

# Non-parametric 알고리즘을 이용한 신호의 DOA 추정

\* 이 광식, \*\* 문성의, \*\*\* 양두영  
\* 제주대학교 통신공학과, (주)제주방송, \*\* 제주대학교 통신컴퓨터 공학부  
\*\*\* 제주대학교 통신 컴퓨터 공학부, 첨단 기술 연구소  
전화 : 064-754-3636 / 핸드폰 : 016-658-1328

## DOA estimation of signals using non-parametric algorithm

\* Kwang Sic Lee, \*\* Seong Ik Moon, \*\*\* Doo Yeong Yang  
\* Dept. of Telecommunication Eng., Cheju Nat'l Univ.,  
Jeju Free International City Broadcasting System  
\*\* Faculty of Telecommunication and Computer Eng., Cheju Nat'l Univ.  
\*\*\* Faculty of Telecommunication and Computer Eng., Cheju Nat'l Univ.,  
Institute of advanced Technology, Cheju Nat'l Univ.  
E-mail : mogly1977@hotmail.com

### Abstract

In this paper, the non-parametric algorithm to estimate DOA(Direction Of Arrival) of signals is proposed and compared with the multidimensional MUSIC algorithm. This non-parametric algorithm with regularizing sparsity constraints achieves super-resolution and noise suppression, effectively. Also, this algorithm offers the increased resolution and significantly reduced sidelobes.

### I. 서론

최근 이동통신에 대한 수요가 급증함에 따라 한정된 주파수 자원을 효과적으로 이용하려는 연구에 많은 관심이 집중되고 있다. 셀룰러, PCS 등의 이동통신은 한정된 주파수를 효과적으로 사용하기 위해 서비스 영역을 다수 개의 셀(cell)로 나누어 주파수 효율성을 증가 시켰지만 셀 분할에 의해 따른 기지국 설치에 대한 비용적 부담과 잡은 핸드오프로 인한 통신 두절로 신뢰성이 떨어지는 단점을 가지고 있다. 따라서 기지국을 증설하지 않고 진보된 안테나 기술을 적용해서 통신 용량을 증가시키고 통신 품질을 개선할 수 있는 연구가 진행되고 있다.[1]

스마트 안테나 기술은 여러 개의 안테나 소자를 배열하여 각각의 안테나 소자에 수신되는 신호들의 이득 및 위상을 조절함으로써 기지국에서 원하는 사용자의 방향으로부터 전파되어 오는 신호만을 수신하고 그 이외의 방향에서 전파되어 오는 다중 간섭에 의한 잡음 신호 레벨을 크게 감소시켜 시스템의 성능을 향상시키고 기지국의 채널 용량을 증가시킬 수 있는 기술이다. 스마트 안테나 기술에서 원하는 방향으로 범을 형성하기 위해서는 먼저 신호의 방향(DOA: Direction Of Arrival)을 추정해야 한다. 배열 소자에 입사되는 신호의 DOA를 추정하는 방법에는 지연-합 방법, 캐논의 최소분산법, MUSIC 알고리즘, ESPRIT 알고리즘, ML 방법 등이 있다.[2]

본 논문에서는 기존의 방법과 달리 회소강제 조정을 포함하는 개선된 non-parametric 알고리즘에 대해 제안하고, 시뮬레이션을 통하여 MUSIC 알고리즘과 비교·분석하고 제안한 알고리즘의 우수성을 입증한다.

### II. non-parametric 알고리즘

회소강제 조정을 포함하는 non-parametric 알고리즘은 각도의 함수로 된 신호 에너지를 추정하기 위해 조정된 목적 함수를 최소화하는 변환 구조를 이용하게 된다.[2-4] 회소강제와 고분해능을 만드는 적합한

non-quadratic 조정 함수의 기능을 갖는  $l_p$ -norm을 사용하는 것이 이 알고리즘의 요점이다. 특히, 배열 안테나로 입사되는 공간 신호원의 에너지 크기와 방향에 따라 분해능의 조정기능을 갖는  $l_p$ -norm과 분해능 변수  $\alpha$  값을 최적으로 수렴시킬 수 있는 알고리즘을 제안한다.

## 2.1 관측 모델

그림 1은  $M$ 개의 배열 안테나에 입사되는  $k$ 개의 신호에 대한 관측 모델과 non-parametric 알고리즘의 계통도이다.

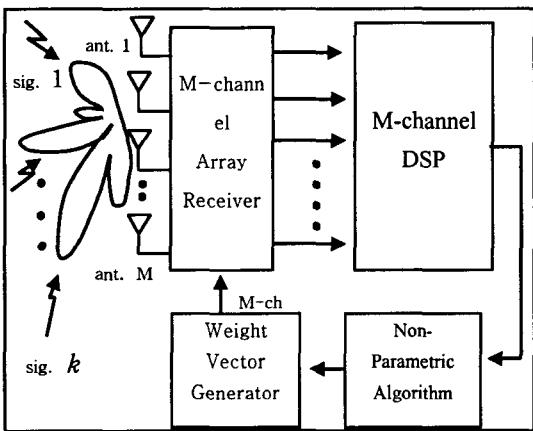


그림 1. 관측모델과 non-parametric 알고리즘 계통도

본 논문에서는  $M$ 개의 다이폴 안테나에 입사되는 공간 신호로부터 추출한 협대역 CDMA신호원을 고려한다.

$$\mathbf{s}(t) = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q e_p b_p(t-q) c_p(t) + n(t) \quad (1)$$

여기서  $e_p$ 는 수신된 신호의 진폭을 나타내며,  $b_p$ 은  $p$ 번째 정보 비트 그리고  $c_p$ 은 PN코드이다.  $q$ 은 페이딩에 의한 신호의 지연을 나타내며  $n(t)$ 는 잡음신호이다.

여러 방향에서 공간신호원이 배열안테나로 입사될 때  $\{\theta_1, \dots, \theta_N\}$ 는 모든 신호의 도달 방향을 나타낸다. 그러므로 시간에 따른 안테나 수신신호  $\mathbf{y}(t)$ 는  $N \times 1$  벡터인  $\mathbf{s}(t)$ 로 표현할 수 있다. 각도  $\theta_i$ 에 신호원이 있다면  $i$ 번째 신호  $s_i(t)$ 는 임의의 신호성분을 갖게 된다. 이에 따른 관측 모델은 식 (2)와 같다.

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

여기서  $M$ 개의 배열 소자 수를 갖는 안테나로부터 수신된  $M \times 1$  벡터인  $\mathbf{y}(t)$ 와  $\mathbf{n}(t)$ 는 안테나 소자에

서 측정되는 신호와 잡음을 나타내고,  $M \times N_p$  인 행렬  $\mathbf{A}$ 는 모든 가능한 DOA에 대응하는 steering 벡터로 구성된다.

## 2.2 목적 함수

$\mathbf{s}(t)$ 는 기본적으로 신호원의 DOA에서 최대치를 갖는다. 따라서 안테나에서 관측된  $\mathbf{y}(t)$ 로부터  $\mathbf{s}(t)$ 를 얻어야 한다. 이러한 과정에서 일반적으로 ill-posed inverse 문제가 야기된다. ill-posed inverse 문제는 회소 강제 조정을 통해서 해결된다. 따라서 수신된 에너지는 적은 수의 DOA들에 집중된다. 이에 따른 시간적 관측에서 합성된 목적 함수는 다음과 같다.

$$J(\bar{s}) = E[\|\mathbf{y}(t) - \mathbf{A} \bar{s}\|_2^2] + \alpha \|\bar{s}\|_p^p \quad (3)$$

여기서  $E[\cdot]$ 는 양상을 시평균 연산자(ensemble expectation operator)이고,  $\|\cdot\|_p^p$ 는  $l_p$ -norm으로  $\|\mathbf{x}\|_p = \left( \sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{1/p}$ 을 나타낸다.  $\bar{s}$ 는 신호가 시간적으로 샘플링되어 조합된 수신 신호임을 표현한 것이다. 식 (3)의 첫 번째 항은  $l_2$ -norm에 근거한 신호 충실도 항으로 최적화를 하기 전에 시간적으로 신호를 조합하며, 두 번째 항은 강제하고자 하는 회소 강제 조정 항이다. 두 번째 항에서 파라미터  $p$ 와  $\alpha$ 의 선택이 고분해능과 잡음 억제의 목적을 달성하는데 중요한 매개체 역할을 담당한다.

$p \leq 1$  일 때 원 신호 근처에서  $l_p$ -norm의 미분 불능으로 인한 문제를 해결하기 위해 식 (4)와 같이  $l_p$ -norm을 근사화시킨다. 식 (3)에 근사화를 적용한 목적 함수는 다음과 같다.

$$J_\epsilon(\bar{s}) = \frac{1}{T} \left( \sum_{t=1}^T \|\mathbf{y}(t) - \mathbf{A} \bar{s}\|_2^2 \right) + \alpha \sum_{i=1}^{N_p} (|\bar{s}_i|^2 + \epsilon)^{p/2} \quad (4)$$

여기서  $T$ 는 알고리즘이 초당 처리해야 할 snapshot의 수를 나타내며 식 (4)를 목적 함수로 사용하여  $J_\epsilon(\bar{s})$ 의 값을 최소화시킨다. 식(4)에서 수치적 최적화 문제를 해결하기 위하여 half-quadratic 조정 방법을 사용한다. half-quadratic 조정은 non-quadratic 최적화 문제를 quadratic 문제의 수열로 변환시킨다. 이에 따른 반복 알고리즘은 다음과 같다.

$$\mathbf{H}(\mathbf{s}^{(n)}) \hat{\mathbf{s}}^{(n+1)} = \frac{1}{T} \left( \sum_{t=1}^T \mathbf{A}^H \mathbf{y}(t) \right) \quad (5)$$

여기서  $n$ 은 반복 횟수를 나타내고,  $\mathbf{A}^H$ 는  $\mathbf{A}$ 의 공액 복소(conjugate complex) 전치행렬이다.

$$\mathbf{H}(\mathbf{s}) \equiv \mathbf{A}^H \mathbf{A} + \alpha \Lambda(\mathbf{s})$$

$$\Lambda(\mathbf{s}) \equiv \text{diag} \left\{ \frac{p/2}{(|s_i|^2 + \epsilon)^{1-p/2}} \right\}$$

$\text{diag}\{\cdot\}$ 는 주어진 식의 대각 행렬을 나타낸다. 최적

$$\text{화는 식 (5)가 } \frac{\|\hat{s}^{(n+1)} - \hat{s}^{(n)}\|_2^2}{\|\hat{s}^{(n)}\|_2^2} < \delta \text{ 일 때까지 반복}$$

한다. 여기서  $\delta$ 는 수렴조건을 나타내는 상수이다. 이러한 형태의 알고리즘의 수렴 특성은 임의의 초기 값으로부터 지역적 최소 값으로 수렴하는 것을 보장한다.

### III. 시뮬레이션

본 논문에서 가정한 입력 신호원은 베이스밴드 단에서의 DOA 추정 능력을 확인하기 위해 방향성과 페이딩을 포함하는 식(2)의 CDMA 신호를 이용하였다. 안테나 소자의 수는 각각 8, 12, 20개의 배열구조를 갖으며 배열 간격은  $0.474\lambda$ 로 하여 균일 분포시켰다. steering 벡터는  $0^\circ$ 에서  $180^\circ$ 까지를  $1^\circ$ 씩 분할하여 구성하였다.

신호대 잡음비(S/N)에 따른 추정 능력을 확인하기 위하여 S/N을  $-30\text{dB}$  ~  $10\text{dB}$  범위에서 계산하였으며, 임의의 신호 방향(random DOA)에 대한 DOA 수에 따른 non-parametric 알고리즘의 특성을 고찰하였다. 또한 snapshot 수에 따른 DOA 추정 능력에 대해서도 시뮬레이션하였다. 이때  $s$ 의 초기치는  $181 \times 1$ 의 '0' 벡터로 설정하였다.

파라미터의 가변 여부에 따른 추정 능력의 차이를 확인하기 위하여  $\alpha$ 를 고정하였을 경우와 반복 과정에서 가변하는 경우를 모두 고려하여 시뮬레이션 하였다. 반복 과정에서의 파라미터  $\alpha$ 의 변환은 전단계의 신호와 현재의 신호를 비교하여 변환하도록 하였다.

파라미터  $\alpha$ 의 최적화 식은 다음과 같다.

$$\alpha = \frac{[\hat{s}^{(n-1)}]^H \hat{s}^{(n)}}{[\hat{s}^{(n)}]^H \hat{s}^{(n)}} \quad (6)$$

그림 2에 MUSIC 알고리즘과 non-parametric 알고리즘의 분해능을 비교하였다. 동일한 조건에서 non-parametric 알고리즘이 뚜렷하게 우수한 특성을 보였으며 부엽도 현저하게 감소시키는 것을 확인할 수 있었다. 그림 3은 파라미터  $\alpha$ 의 가변 여부에 따른 다섯 개의 신호원에 대한 DOA 추정 능력을 나타낸 그림이다. 즉, 파라미터  $\alpha$ 를 임의의 값 0.1로 고정하였을 때와 가변시키면서 최적화시켜 찾아낸 DOA의 추정 능력을 나타낸 그림이다.  $\alpha$ 를 최적화 시킴으로써 DOA 신호의 입사 방향에 따라 달라지는 신호의 분해능을 향상시킬 수 있었다.

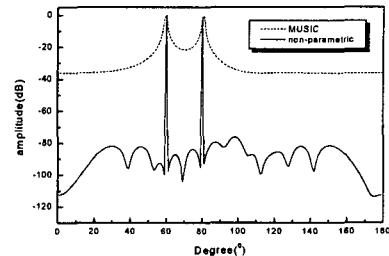


그림 2. 두 개의 신호원( $60^\circ$ ,  $80^\circ$ )에 대한 MUSIC 알고리즘과 non-parametric 알고리즘의 비교 ( $S/N = 10\text{dB}$ )

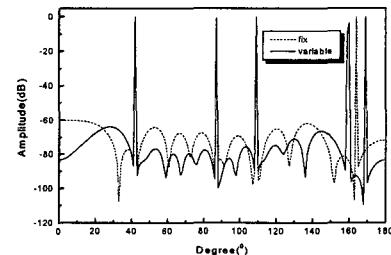


그림 3. 파라미터  $\alpha$ 의 가변 여부에 따른 DOA 추정 능력( $42^\circ$ ,  $87^\circ$ ,  $109^\circ$ ,  $160^\circ$ ,  $171^\circ$ ,  $S/N = 10\text{dB}$ )

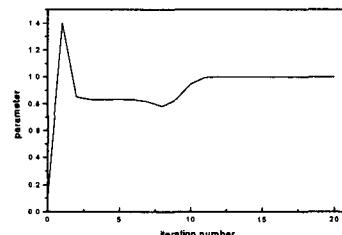


그림 4. 반복에 따른 파라미터  $\alpha$ 의 변화

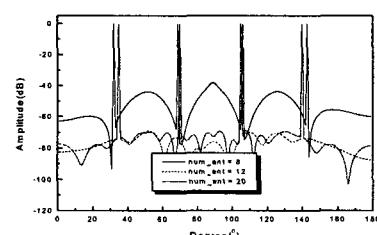


그림 5. 안테나 소자 수에 따른 DOA 추정 능력( $35^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $140^\circ$ ,  $S/N = 3\text{dB}$ )

그림 4는 그림 3의 시뮬레이션에서 파라미터  $\alpha$ 의 변

화량을 나타낸 그림이다. 반복 과정에서 파라미터  $a$ 는 일정한 상수로 수렴해 가는 것을 확인할 수 있었다. 그림 5는 안테나 소자 수에 따른 DOA 추정 능력의 차이를 나타낸 그림이다. 안테나 소자 수가 적을수록 부엽이 증가하고 정확하게 DOA를 추정하지 못하지만 안테나 소자수가 12개 이상인 경우에는 정확한 DOA가 추정됨을 알 수 있었다.

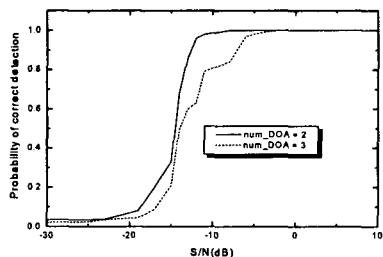


그림 6. S/N에 따른 DOA 추정 확률(2개의 신호:  
60°, 80°, 3개의 신호: 60°, 80°, 140°)

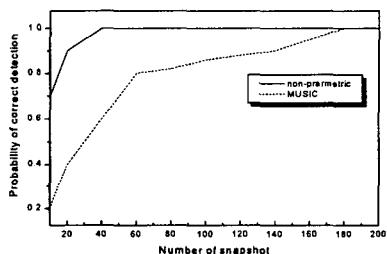


그림 7. snapshot 수에 따른 DOA 추정 확률  
(30°, 70°, 110°, 150°, S/N = 10dB)

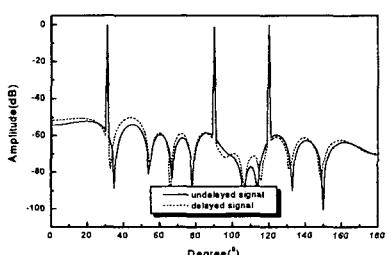


그림 8. 지연되지 않은 신호원과 지연된 신호원의 DOA 추정 능력 비교(30°, 90°, 120°, S/N = -3dB)

그림 6은 배열 안테나 소자수가 12개일 때 신호대 잡음비(S/N)에 따른 DOA 추정 확률을 나타낸 곡선이다. 그림에서 보면 약 -5dB 정도의 S/N에서부터 거의 정확하게 신호의 DOA를 추정하는 것을 확인할 수 있다. 그림 7은 snapshot 수에 따른 DOA 추정 확률을 나타낸 곡선이다. snapshot 수가 40이상이면 100%의

정확도로 DOA를 추정하는 것을 확인할 수 있었다.

그림 8은 지연되지 않은 CDMA 신호와 최대 46bit 지연된 CDMA 신호가 입력될 때 non-parametric 알고리즘을 이용하여 DOA 추정을 시뮬레이션하고 비교한 그림이다. 그림에서 알 수 있듯이 다중반사에 의해 지연된 신호일지라도 DOA 방향을 정확히 추정함을 계산된 스펙트럼을 통하여 확인할 수 있었다.

#### IV. 결론

본 논문에서는 시간적으로 조합된 안테나 수신 신호를 이용하여 안테나 배열에 입사되는 신호의 방향을 추정하는 개선된 non-parametric 알고리즘에 대하여 제안하였고, 시뮬레이션을 통해 제안한 알고리즘의 우수성을 입증하였다.

그 결과, 제안한 알고리즘과 MUSIC 알고리즘을 비교해볼 때 페이딩에 의해 지연된 신호원이 입력되더라도 매우 우수한 특성으로 DOA를 추정하는 것을 확인할 수 있었다. 반복 과정에서 파라미터를 변환하면서 DOA를 추정할 경우 파라미터를 고정하였을 경우보다 더 좋은 특성을 나타내었으며, 본 논문에서 적용된 파라미터는 상황이 바뀔 때마다 수동으로 파라미터를 변환해야 하는 단점을 개선시켜 신호의 DOA를 정확히 추정할 수 있었다.

본 논문에서 제안하고 시뮬레이션한 알고리즘은 제한된 주파수 환경에서 통신 용량을 증가시키고 통화 품질을 향상시킬 수 있는 스마트 안테나 기술에 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

#### 참고문현

- [1] 심동희 외 4인, “3GPP 다중 안테나 기술 동향 Part I : 송신 디버시티 및 범 형성을 중심으로”, Telecommunication Review 제 12권 2호, pp.139-140, 2002.
- [2] Mujdat Cetin 외 2인, “A variational technique for source localization based on a sparse signal reconstruction perspective”, Proceedings of the 2002 IEEE international Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2002. 5.
- [3] Donald Geman 외 1인, “Constrained restoration and the recovery of discontinuities”, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 14, No. 3, 1992. 3.
- [4] A. H. Delaney 외 1인, “Globally convergent edge-preserving regularized reconstruction: an application to limited-angle tomography”, IEEE Trans. Image Processing, vol 7, No. 2, pp204-221, 1998. 2.