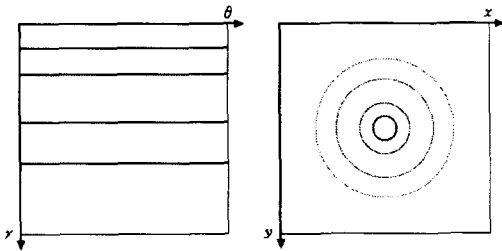
2. 극좌표계 처리 특성

그림 4와 같이 극좌표계에서의 수평선은 직교좌표계에서 동심원 형태로 나타난다. 직교좌표계에서 원점을 기준으로 동일한 거리를 접근하려면, 극좌표계에서 특정 r 에 대한 접근만으로 가능하다. 그림 5와 같은 수직선은 직교좌표계에서 원점을 기준으로 방사 방향의 직선이다. 즉, 직교좌표계에서 사선방향으로의 처리나 접

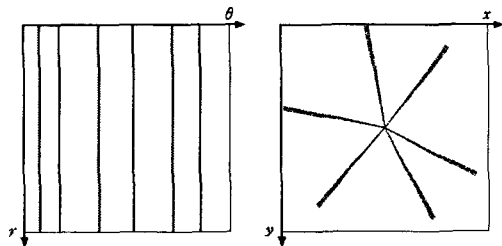
근은 극좌표계에서 θ 축의 접근만으로 처리가 가능하다.

그림 6과 같이 극좌표계에서 r 의 일정구간 $r_1 \leq r \leq r_2$ 에 대한 영역은 직교좌표계에서 원점을 중심으로 하는 동심원 형태의 영역에 대응한다. 그림 7과 같이 극좌표계에서 θ 의 일정구간 $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ 에 대한 영역은 직교좌표계에서 부채꼴의 영역에 대응한다.

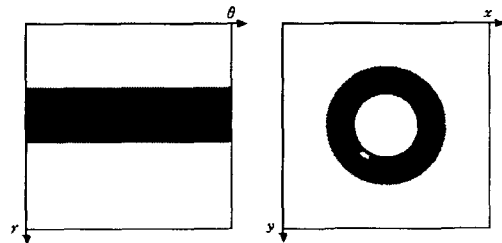
또한 극좌표계에서의 선형 처리는 직교좌표계에서의 비선형 처리 효과를 준다. 즉, 그림 8에 보여주듯이 (a)와 같은 극좌표계에서 끊어진 부분을 선형 보간하여 연결하고, 이를 다시 직교좌표계로 변환하면, (b)와 같이 보간된 부분은 곡선으로 표현된다.



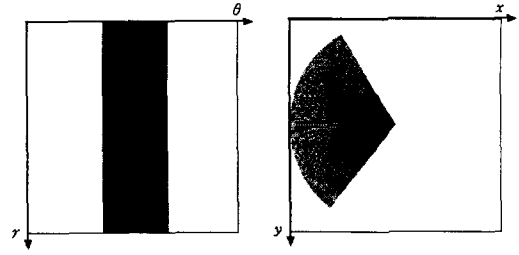
(a) 극좌표계 영상 (b) 직교좌표계 영상
▶▶ 그림 4. 수평선에 대한 직교좌표계 결과



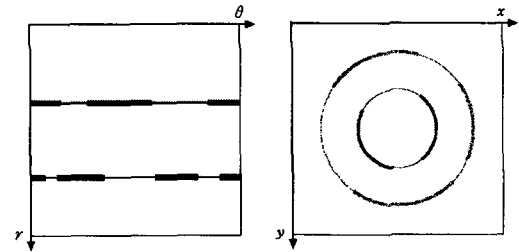
(a) 극좌표계 영상 (b) 직교좌표계 영상
▶▶ 그림 5. 수직선에 대한 직교좌표계 결과



(a) 극좌표계 영상 (b) 직교좌표계 영상
▶▶ 그림 6. 수평방향의 영역에 대한 직교좌표계 결과



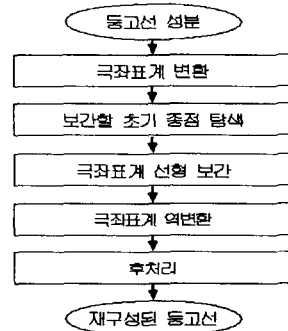
(a) 극좌표계 영상 (b) 직교좌표계 영상
▶▶ 그림 7. 수직방향의 영역에 대한 직교좌표계 결과



(a) 극좌표계 영상 (b) 직교좌표계 영상
▶▶ 그림 8. 극좌표계에서의 보간 효과

3. 극좌표계 선형 보간의 처리 흐름

등고선 성분의 재구성과 관련하여 산악지의 등고선 성분은 정점을 중심으로 방사형의 구간에서 근사적으로 유사한 외형을 가진다. 따라서 이러한 특성을 반영하기 위한 극좌표계에서의 선형 보간 방법을 제안하며, 그 처리 흐름은 그림 9와 같다.

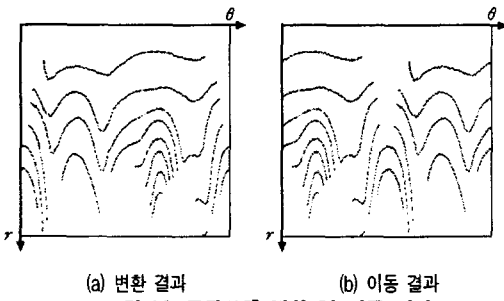


▶▶ 그림 9. 극좌표계 선형 보간의 처리 흐름

3.1 극좌표계 변환 및 이동

우선, 인식된 주요 기호의 중점을 원점으로 하여 극좌표계 변환한다. 구현 환경에서의 좌표계 특성상 $\theta=0$

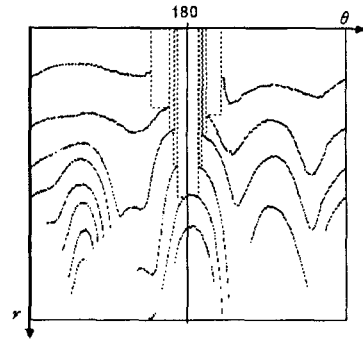
는 원점으로부터 우측 방향으로의 직선이며, θ 값이 증가함에 따라 시계 방향으로 변환이 이루어진다. 따라서 극좌표계 변환 결과는 그림 10의 (a)와 같이 나타난다. 처리의 편의를 위해 이 결과에 대해 θ 를 180만큼 이동(shift)함으로써 (b)와 같이 끊김이 있는 부분을 극좌표계 영상의 θ 축 중앙에 위치시킨다.



▶▶ 그림 10 극좌표계 변환 및 이동 결과

3.2 초기 종점 탐색

보간을 위해서는 서로 보간할 인접한 두 종점의 초기 위치를 탐색하여야 한다. 그림 11과 같이 고도차 영역으로 인하여 끊김이 발생하는 부분은 극좌표계 영상의 중앙에 위치하고, $\theta=180$ 을 기준으로 좌우에 각 등고선 성분의 연결할 종점들이 위치한다. 따라서 $\theta=180$ 을 기준으로 r 축 상의 화소들을 검사하여 흑화소를 만나면, 원점부터 흑화소를 만난 r 좌표까지 θ 를 감소하면서 흑화소를 만나는지 탐색한다. 만일 흑화소를 만나면, 좌측에 위치하는 하나의 종점을 찾은 것이며, 그때의 r 좌표는 다음의 종점을 탐색하기 위한 최대범위의 r 값이 된다. 이와 같은 과정으로 좌측의 종점들을 탐색을 마치면, 우측에 대해서도 동일한 과정을 거쳐 우측의 종점 좌표들을 구한다. 검색된 순서에 의한 좌우측 종점들을 짝지우면, 보간을 위한 초기의 종점 쌍을 얻게 된다. 그림 11에서 점선으로 표시된 영역은 각 종점을 탐색하기 위한 탐색 영역을 나타낸다.

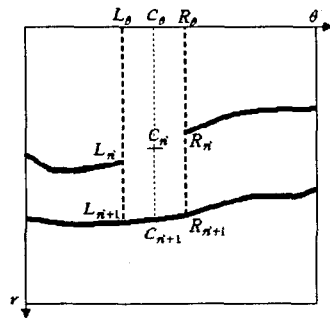


▶▶ 그림 11. 보간을 위한 초기 종점 탐색

3.3 극좌표계 선형 보간

극좌표계 선형 보간은 그림 12에서 극좌표계 영상에서 i 번째 등고선의 L_n 와 R_n 의 두 종점을 연결하는 선분을 생성하는 것이다. 즉, 보간된 선분을 구하는 과정은 C_θ 축에서의 r 값인 C_n 을 구하여 해당 좌표에 흑화소를 생성하는 것이다. 두 종점의 θ 값은 각각 L_θ , R_θ 이며, 두 종점의 중앙위치의 θ 좌표인 C_θ 는 식 (3)과 같이 결정한다.

$$C_\theta = L_\theta + \frac{R_\theta - L_\theta}{2} \tag{3}$$



▶▶ 그림 12. 극좌표계 선형 보간

C_n 은 연결할 선분 i 에 대한 두 종점의 r 대한 좌표를 알고 있고, r 축 방향으로 연장하여 $i+1$ 선분과 만나는 흑화소로부터 L_{n+1} 과 R_{n+1} 의 좌표를 얻을 수 있다. 또한 C_θ 에서 r 축 방향으로 주사하여 $i+1$ 선분과 만나는 흑화소로부터 C_{n+1} 을 구할 수 있다. 식 (4)

와 같이 좌측 종점에서의 i 번째 선분과 $i+1$ 번째 만나는 선분간의 원점에서 거리인 L_{ni} 과 L_{ni+1} 의 거리비와 우측 종점에 대한 R_{ni} 과 R_{ni+1} 의 거리비의 평균을 이용하여 C_{ni+1} 값과 곱연산을 함으로써 C_{ni} 값을 계산한다. 이와 같은 과정을 통하여 결정된 좌표 (C_{θ} , C_{ni})에 흑화소를 생성한다.

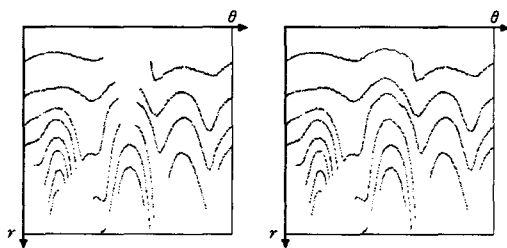
$$C_{ni} = \frac{\frac{L_{ni}}{L_{ni+1}} + \frac{R_{ni}}{R_{ni+1}}}{2} \times C_{ni+1} \quad (4)$$

이와 같은 극좌표계 선형 보간은 다시 L_{θ} 와 C_{θ} 를 연결할 두 종점으로 간주하여 동일한 극좌표계 선형 보간 처리를 적용한다. 또한 C_{θ} 와 R_{θ} 를 연결할 두 종점으로 간주하여 극좌표계 선형 보간한다. 이와 같은 방식으로 궤환하여 처리를 반복한다. 처리의 완료 시점은 식 (5)와 같이 두 종점간의 거리가 1과 같거나 작을 때이다. 따라서 초기의 연결할 두 종점간의 모든 θ 에 대해 처리가 되므로 최종 결과는 생성된 화소들로 구성되는 하나의 선분을 형성하게 된다.

$$R_{\theta} - L_{\theta} \leq 1 \quad (5)$$

이제 하나의 등고선 성분을 연결하였으므로 원점에 보다 가까운 $i-1$ 번째의 끊어진 등고선에 대해서도 동일한 처리 방법이 적용됨으로써 여러 등고선에 대한 연결을 수행한다.

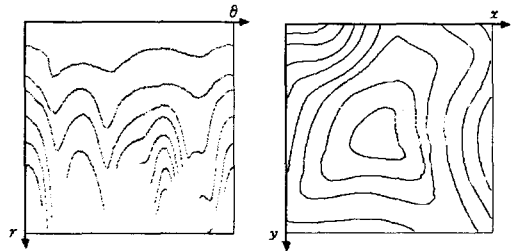
그림 13은 끊김을 가지는 그래픽 영상에 대해 극좌표계로 변환한 영상과 극좌표계 선형 보간에 의해 끊어진 부분에 곡선이 생성된 결과를 나타낸다.



(a) 선형 보간 전 (b) 선형 보간 후
▶▶ 그림 13. 극좌표계 선형 보간 결과

3.4 극좌표계 역변환

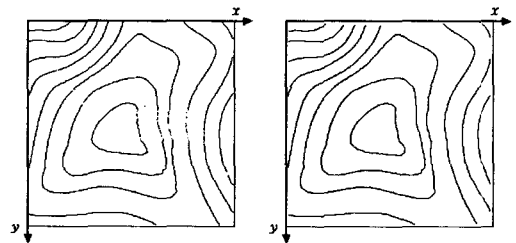
극좌표계 변환시에 θ 를 180만큼 이동하였으므로, 동일한 크기만큼 역으로 이동시킨 후에, 직교좌표계로 변환하여야 한다. 그림 14에서 (a)는 극좌표계 선형 보간된 영상을 역으로 이동시킨 결과이며, (b)는 (a)에 대해 직교좌표계로 역변환한 결과를 나타낸다.



(a) 역이동 결과 (b) 역변환 결과
▶▶ 그림 14. 극좌표계 역변환 결과

3.5 후처리

극좌표계 선형 보간 후에 직교좌표계로 역변환하면, 원점으로부터 거리가 멀어질수록 각 화소들은 성기게 나타난다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 흑화소에 대한 팽창 형태처리를 수행하여 성긴 부분을 메우고, 세션화 처리를 수행함으로써 단일 화소의 연결된 등고선을 생성한다. 그림 15는 후처리 결과를 나타낸다.



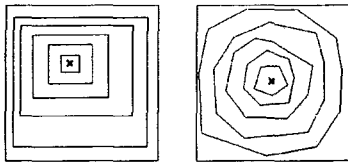
(a) 처리 전 (b) 처리 후
▶▶ 그림 15. 후처리 결과

III. 실험 및 고찰

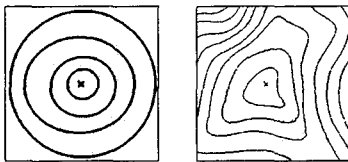
1. 실험 영상 및 평가

그림 16은 극좌표계 보간의 성능 평가를 위해 제작된 4종의 원본 그래픽 영상을 나타낸다. 그림 17은 원본 그

래픽 영상에 대해 고도치 영역을 가점하여 등고선 부분에 굵김이 발생하도록 편집한 영상을 나타낸다.

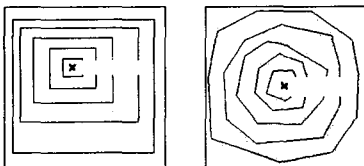


(a) 사각형 (b) 다각형

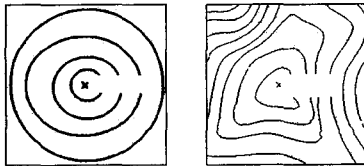


(c) 타원형 (d) 등고선

▶▶ 그림 16. 원본 그래픽 영상들



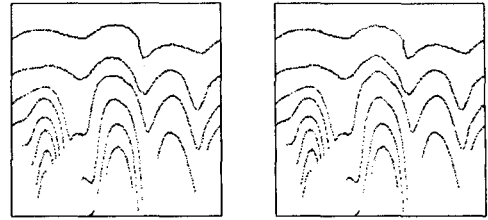
(a) 사각형 (b) 다각형



(c) 타원형 (d) 등고선

▶▶ 그림 17. 편집된 그래픽 영상들

그림 18의 (a)는 원본 그래픽 영상에 대한 극좌표계 변환 결과 영상이며, (b)는 편집된 그래픽 영상을 극좌표계 변환한 후, 극좌표계 보간에 의해 생성된 결과 영상이다. 극좌표계 보간의 성능 평가는 보간에 의해 생성된 영역을 대상으로 이들 두 영상간에 MAE로 평가한다.



(a) 원본 영상 (b) 편집 영상

▶▶ 그림 18. 극좌표계 변환 성능 평가의 대상 영상

동일한 θ 에 대하여 원본 화소의 $r_{i\theta}$ 과 생성된 화소의 $r_{o\theta}$ 간의 차이를 이용한 MAE(mean absolute error)를 통하여 얼마만큼의 오차가 발생하는가를 평가하는 것으로 식 (6)과 같이 표현된다. θ_s 와 θ_e 는 보간할 두 종점의 θ 를 의미한다.

$$MAE = \frac{\sum_{\theta=\theta_s}^{\theta_e} \sqrt{(r_{i\theta} - r_{o\theta})^2}}{\theta_e - \theta_s} \quad (6)$$

2. 실험 결과 및 고찰

직교좌표계에서 처리된 기존 연결 방법인 최단거리 연결, 베지어곡선 연결, 선형보간 연결 방법과 제한한 극좌표계 선형 보간의 성능을 비교한다. 표 1은 4개의 그래픽 영상에 대한 각 방법에 따른 MAE를 나타낸다.

【표 1】 MAE(단위:화소)

구 분	최단거리	베지어곡선	선형보간	제한방법
사각형	0.223	2.415	0.250	0.630
다각형	2.516	1.084	4.026	2.989
타원형	3.526	2.703	3.584	2.915
등고선	1.900	2.329	2.579	1.240
평 균	2.04	2.13	2.60	1.94

4종의 그래픽 영상에 대한 극좌표계 선형 보간의 성능을 평가한 결과, 등고선 영상의 경우 직교좌표계에서 원점으로부터 방사방향의 직선상에서 평균적으로 1.240 화소 정도의 거리상 오차가 있는 것으로 나타났다. 이는 실제의 등고선 재구성에 적용될 때에도 유사한 정도의 거리오차를 가질 것으로 추정된다.

또한 다른 방법과 달리 제안된 극좌표계 보간은 동일한 범위의 θ 에 대하여 생성되는 원점에서의 각 거리에 따른 부채꼴의 호의 외양이 닳은꼴로 생성된다는 것이다. 이는 산악지의 자연 지형이 정점을 중심으로 방사방향으로 닳은꼴을 형성하는 것과 동일한 현상을 주므로 실제의 등고선 재구성에서 제안된 극좌표계 방법이 효과적임을 알 수 있다.

IV. 결론

본 연구에서는 등고선 영상의 정점근방에서 발생하는 굽힘을 연결하기 위한 재구성 방법으로 극좌표계 선형 보간을 제안하였다. 제안한 극좌표계 선형 보간의 성능을 평가하기 위해 4가지의 그래픽 영상에 대해 평균 거리 오차인 MAE를 적용한 결과, 1.940화소로 2화소 미만의 오차 이내에서 선분을 생성할 수 있었으며, 특히 등고선 영상에 대해서는 1.240화소의 거리 오차로 등고선 성분을 재구성하는 것을 관찰할 수 있었다. 획득된 지도 영상에서 등고선의 두께가 약 3.5화소인 점을 감안할 때, 생성된 화소들은 상당히 일치한다고 볼 수 있다. 비록 극좌표계 선형 보간은 변환 및 역변환의 부담은 있지만, 극좌표계의 특성으로 인하여 그 처리가 단순하다는 이점을 가진다. 또한, 인접 등고선과 닳은꼴의 곡선을 생성하기 때문에 자연스러운 결과를 생성하는 것을 확인할 수 있었다.

향후 연구 방향으로서는 정상 근방 이외 영역에서의 등고선 재구성에 관한 보완 연구를 통해 보다 현실적인 지도 인식 시스템으로의 전개가 필요할 것으로 보인다.

■ 참고문헌 ■

- [1] Jeffrey Star, John Estes, "Geographics Information System", Prentice-Hall, Inc., 1990.
- [2] 정보과학회, 정보과학회지(GIS 특집), 제13권 제3호, 1995.
- [3] C. Zhou, "Map Recognition for Automatic Information Generation in an AM/FM System", Intelligent Information Systems, IIS '97. Proceedings, pp.376-380, 1997.
- [4] C. J. Park, J. H. Lee, "An Acquisition of Height Value at Arbitrary Points on Contour Line Map", F. R. Korea University of Tech. and Edu., Vol. 4, No. 1, pp.237-251, 1997
- [5] 이진선, "3차원 지형 자료 획득을 위한 지도 영상 분석", 한국컴퓨터그래픽스학회 논문집, Vol. 2, No. 1 pp.68-76, 1996.
- [6] H. Yamada et al., "Directional Mathematical Morphology and Reformalized Hough Transformation for the Analysis of Topographic Maps" IEEE PAMI, Vol. 15, No. 4, pp.380-387, 1993.
- [7] M. P. Deseilligny, R. Mariani., "A Three Year Project on Topographic Maps Interpretation", In Proc. of the 2nd IAPR Workshop on Graphics Recognition, pp.160-167, 1997.
- [8] S. Suzuki, T. Yamada, "MARIS:Map Recognition Input System", Pattern Recognition, Vol. 23, No. 8, pp.919-933, 1990.