

모멘트법을 이용한 주기적 배열을 갖는 무한 크기의 주파수선택 표면(FSS) 해석

강봉수, *강부식, **김홍수

제주대학교 통신공학과, *,**제주대학교 통신컴퓨터공학부,

전화 : 064-754-3639 / 핸드폰 : 011-9661-0932

Analysis of Infinite Periodic Frequency Selective Surface using Method of Moment

Bong-soo Kang, Boo-sik Kang, Heung-soo Kim

Dept. of Telecommunication Eng. Cheju National University

Abstract

In this paper, infinite frequency selective surface comprised with rectangular plates which are arranged periodically is analyzed using Method of Moment based on Galerkin's method. In analysis, it is assumed that the plates are infinite thin perfect conductors. Based on this assumption, the reflection characteristics of the FSS is compared according to the polarization of plane-wave and the direction of incidence. In the results, the variation of reflection characteristics of the FSS highly depends on the direction of incidence when the polarization of the plane-wave is parallel to the plane of incidence, but the variation is nearly independent upon direction of incidence when the polarization of the plane-wave is perpendicular to the plane of incidence.

I. 서론

무한한 크기를 가지는 주파수 선택 표면(Frequency selective surface)은 필터, 렌즈 또는 인공 유전체와 같은 실제의 마이크로파 구조물의 해석에 있어서 유용한 모형이 된다.[1] 그러나 주파수 선택 표면을 이들 각각에 응용하기 위해서는 주파수 선택 표면의 반사계수 및 전송계수를 알 수 있어야 한다.

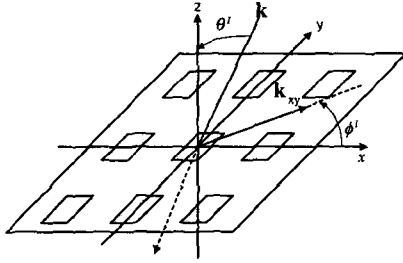
본 논문에서는 갤러킨 방법에 기초한 모멘트법을 이용하여 구형 도체판이 주기적으로 배열된 무한한 크기

의 주파수 선택 표면에 대한 반사 특성을 해석한다. 여기서 도체판은 무한히 얇은 완전 도체이고 이 주파수 선택 표면으로 입사의 편파를 가지는 평면파가 임의의 각으로 입사한다고 가정한다. 해석 과정에서 도체판 배열 부근에서의 전자계 분포는 Floquet 모드 함수의 집합으로 확장된다. 그리고 도체판에서의 전계 경계 조건을 적용함으로써 각 도체판에서의 미지 전류에 대한 적분 방정식을 얻게 된다. 이 적분 방정식을 풀이하기 위하여 미지 전류를 직교 모드 함수의 집합으로 표현하고 이들 모드 함수의 계수가 모멘트법에 의하여 결정된다.

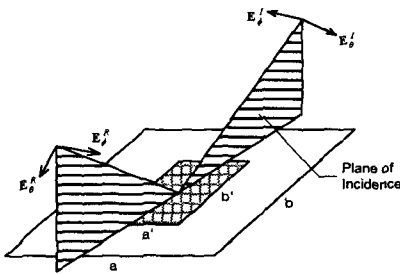
II. 주파수 선택 표면 해석

본 논문에서는 그림 1에 보여지는 것과 같이 도체소자가 주기적으로 배열된 구조를 갖는 무한 크기의 FSS의 특성에 대하여 해석한다. 그림에서의 도체소자는 무한히 얇은 완전도체이고 그림 1의 구조를 갖는 FSS에 수평과 수직 성분의 전계를 가지는 평면파가 (θ, ϕ) 의 각도로 입사한다고 가정한다. 이러한 입사 평면파에 의하여 산란 전계 E^{scat} 를 발생시키는 전류 J 가 FSS상에 유기된다. FSS상의 근사 전류밀도는 적절히 선택된 기저함수와 미지의 근사계수의 조합을 통하여 얻어지게 되며, 근사치와 최적치와의 차이는 갤러킨의 방법에 의하여 최소화된다. 기저함수는 구형의 FSS 소자에서의 전류분포를 적절히 표현할 수 있도록 선정된다. 구해진 전류밀도와 자유공간에서의 그린함

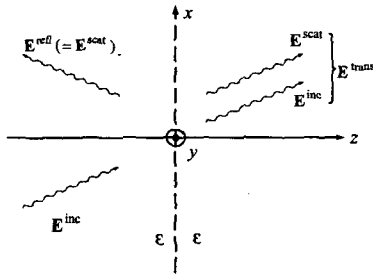
수로부터 벡터 포텐셜 \mathbf{A} 를 결정하고, 이 벡터 포텐셜로부터 산란 전계 강도 \mathbf{E}^{scat} 를 구하게 된다.



(a) 좌표 시스템



(b) Unit cell 크기



(c) 평면파의 반사 및 전송
그림 1. 주파수 선택 표면

입의의 편파를 가지는 평면파가 $z=0$ 인 위치에 있는 FSS로 입사한다고 가정하면, 전계 강도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} E_x^{\text{inc}}(x, y) \\ E_y^{\text{inc}}(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x^{\text{inc}}(\alpha_0, \beta_0) \\ E_y^{\text{inc}}(\alpha_0, \beta_0) \end{bmatrix} e^{j(\alpha_0 x + \beta_0 y)} \quad (1)$$

여기서 α_0, β_0 그리고 k 는 다음과 같다.

$$\alpha_0 = k \sin \theta_{\text{inc}} \cos \phi_{\text{inc}}, \beta_0 = k \sin \theta_{\text{inc}} \sin \phi_{\text{inc}}, k = 2\pi/\lambda \quad (2)$$

이 진행 전자계는 그림 1.(c)에서와 같은 산란 전자계를 방사하는 전류를 FSS에 유기시킨다. 유기된 전류에 의한 산란 전계는 다음과 같이 구해진다.[2]

$$\mathbf{E}^{\text{scat}}(\mathbf{r}) = -j\omega\mu \left\{ \mathbf{A}(\mathbf{r}) + \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r})) \right\} \quad (3)$$

FSS 도체판에서의 경계조건으로부터 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$-\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) = -j\omega\mu \left\{ \mathbf{A}(\mathbf{r}) + \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r})) \right\} \quad (4)$$

여기서 $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ 은 다음과 같다.

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \iint_{\text{source}} G(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') dS' \quad (5)$$

$z=0$ 인 평면상에 위치하는 FSS 도체판에서는 J_x 와 J_y 전류 성분만이 존재하게 되므로 A_x 와 A_y 만이 존재하게 된다. 그러므로 직각 좌표계에서 식 (3)은 다음과 같이 표현된다.

$$E_x^{\text{scat}}(x, y) = -j\omega\mu \left[A_x(x, y) + \frac{1}{k^2} \left(\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial y} \right) \right] \quad (6)$$

$$E_y^{\text{scat}}(x, y) = -j\omega\mu \left[A_y(x, y) + \frac{1}{k^2} \left(\frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} \right) \right] \quad (7)$$

직각 좌표계에서 \mathbf{A} 의 일반해는 다음과 같이 주어진다.[2]

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \int \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{A}(\alpha, \beta)_{z=0} e^{j(\alpha x + \beta y)} e^{\pm j\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \beta^2} z} d\alpha d\beta \quad (8)$$

배열의 입의의 한 셀에서의 전류 및 전자계의 크기와 입의의 다른 셀에서의 전자계의 크기는 두 셀에 대한 진행 평면파의 선형적인 위상차에 의하여 결정된다. 그러므로, FSS가 x 축과 y 축에 대하여 각각 공간 주기 a 와 b 를 갖는다면, 전류는 다음과 같다.

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \sum_{m, n} \mathbf{A}(\alpha_m, \beta_n)_{z=0} e^{j(\alpha_m x + \beta_n y)} e^{\pm j\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2} z} \quad (9)$$

여기서 α_m 과 β_n 은 다음과 같이 표현된다.

$$\alpha_m = \alpha_0 + \frac{2m\pi}{a}, \beta_n = \beta_0 + \frac{2n\pi}{b} \quad (10)$$

식 (9)를 식 (6)과 (7)에 대입함으로써 다음의 행렬식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} E_x^{\text{scat}}(\alpha_m, \beta_n) \\ E_y^{\text{scat}}(\alpha_m, \beta_n) \end{bmatrix} = -j\omega\mu \begin{bmatrix} 1 - \frac{\alpha_m^2}{k^2} & -\frac{\alpha_m \beta_n}{k^2} \\ -\frac{\alpha_m \beta_n}{k^2} & 1 - \frac{\beta_n^2}{k^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x(\alpha_m, \beta_n) \\ A_y(\alpha_m, \beta_n) \end{bmatrix} \quad (11)$$

식 (5)에 푸리에 변환을 수행하여 식 (11)에 대입하여 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} E_x^{\text{scat}}(\alpha_m, \beta_n) \\ E_y^{\text{scat}}(\alpha_m, \beta_n) \end{bmatrix} = \frac{-1}{2\omega\epsilon} \begin{bmatrix} \frac{k^2 - \alpha_m^2}{\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} & \frac{-\alpha_m \beta_n}{\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} \\ \frac{-\alpha_m \beta_n}{\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} & \frac{k^2 - \beta_n^2}{\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x(\alpha_m, \beta_n) \\ J_y(\alpha_m, \beta_n) \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (4)를 다음과 같이 다시 정리함으로써 스펙트럼 영역에서의 전계 방정식을 얻을 수 있다.

$$-\frac{1}{2\omega\epsilon} \sum_{m,n} \begin{bmatrix} \frac{k^2 - \alpha_m^2}{\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} & \frac{-\alpha_m \beta_n}{\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} \\ \frac{-\alpha_m \beta_n}{\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} & \frac{k^2 - \beta_n^2}{\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x(\alpha_m, \beta_n) \\ J_y(\alpha_m, \beta_n) \end{bmatrix} e^{j(\alpha_m x + \beta_n y)} = \begin{bmatrix} E_x^{inc}(\alpha_m, \beta_n) \\ E_y^{inc}(\alpha_m, \beta_n) \end{bmatrix} \quad (13)$$

미지의 전류 계수를 구하기 위하여 전계 방정식은 그 기저 함수들과 내적이 취해지며 기저 함수 집합 영역에 대하여 적분된다. 이러한 과정에 의하여 전류 계수에 대한 행렬식이 얻어진다.

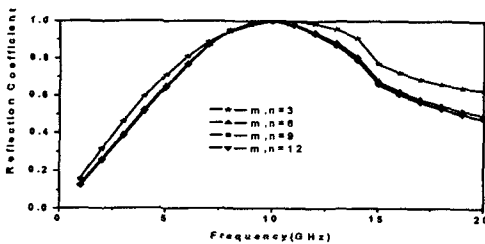
다음과 같은 TE와 TM 도파관 모드의 집합을 기저 함수로서 이용한다.

$$\Psi_{TE}^{TE}(x, y) = \left[\frac{p\pi x}{a'} \sin \frac{p\pi x}{a'} \cos \frac{q\pi y}{b'} \hat{x} + \frac{q\pi y}{b'} \cos \frac{p\pi x}{a'} \sin \frac{q\pi y}{b'} \hat{y} \right] \exp[j(\alpha_0 x + \beta_0 y)] \quad (14)$$

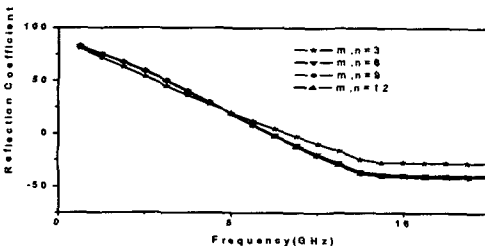
$$\Psi_{TM}^{TM}(x, y) = \left[\frac{p\pi x}{b'} \sin \frac{p\pi x}{a'} \cos \frac{q\pi y}{b'} \hat{x} - \frac{q\pi y}{a'} \cos \frac{p\pi x}{a'} \sin \frac{q\pi y}{b'} \hat{y} \right] \exp[j(\alpha_0 x + \beta_0 y)] \quad (15)$$

III. 해석 결과

본 논문에서는 10GHz에 대하여 설계된 FSS에 대한 특성을 검토하였다. 그림 2에서는 $\theta = 0^\circ, \phi = 0^\circ$ 인 수직 입사의 경우 Floquet 고조파의 수에 따른 반사계수 및 위상 특성을 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 Floquet 고조파의 수 m 과 n 이 9 이상일 경우 반사계수 및 위상이 일정한 결과를 나타냄을 확인할 수 있다.



(a) 반사계수

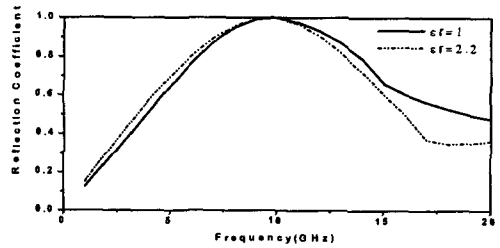


(b) 위상 특성

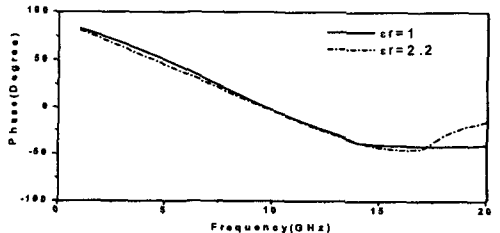
그림 2. Floquet 고조파의 수에 따른 반사계수 및 위상

그림 3, 4 및 5는 Floquet 고조파의 수 m 과 n 을 9로 하여 평행 편파 및 직교 편파에 대하여 시뮬레이션을 실시한 결과이다.

평행 편파의 경우 주파수에 따른 반사계수 및 위상 특성이 그림 3과 4에 나타나어져 있다. 유전체가 없는 FSS를 고려하면 ($b=21\text{mm}, a=7.5\text{mm}, b'=19.75\text{mm}, a'=1.5\text{mm}$), 14.3GHz 근처에서 반사계수가 다소 급격하게 변하는 현상이 발생되는데, 이러한 현상은 첫 번째 기생 모드의 여기로 인하여 발생하게 된다.



(a) 반사계수



(b) 위상 특성

그림 3. 수직 입사 ($\theta = 0^\circ, \phi = 90^\circ$)에 대한 FSS의 반사 특성 및 위상(평행 편파 입사)

그림 4는 유전체가 추가된 FSS의 특징을 나타내고 있다. 유전체를 추가하고 FSS의 크기를 다소 수정하면 ($b=17\text{mm}, a=7.5\text{mm}, b'=15.75\text{mm}, a'=1.5\text{mm}$, 기판의 높이 $d=1.57\text{mm}$), 주파수 선택 특성에 있어서는 다소의 열화가 발생하나 수직 입사가 아닌 경우에서의 안정도는 유전체가 없는 경우보다 다소 향상되게 된다. 유전체를 추가시키게 되면 셀의 크기를 감소시킬 수 있고 그에 따라서 기생 모드는 보다 높은 주파수에서 발생하게 된다. 그림 3으로부터 기생 모드가 심각한 영향을 미치지 않는다는 것을 알 수 있다.

평행 편파와 비교해서 직교 편파의 입사를 고려하면, 그림 5에서 보는 것과 같이 반사계수는 입사각에 거의 독립적이다. 그림의 결과는 유전체가 없을 경우

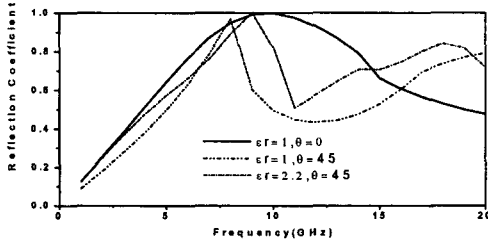
FSS의 크기는 $b=21\text{mm}$, $a=7.5\text{mm}$, $b'=19.75\text{mm}$, $a'=1.5\text{mm}$, 그리고 유전체가 사용된 경우의 크기는 $b=17\text{mm}$, $a=\text{mm}$, $b'=15.75\text{mm}$, $a'=1.5\text{mm}$, 기판의 높이 $d=1.57\text{mm}$ 로 가정하여 얻어진 것이다.

IV. 결론

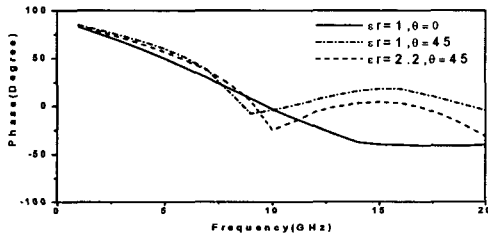
본 논문에서는 구형 도체판으로 구성된 무한한 크기의 주파수 선택 표면을 모멘트법을 이용하여 해석하였다. Floquet 고조파의 수에 따른 반사계수 및 위상 특성의 비교를 통하여 정확한 해를 얻을 수 있도록 Floquet 고조파의 수는 9로 선택하였다. 해석에 있어서는 입사 평면파의 편파 및 입사 방향에 따른 주파수 선택 표면의 반사 특성 그리고 유전체의 추가에 따른 반사 특성 및 위상 특성을 비교하였으며, 비교 결과 입사파의 전계가 입사면과 평행한 경우에는 입사 방향에 따라 반사 특성에 두드러진 변화가 발생하지만 입사파의 전계가 입사면과 수직인 경우 반사 특성은 입사방향과 거의 독립적인 것으로 나타났다. 또한 유전체가 추가로 인해서 수직 입사하는 평행 편파의 경우에는 반사계수의 주파수 선택 특성에서는 다소의 열화가 발생하지만 경사 입사하는 경우에는 주파수 선택 특성에서 유전체가 없는 경우보다 안정한 특성을 나타내었다.

[참고문헌]

- [1] Chao-Chun Chen, "Scattering by a Two-Dimensional Periodic Array of Conducting Plates", *IEEE A&P*, Vol. AP-18, No.5, Sep. 1970.
- [2] Craig Scott, *The Spectral Domain Method in Electromagnetics*, Artech House, 1989. pp. 1-39.
- [3] Jeffery A. Reed, *Frequency Selective Surfaces with Multiple Periodic Elements*, Ph. D. Thesis, Univ. of Texas, 1997.
- [4] C. Mias, C. Tsakonas and C. Oswald, *An Investigation into Feasibility of Designing Frequency Selective Windows Employing Periodic Structures*, Final Reports the Radiocommunication Agency, Nottingham Trent University, 2001.

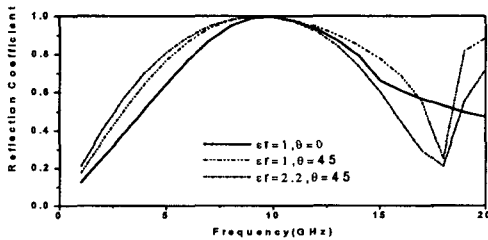


(a) 반사계수

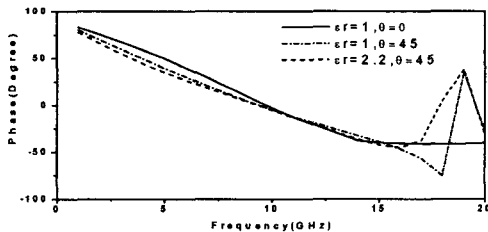


(b) 위상 특성

그림 4. 경사입사 ($\theta=45^\circ$, $\phi=90^\circ$)에 대한 FSS의 반사 특성 및 위상(평행 편파 입사)



(a) 반사계수



(b) 위상 특성

그림 5. 경사입사 ($\theta=45^\circ$, $\phi=90^\circ$)에 대한 FSS의 반사 특성 및 위상(직교 편파 입사)