

능동 자기베어링에서 LQR방법에 의한 PID제어기 설계

정형근, 서병설

한양대학교 전기공학과

전화 : 02-2290-0364 / 핸드폰 : 011-9845-9226

PID Controller Design using LQR Method in the Active Magnetic Bearing

Hyung-Keun Joung , Byung-Suhl Suh

Dept. of Electrical Engineering , Hanyang University

E-mail : 21c8545@ihanyang.ac.kr

Abstract

The active magnetic bearing(AMB) has steady-state error of the displacement by the external force.

This paper presents a PID controller design using LQR method in the active magnetic bearing to compensate for the displacement by the external force.

I. 서론

산업이 발전함에 따라 각종 회전기계의 고속, 고성능 및 경량화가 요구됨에 따라 기존베어링들의 문제점들을 해결하기 위한 새로운 베어링이 필요하게 되었으며, 그 중의 하나가 자기베어링이다. 자기베어링은 전자석의 전자기력을 이용하여 기계적인 접촉과 윤활 작용 없이 회전체를 비접촉으로 지지함으로써 기계적인 접촉이 없기 때문에 마찰, 마모가 없어 에너지손실이 매우 적고 수명이 반영구적이며 윤활이나 밀봉의 필요성이 제거되므로 진공이나 부식성 대기 및 광범위한 온도에서 사용이 가능하고 회전체의 최대 허용속도가 매우 높다. 또한 자기베어링은 전자기력을 제어함으로써 회전체의 회전을 매우 높은 정밀도로 유지할 수 있는 등 많은 장점을 가지고 있다.^[1] 그러나, 자기베어링은 음의 강성을 지니고 있고, 회전체가 고속으로 회전하는데 있어 자이로 효과에 의한 직교하는 제어축 간의 자기력의 간섭현상으로 인

한 직교하는 제어축 간의 자기력의 간섭현상으로 인해 제어축간의 연성이 커지게 되어 불안정한 시스템이 되는 문제점이 발생한다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 H^∞ 강인제어 방법^{[2][3]}, Fuzzylogic을 이용한 제어 방법^[4], LQ-formulation을 이용하여 PD제어기를 설계하는 방법^[5], Genetic algorithms을 이용하여 PD제어기를 설계하는 방법^[6]등이 있다. 그러나 PD제어를 제외한 방법들은 수학적으로 복잡하므로 정밀한 제어이론이 요구되는 단점이 있다. 또한 PD제어기는 실제에 있어서 구조는 간단하지만 외력에 의해 변위의 정상상태 오차가 커지는 단점이 있어 제어기 설계시 전압과 전류사이의 관계를 고려하여 플랜트의 모델링시 제어시스템이 복잡해지는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 선형화된 자기베어링시스템에서 변위를 제어하고 제어축의 동특성을 고려하여 능동자기베어링에서 외력에 의한 변위의 정상상태 오차를 보상하기 위해 설계가 용이한 LQR방법으로 출력변수에 적분요소를 추가하여 새로운 상태방정식으로 LQ-PID제어기 동조방법을 제안한다.

II. 능동자기베어링

Fig. 1에서 반경방향 자기베어링에 의하여 지지되는 4축 제어용의 회전체를 나타내었다. 그러나 완전한 능동 자기베어링시스템은 5축제어로 축 방향제어를 포함한다.

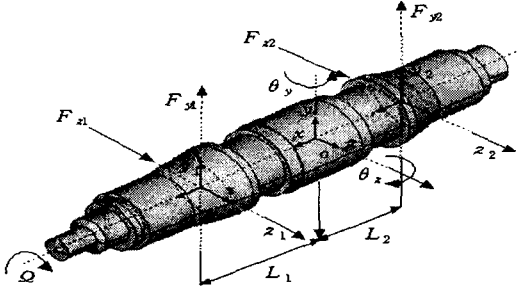


그림 (1) 자기베어링의 모델

회전체를 강체로 가정하였을 때, 회전체는 3방향의 병진 운동과 2방향의 회전운동을 하는 5자유도 시스템으로 모형화 되고, 고정좌표계에 관한 제어되지 않은 능동 자기베어링시스템이 된다.

여기서, 축 방향 x는 다른 방향과 상관없이 독립적으로 제어가 가능하지만, 나머지 4자유도는 서로 연성(couple) 되어 있다. 그리고 능동 자기베어링에서 회전체가 저속으로 회전시에는 문제가 없지만 고속으로 회전하는데 있어 자이로 효과에 의한 직교하는 제어축간의 자기력의 간섭현상으로 인해 제어축간의 연성이 커지게 되어 불안정한 시스템이 되는 문제점이 발생한다. 그림 (1)의 5축 능동 자기베어링(AMB)시스템에서 제어 축 간의 연성을 무시하면, 자이로 효과를 보상할 수 있고 각 제어 축마다 독립적으로 5개의 1축 능동 자기베어링(AMB)시스템으로 모델링할 수 있다.

1축 능동 자기베어링(AMB)시스템에서 회전체-자기베어링계의 지배방정식은 식(1)과 같이 된다.

$$m_q \ddot{q} + K_q q = K_{iq} i_{cq} \quad (1)$$

여기서, m_q = 회전체의질량, K_q = 위치강성계수

K_{iq} = 전류강성계수이다.

식 (1)을 라플라스 변환을 하여 전달함수를 구하면 식 (2)와 같다.

$$G(s) = \frac{K_{iq}}{m_q s^2 - K_q} \quad (2)$$

이를 이용하여 그림 (2)에 단일 입출력 시스템(single input/single output system)인 1축 능동 자기베어링(AMB)시스템의 블록 다이어그램을 나타내었다.

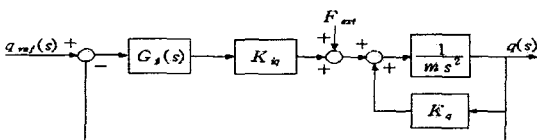


그림 (2) 1축 능동자기베어링시스템의 블록다이어그램

그림(2)에서 $G_p(s)$ 는 제어기의 전달함수를 나타내고 F_{ext} 는 회전체에 가해지는 외력이다.

제한제어된 각 방향의 자기베어링의 경우 양의 강성과 감쇠를 갖는 전형적인 2차 시스템으로 모형화 할 수 있으므로 반경방향 자기베어링을 그림 (3)과 같이 스프링과 감쇠기로 구성된 4개의 1자유도 시스템으로 모델링하면 식 (1)은 식 (3)으로 표현할 수 있다.

$$m_q \ddot{q} + C_{eq} \dot{q} + K_q q = K_{iq} i_{cq} + F_{ext} \quad (3)$$

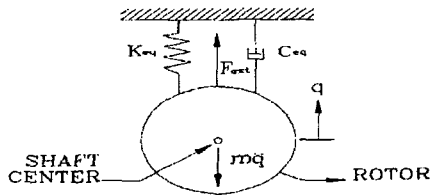


그림 (3) 베어링의 1자유도 모델

식 (3)을 라플라스 변환을 하면 식 (4)와 같다.

$$(m s^2 + K_q)q(s) = K_{iq} i_{cq}(s) + F_{ext}(s) \quad (4)$$

그림 (4)에서 나타낸 식 (4)에 대한 블록 다이어그램에서 $1/m s^2 + K_q - K_{iq}$ 에서 $K_q < K_{iq}$ 이므로 개루프시스템에서는 불안정함을 볼 수 있다. 그러므로 다음과 같이 회전자의 변위 신호를 측정하고 제어전류를 발생시키는 부궤환제어를 도입함으로써 폐루프시스템을 구성하면 시스템을 안정화시킬 수 있다.

$$i_{cq}(s) = -G_p(s)q(s) \quad (5)$$

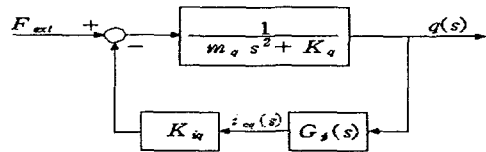


그림 (4) 변형된 1축 자기베어링의 블록다이어그램

자기베어링의 강성 및 감쇠 특성을 구하기 위해 식 (4)를 식 (5)에 대입하고 $s = j\omega$ 를 치환하여 주파수 영역에서 나타내면 식 (6)과 같다.

$$[(K_q + K_{iq} \text{Re}\{G_p(j\omega)\}) - m\omega^2 + j K_{iq} \text{Im}\{G_p(j\omega)\}]q(j\omega) = F_{ext}(j\omega) \quad (6)$$

그림 (3)에서 나타낸 등가강성 K_{eq} 과 등가감쇠 C_{eq} 를 갖는 1자유도 베어링 모델의 운동방정식을 유도하면 식 (7)과 같다.

$$[(K_{eq} - m\omega^2) + j\omega C_{eq}] = F_{ext}(j\omega) \quad (7)$$

등가강성과 등가감쇠 는 식 (8)과 (9)로 나타낼 수 있다.

$$K_{eq} = K_q + K_{iq} \text{Re}\{G_p(j\omega)\} \quad (8)$$

$$C_{eq} = \frac{K_{iq} \operatorname{Im}[G_p(j\omega)]}{\omega} \quad (9)$$

기존의 베어링의 강성 및 감쇠 특성이 회전축의 속도에 따라 정해지는 반면 자기베어링은 그 특성이 회전자에 가해지는 외력의 가진주파수에 따라 변한다. 그러므로 제어기의 개인에 의해 원하는 베어링의 강성과 감쇠를 얻을 수 있다. 그러나 식(8)과 식(9)는 회전자의 중심위치에서 선형화된 자기력에 의해 유도되었으므로, 회전자의 변위가 공극에 비해 미소한 경우에만 유효하고, PD 제어기의 경우 외력에 의해 변위의 정상상태 오차가 생기는 단점을 PID제어기를 이용해 변위의 정상상태 오차를 줄일 수 있다.

III. 제어기설계

LQR방법에 의해 PID제어기 설계를 위해 식 (1)을 상태방정식으로 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{K_q}{m_q} & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_q} \end{pmatrix} u(t) \quad (10)$$

출력 변수에 적분요소를 첨가시킨 새로운 상태변수를 도입하면 상태변수 $x(t)$ 는 다음과 같다.

$$x(t) = \begin{pmatrix} \int_t^0 y(\tau) d\tau \\ y(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} \quad (11)$$

그러면 식 (10)은 다음과 같이 된다.

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \quad (12)$$

여기서,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{K_q}{m_q} & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_q} \end{pmatrix} \text{이다.}$$

LQR로 해석하기 위해서는 식 (13)과 같은 가격함수와 식 (14)와 같은 귀환제어법칙이 필요하다.

$$J(u(t)) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (13)$$

$$u(t) = -Gx(t), G = R^{-1} B^T K \quad (14)$$

여기서, $Q = N^T N$, $R = \rho I$ 이다.

Riccati식의 해는 식 (15)와 같고 K의 성분들은 식 (16)과 같다.

$$KA + A^T K + Q - K B R^{-1} B^T K = 0 \quad (15)$$

$$K = \begin{pmatrix} K_{00} & K_{10} & K_{20} \\ K_{10} & K_{11} & K_{21} \\ K_{20} & K_{21} & K_{22} \end{pmatrix}$$

능동 자기베어링 시스템의 PID제어기의 형태는 식 (17)

과 같다.

$$u(t) = -K_{iq} K_c \left(\tau_d \frac{dy(t)}{dt} + y(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t y(\tau) d\tau \right) \quad (17)$$

여기서, K_{iq} 는 자기 베어링의 전류강성계수이다. K의 성분들과 전류강성계수 K_{iq} , 비레이득 K_c 와 시정수 τ_I 그리고 τ_d 와의 관계를 나타내면 다음과 같다.

$$K_{20} = \frac{K_{iq} K_c}{\tau_I}, K_{21} = K_{iq} K_c, K_{22} = K_{iq} K_c \tau_d \quad (18)$$

가중치 요소 Q와 R은 성능 및 안정도 강인성 개선을 위해 플랜트 출력측에서 절단한 루프전달함수의 특이값 일치기법 Suh^[7]에 기초하여 설정한다.

출력에서 절단한 루프 전달함수 T(s)를 구해보면 식 (20)과 같다.

$$T(s) = C(sI - A)^{-1} B \left(G_3 s + G_2 + \frac{G_1}{s} \right) \quad (19)$$

여기서, $G_1 = K_{20}$, $G_2 = K_{22}$, $G_3 = K_{21}$ 이다.

저주파수와 고주파수에서 T(s)의 극한값을 구하기 위해 Kwakermaak Sivan^[8]의 LQR의 제어이득행렬 G의 극한 거동인 식 (21)과 같이 이용한다.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho} G = WN \quad (20)$$

여기서, W는 일원행렬(unitary matrix) $W^T W = I$ 이다.

식 (20)를 이용해 식(19)의 T(s)의 극한값을 구해보면

\overline{N}_1 과 \overline{N}_3 는 다음과 같이 된다.

$$\overline{N}_1 = [C(-A)^{-1}B]^{-1} \quad (21)$$

$$\overline{N}_3 = \left[\frac{1}{\rho} CB \right] \quad (22)$$

설계 파라미터, \overline{N}_2 는 위의 극한기법에 의해 구하지 못하여 플랜트가 안정하다는 조건 아래 큰 값으로 선택된다. $\overline{N}_1, \overline{N}_2, \overline{N}_3$ 가 결정되면 상태 가중행렬 Q는 $N^T N$ 으로 결정되고, 제어 가중행렬 $R = \rho I$ 에서 ρ 는 명령추종 및 센서 잡음 장벽을 고려하여 결정된다.

IV. Simulation

Simulation에서 사용할 능동 자기베어링시스템의 설계 사양은 다음과 같다.

$$m_q = 10[Kg], K_q = 40.9[N/m], K_{iq} = 83.7[N/A]$$

여기서, 질량과 강성 및 전류강성계수는 5축 능동 자기 베어링 시스템에서 각 행렬들의 대각 요소이다.

명령추종 및 외란 장벽의 경계값 : $\Omega_d = 10^{-1}$

(16번서 잡음 장벽의 경계값 : $\Omega_n = 10^{-3}$

본 논문에서 제시한 방법을 이용하여 제어 가중행렬

$R = \rho I$ 에서 $\rho = 10^{-4}$ 으로 선택하고 \overline{N}_1 과 \overline{N}_3 는 식 (21)와 (22)에 의해서 결정된다. \overline{N}_2 는 플랜트의 안정조건 아래 비교적 큰 값으로 선택된다. 따라서 설계 파라미터 N 과 제어이득행렬 G 는 다음과 같이 얻어진다.
 $N = [1 \ 1 \ 0.1]$, $G = [100 \ 101.26 \ 10.7082]$

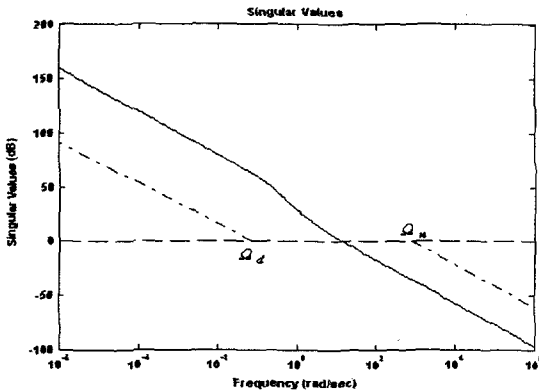


그림 (5) 루프전달함수 T(s)의 특이값 형상

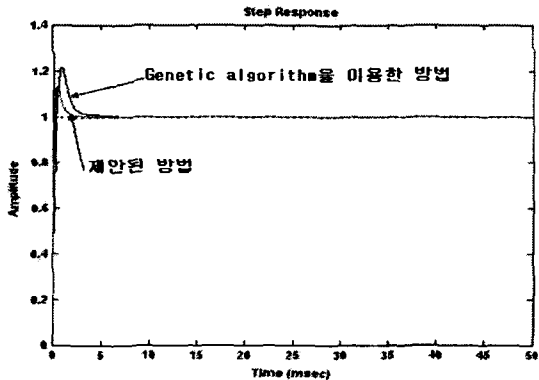


그림 (5)는 루프 전달함수 T(s)의 특이값 형상으로서 Suh^[8]가 제시한 플랜트 출력측에서 절단한 주파수역 성능-강인성을 보장함을 나타낸 것이다. 즉, T(s)의 곡선이 저주파 (ω_d)에서의 명령추종장벽, 외란장벽과 고주파 (ω_n)에서의 센서잡음장벽을 그림 (5)에서 보듯이 장벽을 침해하지 않는다는 것을 알 수 있다. 따라서 본 논문에서 제시한 설계사양을 만족함을 알 수 있다.

그림 (6)은 본 논문에서 제안된 LQ-PID제어기와 Genetic algorithms을 이용한 PD제어기^[6]의 계단응답을 나타냈다.

VI. 결론

본 논문에서는 능동 자기베어링시스템에서 자이로 효

과에 의한 자기력의 간섭현상을 보상하고 자기력을 제어하기 위해 LQ-PID제어기를 설계하였다. 따라서, PD 제어의 경우 정상상태 오차가 커지는 단점 때문에 전압과 전류사이의 관계를 고려해 모델링시 제어시스템이 복잡해지는 단점을 LQ-PID제어기 설계방법을 이용하여 제어기설계의 용이함과 정착시간 및 오버슈트를 줄일 수 있었다. 본 논문의 모델인 능동 자기베어링시스템은 고속회전과 제어의 정밀성을 요구하는 전기 자동차 플라이 휠, 공작 기계용 스피들, 인공위성 자세제어용 모멘텀 휠, 로켓엔진 터보펌프등의 시스템에 적용될 수 있다.

V. 참고문헌

- [1] H. Bleuler, "Survey of Magnetic Levitation and Magnetic Bearing Types", *JSME International Journal Series III*, Vol.35, No.3, pp.335~342, 1992.
- [2] Sivrioglu S, and Nonami K, "Control System Design of Magnetic Bearing Systems with Gyroscopic Effect by means of LMI Based Gain-Scheduled H_∞ Control", *Third Int. Conf. on Motion and Vibration Control*, pp.140-145, 1996.
- [3] Sivrioglu, S. Nonami, K. "LMI approach to gain scheduled H_∞ control beyond PID control for gyroscopic rotor-magnetic bearing system" *Proceedings of the 35th IEEE*, Vol.4 pp.11-13, Dec 1996.
- [4] Sung-Kyung Hong, and Langari, R. and May D, "Experiments in fuzzy logic based control of a magnetic bearing system" *Fuzzy Information Processing Society, Annual Meeting of the North American*, pp.90-95, Sept. 1997.
- [5] Yuri N. Zhuravlyov, "On LQ-control of magnetic bearing" *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol.8, No.2, pp.344-350, Mar., 2000.
- [6] Hada Chang, Sung-Chong Chung, "Intergrated design of radial active amgnetic bearing systems using genetic algorithms" *Mechatronics* Vol.12 pp.19-36, 2002.
- [7] 이동영, 윤성오, 임동균, 서병실, "LQ-Servo를 이용한 강인한 PI제어기 설계", *Proceedings of the 11th KACC*, 포항, pp.577-580, 1996.
- [8] H. Kwakernaak and R. Sivan "The maximally achievable accuracy of linear optimal regulators and linear optimal filters", *IEEE Trans on Automat, Contr*, Vol, AC-17, pp.79-86, 1972.