

하이퍼큐브의 Over-d 결함에 대한 적응적 진단 알고리즘

Adaptive Diagnosis Algorithm for Over-d Fault Diagnosis of Hypercube

김선신, 강성수, 이충세

충북대학교 전자계산학과

Kim Sun-Shin, Kang Sung-Su, Rhee Chung-Sei

Computer Science, Chungbuk University

요약

Somani와 Peleg은 k 개의 부정확한 진단을 용인함으로써 결함의 개수가 t (차원)개를 초과할 경우에도 시스템을 진단하는 t/k -dignosable 시스템을 제안하였다. 한편 Kranakis와 Pelc는 결함의 개수가 t 개를 초과하지 않는 경우에 하이퍼큐브를 보다 효율적으로 진단하는 알고리즘을 제안하였다. 이 논문에서는 Somani 등이 제안한 것처럼 $k=1, 2, 3$ 개의 부정확한 진단을 용인하는 경우에 Kranakis 등이 제안한 효율적인 방법을 기반으로 하이퍼큐브를 진단하는 알고리즘을 제안한다. 그리고 제안한 알고리즘이 약 두 배 이상 더 많은 결함을 진단하면서도 기존의 알고리즘보다 효율이 거의 떨어지지 않는다는 사실을 분석을 통하여 확인할 수 있었다.

Abstract

Somani and Peleg proposed t/k -diagnosable system to diagnose more faults than t (dimension) by allowing upper bounded few number of units to be diagnosed incorrectly. Kranakis and Pelc showed that their adaptive diagnosis algorithm was more efficient than that of any previous ones, assuming that the number of faults does not exceed the hypercube dimension. We propose an adaptive diagnosis algorithm using the idea of t/k -diagnosable system on the basis of that of Kranakis and Pelc's. When the number of faults exceeds t , we allow a fault($k=1, 2, 3$) to be diagnosed incorrectly. Based on this idea, we find that the performance of the proposed algorithm is nearly as efficient as any previously known strategies and detect above about double faults....

1. 서론

하이퍼큐브 병렬처리 시스템에서 노드의 개수는 지수적으로 증가함에도 불구하고 진단 알고리즘에서 가정하는 결함의 개수는 t (dimension)에 비례하여 증가한다. 이런 사실은 시스템 규모가 커짐에 따라 결함의 개수가 t 개 이상으로 증가할 개연성을 증가시킨다. 따라서 더 많은 결함노드를 진단하는 더 효율적인 알고리즘의 개발에 대한 동기를 부여 하게 된다.

다양한 병렬처리 시스템 중에서 하이퍼큐브 형태의 병렬처리 시스템은 정규적이며 계층적인 구조를 갖는다. 이런 하이퍼큐브의 특성은 효율적인 진단 알고리즘을 개발하는데 유리하게 적용될 수 있다.

시스템 내에 t (dimension of hypercubes)개를 초과

하는 결함노드가 존재할 경우, 진단의 가능여부에 대한 문제를 Over-d 문제라고 정의한다[1]. 이런 경우에는 불완전하지만 정확한 진단이 수행되어야 한다.

Preparata, Metzke와 Chien은 시스템 레벨 진단의 개념을 사용하는 결함 진단 방법을 제안하였다[2]. PMC 모델이 제안된 후 많은 연구가 이 모델의 특성을 사용하여 진행되었고 진단 알고리즘에 대한 많은 연구가 이루어졌다.

Feng은 하이퍼큐브의 구조적인 특징을 이용하는 적응적 진단 알고리즘 HADA (Hypercube Adaptive Diagnosis Algorithm)를 제안하였다. HADA의 최악의 경우 수행효율이 $2n(\lfloor \log n \rfloor + 2)$ 테스트를 소요함을 보여주었다[1].

Somani와 Peleg는 Over-d 결함을 진단하기위해 k 개의 부정확한 진단을 용인함으로써 더 많은 결함을 진단하는 t/k -진단가능 시스템을 제안하였다. 그리고 하이퍼큐브인 경우에 대해서는 $t=(k+1)n-(k+1)(k+2)/2+1$ 일 때 t/k -진단 가능하다 ($k \leq n, n > 3$)는 정리를 증명하였다[3].

한편 Kranakis와 Pelc는 전체 하이퍼큐브 H_n 을 $H_j \times H_{n-j}$ 로 분할하여 진단을 수행하는 BADH(Better Adaptive Diagnosis of Hypercubes) 알고리즘을 제안하여 진단의 효율을 높였다[4].

이 논문에서는 결함의 개수가 t 개를 초과하는 경우에 대하여 진단의 정확여부를 판단할 수 없는 충분히 작은 개수의 노드가 $k=1, 2, 3$ 개 존재한다는 것을 허용함으로써, 진단 가능한 결함의 최대 수를 증가 시키는 알고리즘을 제안한다.

2. t/k -BADH 알고리즘

이 논문에서 제안하는 진단 알고리즘은 Kranakis와 Pelc가 제안한 알고리즘을 이용한다[4]. BADH 알고리즘은 하이퍼큐브의 t -진단가능하다는 특징을 이용하여 진단할 하이퍼큐브를 모든 결함노드를 포함하는 최소 크기의 RGC(the Reflected Gray Code)링으로 분할을 한다[5]. 이 알고리즘에서는 진단 가능한 최대의 결함 수가 n 이라고 가정하였으므로 하이퍼큐브를 분할하는 RGC링의 크기는 $r = \lfloor \log n \rfloor + 1$ 이다. 그런데 n 개를 초과하는 결함을 진단하기 위해서, t/k -시스템의 하이퍼큐브를 분할할 때 RGC링의 크기는 t 개만큼의 결함노드를 포함할 수 있게 분할해야 한다. 즉 RGC링의 크기를 $r = \lfloor \log t \rfloor + 1$ 로 변환하여야 한다. 이렇게 변환한 후 원래의 정리가 성립되지 않기 때문에 변환에 따른 새로운 정리와 알고리즘의 정확성이 증명되어야 한다.

t/k -BADH 알고리즘은 4개의 단계에 걸쳐 진단을 수행한다. 각 단계에서 수행되는 작업은 아래의 알고리즘을 이용하였다.

2.1 $t/(k=1)$ -BADH 알고리즘

단계 1. H_n 의 서브그래프 $H_j \times R_r$ 을 구성한다. 여기

서, $r = \lfloor \log t \rfloor + 1, j = n - r$ 이고, R_r 은 H_r 안에 있는 RGC-링이다. 시계방향으로 R_r 의 모든 노드들의 테스트를 수행한다. 안전한 링을 모두 확인한다. 안전한 링의 모든 노드를 결함이 아니라고 진단한다.

단계 2. 인접한 안전한 링의 모든 노드를 테스트로서 사용하여 모든 보호받은 링에 있는 노드를 진단한다.

단계 3. 만약 보호되지 않은 링이 많게는 두 개 존재한다면, 외래 이웃들이 모두 결함을 갖는 노드 x 만을 제외하고 보호되지 않은 링의 모든 노드를 진단한다.

단계 4. 만약 전 단계까지 진단되지 않은 노드가 있다면, 마지막으로 그 노드를 진단한다.

보조정리 2.1.1. $n \geq 19$ 에 대하여, 많아야 2개의 보호받지 않은 RGC링이 존재한다.

(증명) 3개의 보호받지 않은 RGC링이 존재한다고 가정하면, 보호받지 않은 RGC링의 인접 링들이 불안정한 링이기 때문에 $3j$ 개의 불안정한 링이 존재한다. 세 개의 보호받지 않은 링도 불안정한 링이다. 그러므로 $3j+3$ 개의 불안정한 링이 존재하는데 그 중에 중복 계산된 링이 있다. 하이퍼큐브의 임의의 두 노드는 공통이웃을 2개 갖거나 하나도 갖지 않는다. 세 개의 노드는 많아야 5개의 공통이웃을 갖는다. 즉 중복 계산된 불안정한 링의 개수가 많아야 5개이다. 그러므로 불안정한 링은 적어도 $(3j+3-5) = (3j-2)$ 가 존재한다.

$3j-2 = 3(n-r)-2 = 3n-3(\lfloor \log t \rfloor + 1) - 2 > t, n \geq 19$ 이 되므로 최대 t 개의 결함노드가 존재한다는 조건에 위배된다. 따라서 많아야 2개의 보호받지 않은 RGC링이 존재한다. □

단계 3에서는 보호받지 않은 링에 대한 진단이 수행된다. 보호받지 않은 링은 이웃한 링들 중에 안전한 링이 한 개도 없다. 그러나 단계 2까지 완료되고 난 후에는 보호받지 않은 링의 이웃한 링들은 모두 진단이 완료된 상태가 된다. 따라서 보호받지 않은 링의 각 노드들의 외래 이웃들 중에 결함이 아니라고 진단된 노드들을 가지고 각 노드들을 테스트한다.

보조정리 2.1.2 만약 보호받지 않은 링이 존재한다면, 이러한 링안에 있는 노드들 중에서 인접한 외래 이웃들이 모두 결함을 갖는 노드 x 는 많아야 2개 존재한다.

단계 4에서는 외래 이웃들이 모두 결함노드인 노드들에 대한 진단이다. 이런 노드들은 외래 이웃들이 모두 결함이어서 그들로부터 진단 받을 수 없다.

보조정리 2.1.3 이웃들이 모두 결함인 노드 즉 판단할 수 없는 단일 노드는 많아야 한 개가 존재한다.

단계 4에서 위의 단계에서 아직 진단되지 않은 노드가 존재할 때 두 가지의 경우가 발생하게 된다. 첫째, 단계 3이 완료 후 t 개의 결함노드가 발견이 된 경우, 최대 t 개의 결함노드만 존재한다는 조건에 의해서 이 두개의 노드는 자동적으로 결함이 아니라고 진단된다. 두 번째, 많아야 $t-1$ 개의 결함노드가 발견이 된 경우는 1개의 진단 오류 즉 1개의 결함이 아닌 노드를 결함이라고 진단하는 것을 허용하기 때문에 이 노드를 결함이라고 판단한다. 또한 결함이 아닌 노드를 결함이라고 진단하면 이 노드를 대응하는 새 노드(프로세서)로 교환하기 위하여 드는 비용은 많지 않다. 그러므로 결함인 노드를 결함이 아니라고 진단하여 시스템 전체의 정확성이 보증되지 않는 위험을 택하기보다는 진단오류가 생길 수 있는 노드를 결함이라고 판단한다.

2.2 $t/(k=2)$ -BADH 알고리즘

보조정리 2.2.1. $n \geq 29$ 에 대하여, 많아야 3개의 보호받지 않은 RGC링이 존재한다.

보조정리 2.2.2. 만약 보호받지 않은 링이 존재한다면, 이러한 링안에 있는 노드들 중에서 인접한 외래 이웃들이 모두 결함을 갖는 노드 x 는 많아야 3개 존재한다.

보조정리 2.2.3. 이웃들이 모두 결함인 노드 즉 판단할 수 없는 단일 노드는 많아야 두 개 존재한다.

2.3 $t/(k=3)$ -BADH 알고리즘

보조정리 2.3.1. $n \geq 39$ 에 대하여, 많아야 4개의 보호받지 않은 RGC링이 존재한다.

보조정리 2.3.2. 만약 보호받지 않은 링이 존재한다면, 이러한 링 안에 있는 노드들 중에서 인접한 외래 이웃

들이 모두 결함을 갖는 노드 x 는 많아야 4개 존재한다.

보조정리 2.3.3. 이웃들이 모두 결함인 노드 즉 판단할 수 없는 단일 노드는 많아야 세 개 존재한다.

3. 알고리즘의 성능 분석

이 장에서는 제안된 알고리즘의 성능을 분석하기 위하여 테스트 횟수를 분석하였다.

보조정리 3.1.1. 링에 f 개의 결함이 있으면 테스트의 수는 많아야 $f+1$ 이다. 더욱이 링에 1개의 결함이 존재하면 테스트의 개수는 1개이다.

보조정리 3.1.2. 이웃에 안전한 노드가 있는 보호받지 못한 링의 모든 노드는 많아야 $f+1$ 테스트를 진단할 수 있다. 여기서 f 는 노드들 중에서 결함의 개수이다. 만약 $f=1$ 이면 한번의 테스트가 사용된다.

정리 3.1.3. BADH($k=0$) 알고리즘은 n 차원 하이퍼큐브에서 $n \geq 9$ 일 때 최악의 경우에 많아야 $2n + 3n/2$ 테스트를 진단한다.

정리 3.1.4. BADH($k=0$) 알고리즘은 n 차원 하이퍼큐브에서 $3 \leq n \leq 8$ 일 때 최악의 경우에 많아야 $2n + 3n/2$ 테스트를 진단한다.

위 정리들에 대한 증명은 Kranakis와 Pelc를 논문을 참조할 수 있다[4].

정리 3.2.1. $t/(k=1)$ -BADH 알고리즘은 n 차원 하이퍼큐브에서 $n \geq 19$ 일 때 최악의 경우에 많아야 $2n + 3t/2$ 테스트를 진단한다.

증명) 단계 1은 $2n$ 테스트를 수행한다. 우선 단계 3에서 모든 진단이 완료된다고 가정하자. a_0 를 1개의 결함노드를 가진 링의 수라고 하고 b_0 는 적어도 2개의 결함노드를 가진 링의 수라고 하자. B_0 는 적어도 2개의 결함노드를 가진 링에서 결함의 총 수라고 하자. 보조정리 3.1.1.과 3.1.2.에 의하면 단계 2와 3에서 사용되는 총 테스트 수는 많아야 $a_0 + B_0 + b_0$ 이다. $a_0 + B_0 \leq t$ 이고 $b_0 \leq B_0/2$ 이므로 $a_0 + B_0 + b_0 \leq 3t/2$ 이다. 이 경우 단계 4에서 테스트는 없다.

두 번째로 단계 3에서 진단되지 않은 2개의 노드가 있다고 가정하자. 그러므로 단계 2와 3에서 진단된 결함

의 총 수는 많아야 $t-2$ 이다. a_1 를 1개의 결합노드를 가진 링의 수라고 하고 b_1 는 적어도 2개의 결합노드를 가진 링의 수라고 하자. B_1 는 적어도 2개의 결합노드를 가진 링에서 결합의 총 수라고 하자. $a_1 + B_1 \leq t-2$ 이고 $b_1 \leq B_1/2$ 이므로 $a_1 + B_1 + b_1 \leq 3(t-2)/2$ 이다. 여기에 단계 4에서 1개의 테스트가 더해진다. 그러므로 단계 2, 3, 4에서 테스트의 총 수는 많아야 $3(t-2)/2 + 1 < 3t/2$ 이다.

마지막으로 단계 3에서 진단되지 않은 1개의 노드가 있다고 가정하자. 이 경우 1개의 노드는 진단이 불가능함에도 불구하고 시스템 전체의 정확성을 위해 결합노드로 처리한다. 그러므로 단계 2와 3에서 진단된 결합의 총 수는 많아야 t 이다. 그러므로 위의 첫 번째 경우와 같은 테스트 수를 갖게 된다.

결과적으로 앞의 세 가지 경우에 대해서 $t/(k=1)$ -BADH 알고리즘은 많아야 총 테스트 개수가 $2n + 3t/2$ 이 된다. □

이제 $n < 19$ 경우에 n 차원 하이퍼큐브 진단에 대해서 살펴보자. $n=2, 3$ 이고 $t=2, 4$ 에 대해서는 $2n=2t$ 이므로 최대로 t 개 일 때 결합을 진단하는 것은 가능하지 않다. 그러므로 $4 \leq n \leq 18$ 인 경우를 생각할 수 있다. 이 경우에는 정리 3.2.1.을 직접 적용하는 것이 가능하지 않기 때문에 각 경우에 따라 분석을 해서 진단 할 수 있다. 이때 이전에 했던 방식과 비슷한 방법으로 진단하면 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.

정리 3.2.2 $t/(k=1)$ -BADH 알고리즘은 n 차원 하이퍼큐브에서 $4 \leq n \leq 18$ 일 때 최악의 경우에 많아야 $2n + 3t/2$ 테스트를 진단한다.

앞에서 증명한 방식으로 $t=2, 3$ 에 대해서도 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.

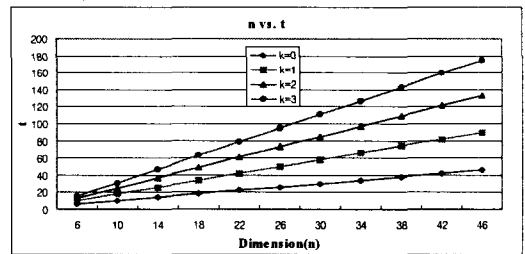
정리 3.3 $t/(k=2)$ -BADH 알고리즘은 n 차원 하이퍼큐브에서 $n \geq 5$ 일 때 최악의 경우에 많아야 $2n + 3t/2$ 테스트를 진단한다.

정리 3.4 $t/(k=3)$ -BADH 알고리즘은 n 차원 하이퍼큐브에서 $n \geq 6$ 일 때 최악의 경우에 많아야 $2n + 3t/2$ 테스트를 진단한다.

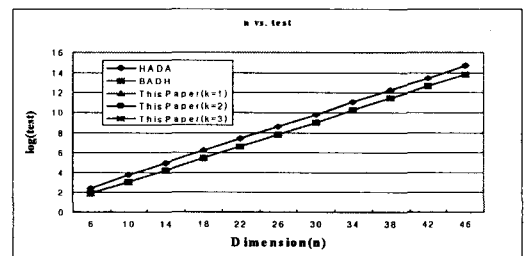
그림1에서는 $k=0, 1, 2, 3$ 일 경우에 하이퍼큐브의 차

원 수 $n(6 \leq n \leq 46)$ 이 커짐에 따라 진단 할 수 있는 결합의 최대 수를 비교한 것이다. $k=0$ 인 경우는 부정확한 진단을 허용하지 않음으로 이는 BADH 알고리즘에서 진단할 수 있는 결합의 수이고 $k=1, 2, 3$ 인 경우는 부정확한 한 개, 두 개, 세 개의 결합을 허용하는 t/k -BADH 알고리즘에서 진단할 수 있는 결합의 수이다. 이 논문에서 제안한 알고리즘은 기존의 BADH 알고리즘이 진단할 수 있는 결합 수의 약 2배 이상의 결합을 허용한다.

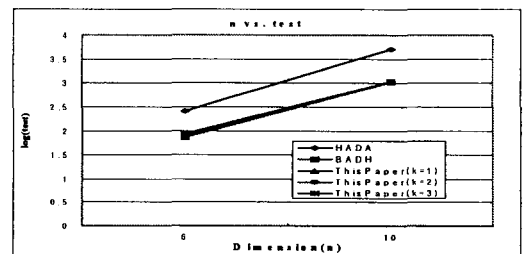
그림2, 3에서는 Feng이 제안한 HADA 알고리즘, BADH 알고리즘과 이 논문에서 제안한 t/k -BADH 알고리즘의 성능을 비교한 것이다. 그림에서 볼 수 있는 것처럼 이 논문에서 제안한 알고리즘은 HADA 알고리즘보다 훨씬 적은 테스트 수를 요하고 BADH 알고리즘과 비슷한 테스트 수를 소요한다.



▶▶ 그림 1. 0 k=0,1,2,3일 때 진단 가능한 결합수



▶▶ 그림 2. 최악의 경우 성능비교



▶▶ 그림 3. 최악의 경우 성능비교(n=6, 10)

5. 결 론

이 논문에서는 BADH 알고리즘을 기반으로 t/k -진단가능 시스템의 개념을 적용하여 결함노드 수 $t > n$ 일 경우의 Over-d 문제를 해결하고자 시도하였다.

우리는 특히 $k=1, 2, 3$ 인 경우에 대해서 효율적인 t/k -BADH 알고리즘을 제안하였다. 제안하는 알고리즘은 진단 가능한 최대의 노드 수를 증가하는 대신에 소량의 부정확 진단을 허용하도록 하였다. t/k -BADH 알고리즘의 효율성을 이용하여, $k=1, 2, 3$ 일 경우 $2n-2, 3n-5, 4n-9$ 개의 보다 많은 결함을 진단할 수 있을 뿐 아니라, 적은 양의 테스트로 비교적 우수한 진단능력을 보여주었으며, 특히, 결함의 수가 많을 수 있는 대형 멀티프로세서에서 쓰임이 용이함을 보여 주었다. 앞으로의 연구방향은 k 를 일반화시킬 때의 효율성에 대한 연구를 진행하고자 한다.

■ 참고문헌 ■

- [1] C. Feng, L.N. Bhuyan, and F. Lombardi, "Adaptive System-Level Diagnosis for Hypercube Multiprocessors", IEEE trans. Computers, vol. 45, no. 10, pp.1157-1170, Oct. 1996.
- [2] F.P. Preparata, G. Metze, and R.T. Chien, "On the Connection Assignment Problem of Diagnosable Systems", IEEE Trans. Electronic Computers, no. 12, pp.848-854, Dec. 1967.
- [3] A.K. Somani and O. Peleg, "On Diagnosability of Large Fault Sets in Regular Topology-Based Computer Systems", IEEE Trans. Computers, vol. 45, no. 8, pp.892-903, Aug, 1996.
- [4] E. Kranakis and A. Pelc, "Better Adaptive Diagnosis of Hypercubes", IEEE Trans. Computers, vol. 49, no. 10, pp.1013-1020, Oct. 2000.
- [5] R. W. Hamming, Coding and Information Theory. Prentice Hall, 1980.