

LLR의 분산값을 이용한 효율적인 반복중단 알고리즘

심 병 섭, 정 대 호, 정 성 태, 정 경 태*, 김 환 용
 원광대학교, 군산대학교*
 전화 : 063-850-6740 / 팩스 : 063-857-3999

An Efficient Iterative Decoding Stop Criterion using the Variance Value of LLR

Byoung Sup Shim, Dae Ho Jeong, Sung Tae Jung,
 Kyung Taek Chung*, Hwan Yong Kim
 Wonkwang Univ., Kunsan National Univ.*
 E-mail : shim@wonkwang.ac.kr

Abstract

In this paper, it proposes the efficient iterative decoding stop criterion using the variance value of LLR. It is verifying that the proposal iterative decoding stop criterion can be reduced the average iterative decoding number compared to conventional schemes with a negligible degradation of the error performance.

I. 서 론

터보부호는 큰 인터리버와 반복복호 기법을 사용하여 비트 에러율 관점에서 사는 한계에 근접하는 아주 우수한 오류정정 능력을 가지는 것으로 알려져 있다^[1].

터보부호의 복호기는 연판정(soft-decision)값을 출력하는 SISO(Soft-input Soft-output) 방식을 사용하며 터보부호의 구조상 2개의 복호기로 구성된다^[1,2]. 각 복호기가 생성하는 연판정값을 다른 복호기에 넘겨주어 반복복호를 수행한다. 일반적으로 고정된 반복복호 횟수를 고려할 경우 다양한 채널환경에서 SNR이 증가할 때 무의미한 반복이 이루어져서 복호지연과 연산량이 증가하게 된다. 따라서 무의미한 반복에 의한 연산량과 복호지연을 줄이기 위해서는 반복복호를 효율적으로 중단시킬 수 있는 반복중단 기법이 필요하게 된다.

본 논문에서는 고정된 반복 횟수 이전에 중단시킬 수 있는 기법으로서 연판정 출력값에 대한 분산값을 중단조건으로 이용하여 BER 성능의 손실없이 평균 반복 복호 횟수를 크게 감소시킬 수 있는 새로운 반복중단 알고리즘을 제안한다.

II. 반복중단 알고리즘

그림 1은 터보복호기의 구조로서 직렬로 연결된 2개의 MAP 복호기와 인터리버, 디인터리버로 구성된다.

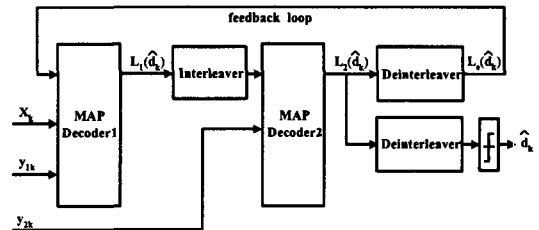


그림 1. 터보복호기의 구조

터보부호의 복호과정에서 복호기 출력값은 log likelihood ratio(LLR)로 표현되며 수신 신호열을 R_1^N 이라 할 때 정보비트 d_k 에 대한 LLR 출력값은 식 (1)과 같이 정의할 수 있다.

$$L(\bar{d}_k | R_1^N) = \log \frac{P(\bar{d}_k = 1 | R_1^N)}{P(\bar{d}_k = 0 | R_1^N)} \quad (1)$$

여기서 N 은 인터리버의 크기를 나타낸다. 식 (1)에서 LLR 출력값은 수신 신호열이 R_1^N 일 때 정보비트 d_k 가 "1"일 확률과 "0"일 확률의 비에 log를 취한 값임을 알 수가 있다. 이러한 LLR 출력값은 식 (2)와 같이 세가지 항의 합으로 나타낼 수 있다.

$$L(\bar{d}_k | R_1^N) = L_u(d_k) + L_e y_k + L_v(\bar{d}_k) \quad (2)$$

여기서 $L_a(d_k)$ 는 정보비트 d_k 에 대한 사전정보(a priori information)값이고 두 번째 항은 수신된 systematic 정보에 대한 값이다. 여기서 L_c 는 채널의 신뢰도로서 가우시안 채널에서는 $2/\sigma^2$ 의 값을 갖는다. 그리고 세 번째 항은 외부정보(extrinsic information)값이다.

복호과정에서 앞 단의 구성 복호기에서 계산된 외부 정보는 인터리버를 거쳐서 다음 단의 구성 복호기에 대한 사전정보로 이용되기 때문에 보다 신뢰성 있는 연판정 출력값을 가지게 된다. 식 (2)로부터 i 번째 반복복호 후에 각 복호기의 출력값은 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} L_1^{(i)}(\vec{a}_k) &= L_{\vec{a}}^{(i-1)}(\vec{a}_k) + L_{\mathcal{Y}_k} + L_{a_1}^{(i)}(\vec{a}_k) \\ L_2^{(i)}(\vec{a}_k) &= L_{a_1}^{(i)}(\vec{a}_k) + L_{\mathcal{Y}_k} + L_{\vec{a}}^{(i)}(\vec{a}_k) \end{aligned} \quad (3)$$

기존의 반복중단 알고리즘으로는 Hagenauer 등에 의해서 제안된 CE(Cross Entropy) 반복중단 알고리즘과 Shao 등에 의해서 제안된 SCR(Sign Change Ratio)과 HDA(Hard Decision Aided) 반복중단 알고리즘이 있다^[2,3].

CE 반복중단 알고리즘은 각 반복과정에서 cross entropy를 계산하고 현재 계산된 cross entropy값과 첫 번째 반복에서 계산된 cross entropy값을 이용하여 중단조건을 검사한다^[2]. i 번째 반복에서 cross entropy, $T(i)$ 는 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$T(i) = \sum_{k \in \Lambda} \frac{|L_{\vec{a}}^{(i)}(\vec{a}_k) - L_{\vec{a}}^{(i-1)}(\vec{a}_k)|^2}{\exp(|L_{\vec{a}}^{(i-1/2)}(\vec{a}_k)|)} \quad (4)$$

여기서 $T(i) < \delta \cdot T(1)$ 을 만족할 경우 반복을 중단한다. δ 는 $10^{-2} \sim 10^{-4}$ 사이의 값을 갖으며 δ 가 작을수록 성능의 저하없이 반복복호를 중단할 수 있다.

SCR 반복중단 알고리즘은 반복복호시 외부정보의 부호 변화를 검사하여 반복복호를 중단하는 것이다. 변화하는 부호의 갯수를 구하기 위해서 식 (4)를 식 (5)와 같이 근사화시킬 수 있다^[3].

$$\begin{aligned} T(i) &\approx \sum_{k \in \Lambda} \frac{|\Delta L_{\vec{a}}^{(i)}(\vec{a}_k)|^2}{\exp(|L_1^{(i-1)}(\vec{a}_k)|)} \\ &+ \sum_{k \in \Lambda} \frac{|\Delta L_{\vec{a}}^{(i)}(\vec{a}_k)|^2}{\exp(|L_1^{(i-1)}(\vec{a}_k)|)} \\ &= T_1(i) + T_2(i) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $T_1(i)$ 는 $T_2(i)$ 에 비해서 매우 작기 때문에 식 (5)를 정리하여 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$T(i) \approx \sum_{k \in \Lambda} \frac{|\Delta L_{\vec{a}}^{(i)}(\vec{a}_k)|^2}{\exp(|L_1^{(i-1)}(\vec{a}_k)|)} \approx \delta_i C(i) \quad (6)$$

$C(i)$ 의 범위가 $C(i) \leq (0.005 \sim 0.03)N$ 이면 복호를 중단하게 된다.

HDA 반복중단 알고리즘은 현재의 경판정 출력값들이 이전 반복에서 복호된 경판정 출력값들과 일치할 경우 반복을 중단하는 것으로 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{sign}(L_2^{(i)}(\vec{a}_k)) = \text{sign}(L_2^{(i-1)}(\vec{a}_k)) \quad \text{all } k \in \Lambda \quad (7)$$

따라서 두 번째 구성 복호기의 이전 복호과정에서 얻어진 경판정 출력값들을 메모리에 저장하고, 이 저장되어 있는 값들과 현재 경판정 출력값들과의 이진 덧셈 연산의 결과값이 "0"이 되면 반복을 중단하게 된다.

III. 제안된 반복중단 알고리즘

본 논문에서 제안하는 LLR의 분산값에 의한 반복중단 알고리즘은 각 반복복호 과정에서 터보복호기의 최종 연판정 출력값인 식 (2)에 대한 신뢰도를 측정하는 척도로서 LLR에 대한 분산값을 이용한다. 따라서, 현재 계산된 LLR의 분산값을 이용하여 중단조건을 검사하게 된다.

식 (1)은 수신 정보열이 R_1^N 일 때 정보비트 d_k 가 "1"일 확률과 "0"일 확률의 로그비율(log ratio)이다. 따라서 $L(\vec{a}_k | R_1^N)$ 가 양(+)의 값일 경우에는 정보비트 d_k 가 "1"일 확률이 "0"일 확률에 비해서 더 크다는 것을 나타내므로 복호되는 값은 "1"이 되고, $L(\vec{a}_k | R_1^N)$ 가 음(-)의 값일 경우에는 정보비트 d_k 가 "0"일 확률이 "1"일 확률에 비해서 더 크다는 것을 나타내므로 복호되는 값은 "0"이 된다.

이러한 LLR은 앞에서 언급한 식 (2)이며 두 번째 복호기의 최종 연판정 출력값인 LLR을 다시 쓰면 식 (8)과 같이 세가지 항의 합으로 나타낼 수 있다.

$$L_2^{(i)}(\vec{a}_k) = L_{\mathcal{Y}_k} + L_{a_1}^{(i)}(\vec{a}_k) + L_{\vec{a}}^{(i)}(\vec{a}_k) \quad (8)$$

먼저, LLR의 분산값을 구하는 수식은 식 (8)을 이용하여 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{Var}[L_2^{(i)}] = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} L_2^{(i)}(\vec{a}_k)^2}{N} - \left\{ \frac{\sum_{k=0}^{N-1} L_2^{(i)}(\vec{a}_k)}{N} \right\}^2 \quad (9)$$

여기서 식 (8)을 통해서 얻어지는 터보복호기의 최종

연관정 출력값 $L_2^{(i)}(\mathcal{A}_k)$ 와 그 구성 요소인 채널 신뢰도 L_c 값, 외부정보 L_e 값 및 사전정보 L_a 값들이 임의의 반복 횟수에 따른 분포를 고찰하기 위해서 식 (9)를 이용해서 터보복호기의 LLR에 대한 분산값을 계산하였다.

터보부호의 반복복호가 진행됨에 따라서 터보복호기의 최종 연관정 출력값인 식 (8)의 $L_2^{(i)}(\mathcal{A}_k)$ 는 증가하게 되고, 이에 따라서 식 (9)의 LLR의 분산값도 증가하게 된다. 위에서 언급한 내용을 증명하기 위해서 각 파라미터에 해당하는 값들을 정리하면 표 1과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 $Var(LLR_2)$ 는 LLR의 분산값을 의미하며, 파라미터 추출을 위한 E_b/N_0 는 0.8[dB]로 설정하였다.

표 1. 각 반복횟수에 따른 MAP2의 출력값

반복 횟수	오류 갯수	채널정보 L_c	사전정보 L_a	외부정보 L_e	연관정값 LLR_2	LLR의 분산 $Var(LLR_2)$
1	108	32.5606	-27.8703	45.5299	50.2202	22.8223
2	51	32.5606	-34.7144	109.1477	106.9940	46.3942
3	16	32.5606	51.4953	160.9017	244.9576	77.8233
4	2	32.5606	183.9298	267.8322	484.3226	173.3949
5	0	32.5606	383.8083	417.0286	833.3974	369.9084
6	0	32.5606	646.0160	753.2164	1431.7930	745.1301
7	0	32.5606	756.1419	992.1154	1780.8179	1324.0499
8	0	32.5606	997.7640	1252.1116	2282.4362	1950.9238
9	0	32.5606	1144.4451	1385.3125	2562.3182	2401.2303
10	0	32.5606	1188.8540	1420.1370	2641.5517	2596.6284
11	0	32.5606	1177.5377	1424.4962	2638.5945	2635.4337
12	0	32.5606	1177.4136	1424.7529	2634.7270	2637.8179
13	0	32.5606	1177.1034	1424.7624	2634.4264	2637.9394
14	0	32.5606	1177.0956	1424.7621	2634.4182	2637.9425
15	0	32.5606	1177.0955	1424.7620	2634.4181	2637.9425

표 1에서와 같이 LLR의 분산값이 증가하면 BER 성능도 향상된다. 그러나, 임의의 반복복호 횟수에서는 비트 오류(bit error)가 더 이상 발생하지 않으며, 더 이상의 반복복호를 수행하여도 부호이득을 얻을 수 없음을 알 수가 있다. 또한, 임의의 반복복호 횟수에서 식 (9)의 LLR의 분산값이 임의의 임계값 보다도 더 큰 값에 도달하게 되면 LLR의 분산값은 어떤 값으로 수렴하고 있음을 알 수가 있다.

따라서 어떠한 임계값 이상의 LLR의 분산값이 나타날 때 추가적인 반복복호가 부호이득에 미치는 영향은 매우 작게 되므로 LLR의 분산값을 중단조건으로 고려할 수 있다. 이에 근거하여 식 (9)를 이용하여 중단조건을 제시하면 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$Var[L_2^{(i)}] > TH \quad (10)$$

여기서 i 는 반복복호의 횟수이며, TH 는 반복복호를 중단하기 위한 임계값이다. 또한 중단조건은 시스템의 성능에 최대한 영향을 미치지 않도록 적절한 임계값을 설정해주어야 한다.

결론적으로, 터보부호의 최종 연관정 출력값인 LLR의 분산값을 이용한 반복중단 알고리즘은 각 반복복호시 터보복호기의 출력단에서 계산된 LLR의 분산값과 임계값을 비교하여 상기 임계값보다 클 경우에는 반복을 중단한다.

IV. 모의실험 및 결과

본 논문에서는 기존의 반복중단 알고리즘과 제안된 반복중단 알고리즘의 평균 반복복호 횟수와 BER 성능을 비교하기 위해서 모의실험을 수행하였다. 성능을 분석하기 위한 파라미터를 요약하면 표 2와 같다.

표 2. 성능분석을 위한 파라미터

채널, 변조방식	AWGN, BPSK
구속장(K)	K=4
구성부호(G)	[1101, 1111] ₂ = (15, 17) ₈
부호율(R)	R=1/3
인터리버	랜덤 인터리버
반복중단조건	CE, HDA, SCR, Proposed
프레임 크기	1024
최대반복복호 횟수	15회
요구된 BER	10 ⁻⁶

그림 2는 AWGN 채널에서 모의실험에 사용된 터보부호의 반복복호 횟수에 따른 BER 성능을 나타내었다. 그림 2에 나타난 바와 같이 6회의 반복복호 횟수까지는 BER 성능이 크게 향상되지만 그 이후의 반복복호에서는 성능의 향상이 상대적으로 작게 나타난다. 그 이유로는 고정적인 반복복호 횟수에서 반복복호가 어느 정도 진행하면 그 이상의 반복복호 횟수에서는 부호이득이 매우

작아지기 때문이다. 따라서 의미있는 부호이득을 얻은 뒤에는 반복복호를 효율적으로 중단시킬 수 있는 반복 중단 알고리즘이 필요하다는 것을 알 수가 있다.

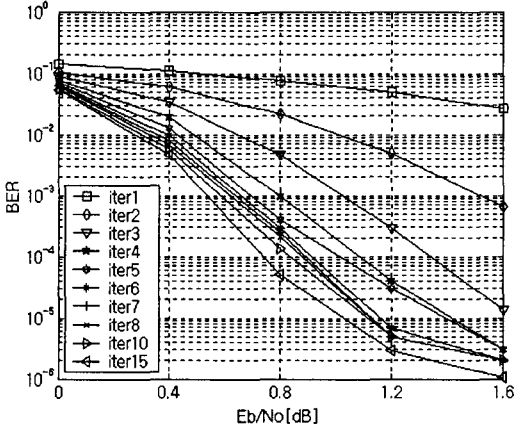


그림 2. 반복복호 횟수에 따른 BER 성능 곡선

그림 3은 최대 15회 반복복호를 모두 수행한 경우와 기존의 반복중단 알고리즘 및 제안된 반복중단 알고리즘의 BER 성능을 나타내었다.

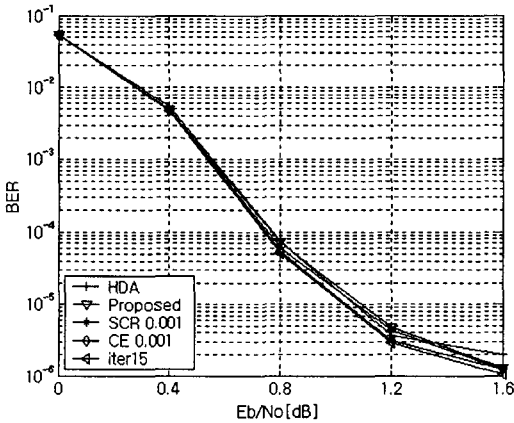


그림 3. 반복중단 알고리즘에 따른 BER 성능 곡선

그림 3에서 CE 중단조건과 SCR 중단조건에 임계값은 각각 0.001로 설정하였다. 기존의 반복중단 알고리즘과 제안된 반복중단 알고리즘의 경우, 모두 비슷한 BER 성능을 나타냄을 알 수가 있다. 그리고 최대 반복복호 횟수인 15회와 비교해서 BER 손실이 거의 나타나지 않음을 확인하였다.

표 3은 반복중단 알고리즘에 따른 평균 반복복호 횟수를 비교한 것으로써 제안된 반복중단 알고리즘은 기존의 반복중단 알고리즘에 비해서 평균 반복복호 횟수가 감소

함을 알 수가 있다. 또한 CE 반복중단 알고리즘과 비교할 때 최대 7.84% 정도의 평균 반복복호 횟수가 감소함을 확인하였다. 전체적으로 제안된 반복중단 알고리즘의 평균 반복복호 횟수는 감소하며 BER 성능은 비교적 좋게 나타났다.

표 3. 각 반복중단 알고리즘의 평균 반복복호 횟수의 비교

[dB]	반복중단 알고리즘					감소율(%) (CE와 비교)
	고정 반복	SCR	HDA	CE	Proposed	
0.0	15	11.6143	11.7693	11.8718	11.6156	2.16 %
0.4	15	6.8531	6.9368	7.1068	6.8625	3.44 %
0.8	15	4.4950	4.5425	4.6025	4.4093	4.20 %
1.2	15	3.5825	3.6468	3.5637	3.2843	7.84 %
1.6	15	3.1250	3.1706	3.0881	2.9343	4.50 %

V. 결 론

본 논문에서는 반복복호 과정에서 연관정 출력값에 대한 분산값을 중단조건으로 이용하여 BER 성능의 손실 없이 평균 반복복호 횟수를 크게 감소시킬 수 있는 반복 중단 알고리즘을 제안하였다.

제안된 반복중단 알고리즘은 BER 성능의 손실 없이 평균 반복복호 횟수에서 기존의 SCR, HDA, CE 반복 중단 알고리즘보다 감소함을 알 수가 있었다. 특히 CE 반복중단 알고리즘과 비교할 때 2.16 ~ 7.84% 정도의 평균 반복복호 횟수가 감소함을 확인하였다.

따라서 제안된 반복중단 알고리즘이 연관정 출력을 이용하는 반복 복호기에 적용될 경우에 복호 지연시간 단축과 전력소모 감소의 효과가 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

- [1] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near shannon limit error correcting coding and decoding : turbo codes," in *Proc. ICC93*, pp. 1064-1070, May 1993.
- [2] J. Hagenauer, E. Offer, and L. Papke, "Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, no. 2, pp. 429-445, Mar. 1996.
- [3] Rose Y. Shao, Shu Lin, and Marc P. C. Fossorier "Two Simple Stopping Criteria for Turbo Decoding," *IEEE Trans. on Communications*, vol. 47, no. 8, pp. 1117-1120, Aug. 1999.