

최적제어를 통한 복합적층판의 형상최적화

한석영*, 백춘호*, 박재용*

Shape Optimization in Laminated Composite Plates by Volume Control

Seog Young Han*, Chun Ho Baek*, Jae Yong Park*

Abstract

The growth-strain method was applied to cutout optimization in laminated composite plates. Since the growth-strain method optimizes a shape by generating the bulk strain to make the distributed parameter uniform, the distributed parameter was chosen as Tsai-Hill value. In this study, of particular interest is to see whether the growth-strain method developed for shape optimization in isotropic media would work for laminated composite plates. In volume control of the growth-strain method, it makes Tsai-Hill value at each element uniform in laminated composite plates under the predetermined volume. The shapes optimized by Tsai-Hill fracture index were compared with those of the initial shapes for the various load conditions and predetermined volumes of laminated composite plates. As a result, it was verified that volume control of the growth-strain method worked very well for cutout optimization in laminated composite plates.

Key Words : Shape Optimization(형상 최적화), Composite Plates(복합재 평판), Volume control(체적제어), Multiple Cutouts(다중구멍), Growth-Strain Method(성장변형률법)

1. 서론

형상 최적설계는 마지막 단계에서의 기능적인 필요성 때문에 노치(notches)나 구멍(holes), 필렛(fillets)을 위해 세부 설계를 하고자 할 때, 혹은 초기 설계단계에서 무게나 비용을 고려하기 위한 개념 설계를 하는데 있어 중요하다.

대부분의 이론들이 목적함수를 최소화하기 위한

수학적인 프로그램에 기초를 두고 경계 조건의 매개변수화와 설계 민감도(design sensitivity)의 해석을 통하여 최적화를 수행하도록 되어 있다^(1,2). 따라서, 최적화를 수행하는데 많은 계산을 필수적으로 수반하게 되며 대규모의 기억용량을 필요로 한다. Azegami는 von Mises의 유효응력과 같은 매개변수를 균일하게 분포시킴으로써 최적화를 이루는 성장변형률법을 제안하였다⁽³⁾.

* 주저자, 한양대학교 기계공학부 (syhan@hanyang.ac.kr)

주소: 133-791 서울시 성동구 행당동 한양대학교

+ 한양대 대학원

이 기법은 경계 조건의 매개변수화와 설계민감도 해석이 없이 균일 강도 또는 최대 강성을 갖는 형상을 설계할 수 있고, 고체 구조물들의 형상 최적화에 성공적으로 적용될 수 있다.

고체 구조물들에서, 최근에는 다중 연결 구조물이 개선되어왔다. 그러나, 수학적 계산기법에 의한 복합적층구조물에 대한 많은 연구들과 ESO (evolutionary structural optimization)가 발표되었지만, 아직까지 복합적층구조물의 구멍 최적화에는 적용되지 않았다⁽⁴⁾.

본 연구에서는 등방성 물질의 형상 최적화에 대해 개발된 체적 제어를 통한 성장 변형률법이 복합적층판에 잘 적용되는지를 알아보는데 특별한 관심을 둔다. 성장변형률법은 분포된 매개변수를 균일하게 만들기 위한 체적변형을 형성하여 형상을 최적화하기 때문에, 분포된 매개변수는 Tsai-Hill 값으로부터 얻어진다.

성장변형률법의 체적제어에서, 복합적층판에 있는 각각 요소의 균일함은 Tsai-Hill 값이 만든다. 따라서, 구멍 경계에서 최대 Tsai-Hill 파손지수는 초기 볼륨을 유지하는 가운데 평균 Tsai-Hill 값에 수렴되고, 이미 결정된 체적을 유지하기 위해 더 큰 Tsai-Hill 값에 수렴된다.

그리고, 선형 PID (proportional integral plus derivative) 제어가 설계자가 요구하는 체적으로 제어하고, 수렴비를 향상시키기 위해 이행된다.

끝으로, 복합적층판의 구멍 최적화를 위해 유한요소법을 이용한 상용 소프트웨어와 향상된 성장변형률법을 이용하여 자동화된 형상 최적화 시스템을 개발하였다.

2. 성장변형률법 (Growth-Strain Method)

성장변형률법은 분포된 매개변수를 균일하게 만들어 체적변형을 형성함으로써 형상을 최적화한다. 성장변형률법의 최적화는 2단계 반복과정으로 이루어진다. 첫 단계는 역학적 조건하에서 분포된 매개변수를 계산하기 위한 응력 해석 단계이며, 두 번째 단계는 응력 해석을 바탕으로 계산된 결과에 의해 구조물의 형상을 최적 형상으로 변화 시켜 가는 성장 해석(체적변형) 단계이다.

본 연구에서 Tsai-Hill 파손지수는 강도를 균일하게 하기 위한 문제들로 취급되기 때문에 분포된 매개변수로 선택되었다. 만약 분포된 매개변수가

Tsai-Hill 파손지수와 같이 체적이나 면적당 양으로써 정의된다면, 분포된 매개변수는 일반적으로 국부 극소 체적에 증가하는 체적을 감소시키는 물리량을 가진다. 따라서 체적변형은 분포된 매개변수를 균일화하기 위해 형상을 수정하는 성장 법칙의 식 (1)에 기인하여 분포된 매개변수의 함수로써 생성된다.

모든 요소에서 축소 체적변형은 σ 와 $\bar{\sigma}$ 의 편차에 비례해서 σ 가 $\bar{\sigma}$ 보다 작은 곳에서 발생하고, 팽창 체적변형은 σ 가 $\bar{\sigma}$ 보다 클 때 발생한다.

체적변형은 식 (1)에 의해 계산되었다. 물체를 열등방성이라고 가정할 때, 열 변형률은 전단 성분이 없는 벌크 변형률이 발생한다. 그러므로, 열 변형률은 성장 해석에서의 식 (2)와 유사한 형태를 갖는다.

$$\epsilon_{ij}^B = \frac{\sigma - \bar{\sigma}}{\sigma} \delta_{ij} h \quad (1)$$

$$\epsilon_{ij}^T = \alpha \Delta T \delta_{ij} \quad (2)$$

여기서, ϵ_{ij}^B 는 체적 변형, σ 는 Tsai-Hill 파손 지수인 분포된 매개변수, $\bar{\sigma}$ 는 매개변수의 초기값 (평균 Tsai-Hill 파손지수), δ_{ij} 는 Kronecker delta, h 는 성장변형의 크기를 조절하는 1보다 훨씬 작은 임의의 상수인 성장률이다.

체적제어는 Tsai-Hill 값을 균일하게 만든다. 그러면, 강도가 체적한도 내에서 최대화된다. 만약 설계자가 목표하는 체적을 만들 때, 식 (3)은 PID 제어 이론을 적용한 성장변형률법의 식 (1)에 의해 수정된다. 따라서, 체적은 식 (3)에 의해 효과적으로 제어될 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij}^{B(n)} = & \frac{\sigma^{(n-1)} - \bar{\sigma}^{(n-1)}}{\bar{\sigma}^{(n-1)}} \delta_{ij} h \\ & - \left\{ K_p \frac{V^{(n-1)} - V_{obj}}{V_{obj}} + K_I \sum_{k=1}^{n-1} \frac{V^{(k)} - V_{obj}}{V_{obj}} \right. \\ & \left. + K_D \frac{V^{(n-1)} - V^{(n-2)}}{V_{obj}} \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\bar{\sigma}^{(n-1)} = \sum_e \frac{\sigma_e v_e}{V^{(n)}} \quad (4)$$

여기서, (n) 은 n 번째 반복횟수, K_p , K_I , K_D 는 비례상수, v_e 는 각 요소의 체적, σ_e 는 각 요소의 대표 Tsai-Hill 파손지수, V_{obj} 는 목표하는 총 체적, $V^{(n)}$ 은 n 번째 반복회수에서의 총 체적을 의미한다.

K_p 를 가진 항은 PID 제어에서 비례 동작에 대응하고 목표체적과의 편차에 따라 체적변형을 발생시킨다. K_I 를 가진 항은 적분 동작에 대응하고 잔류편차를 줄인다. 또, K_D 를 포함하는 항은 미분 동작에 대응하며 외란에 대한 응답을 가속화시킨다. 그러나, 본 연구에서 최적화 과정동안 진동이 발생하는 것이 발견되어, K_D 는 0으로 하였다⁽⁵⁾.

3. 적용예

3.1 한 개의 구멍을 가진 $[\pm 45/0/90]_s$ 준등방성 복합재 평판

한 개의 구멍을 가진 준등방성 복합재 평판의 형상최적화는 그림 1(a)에 보여주는 전단응력과 (1:1:0.3) 이축응력에 대한 체적제어에 의해 이루어진다. 복합재의 물성치는 표 1에 나타내었다.

체적의 목표값은 각각 초기 체적과 초기 체적의 85%로 유지하도록 설정하였다. h 값과 K_p, K_I, K_D 는 각각 0.025, 0.5, 0.5, 0.0 이다. 이 값들은 수치 해석적 경험을 바탕으로 얻어낸 값이다.

Table 1. Composite material properties

Nominal material data for unidirectional carbon fiber composite		
E1	128GPa	
E2	11.3GPa	
G12	6.0Gpa	
μ_{12}	0.3	
Ply thickness	0.16mm	
STRENGTH	TENSILE	COMPRESSIVE
Longitudinal	1.45GPa	1.25GPa
Transverse	52MPa	100MPa
Shear	93MPa	

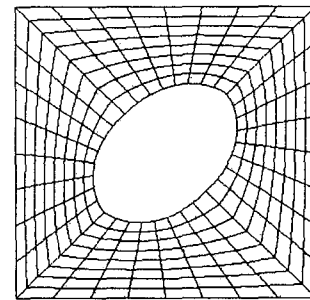
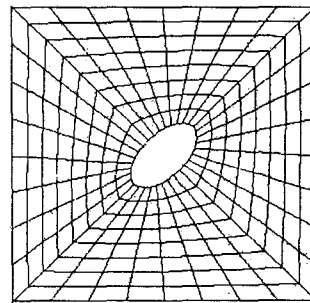
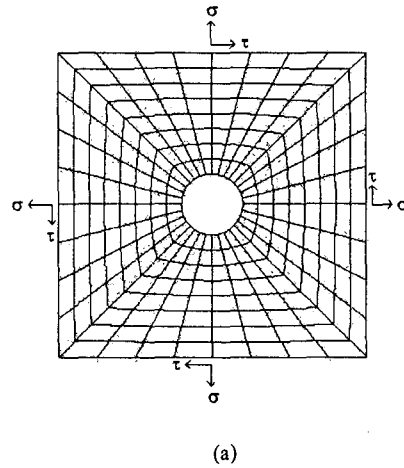
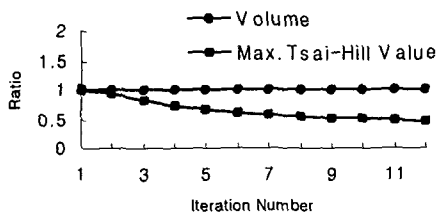
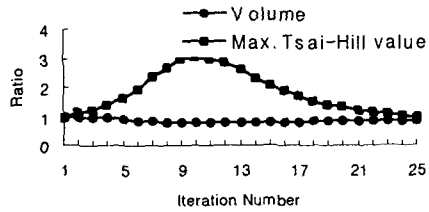


Fig. 1 $[\pm 45/0/90]_s$, Plate loaded in (1:1:0.3) biaxial and shear stresses ; (a) initial cutout (b) and (c) optimized cutout of $V_{obj} = V_0$ and $V_{obj} = 0.85 V_0$, respectively.



(a)



(b)

Fig. 2 History of iteration of $[\pm 45/0/90]_s$ Plate loaded in (1:1:0.3) biaxial and shear stresses ; (a) $V_{obj} = V_0$ (b) $v_{obj} = 0.85 V_0$.

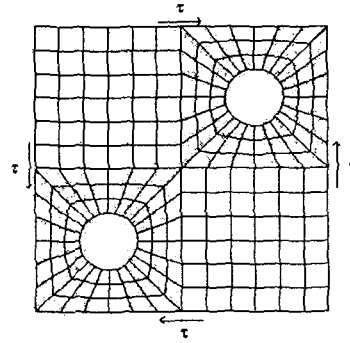
그림 1(b), 1(c)는 최적화된 구멍이 각각 초기 체적과 초기 체적의 85%로 유지하는 경우에 대해 보여주는 것이다. 그리고, 그림 2(a), 2(b)는 초기 체적에 대한 체적과 최대 Tsai-Hill 파손지수에 대한 Tsai-Hill 값의 변화를 보여준다. 최적화된 구멍의 최대 Tsai-Hill 파손지수는 초기 체적을 유지하는 경우에 있어서 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 값의 46%로 감소하였다. 그리고, 초기 체적의 85%로 유지하는 경우에 있어서 최적화된 구멍의 최대 Tsai-Hill 파손지수는 거의 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 값으로 얻어졌다. 최종 체적은 입증된 것처럼 초기 체적의 85%로 수렴되었다.

3.2 두 개의 구멍을 가진 $[\pm 45/0/90]_s$ 준등방성 복합재 평판

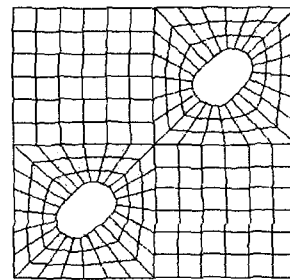
그림 3(a)에 보여주는 두 개의 구멍을 가진 준등방성 복합재 평판의 형상최적화는 전단응력에 대한 체적제어에 의해 이루어진다. 목표체적은 각각 초기체적을 유지하도록 설정하였다. h 값과 K_D , K_I , K_B 는 각각 0.025, 0.5, 0.5, 0.0 이다.

그림 3(b), 3(c)는 초기 체적과 초기 체적의 90%로 유지하는 경우에 대한 최적화된 구멍을 보

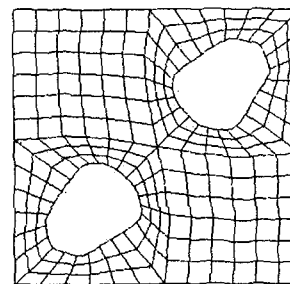
여주고, 그림 4(a), 4(b)는 체적의 목표값을 초기 체적과 초기체적의 90%로 유지하는 경우에 있어서 초기 체적값에 대한 체적비와 초기 최대 Tsai-Hill 파손지수에 대한 최대 Tsai-Hill 파손지수의 변화를 나타내었다.



(a)

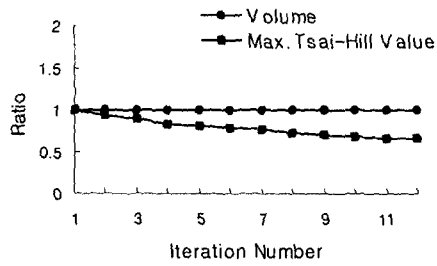


(b)

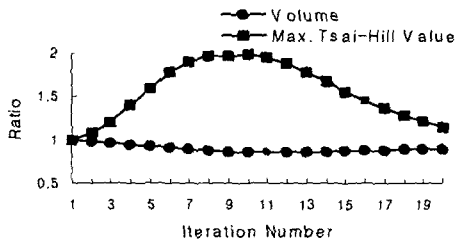


(c)

Fig. 3 $[\pm 45/0/90]_s$ Plate loaded in shear stresses ; (a) initial cutout (b) and (c) optimized cutout of $V_{obj} = V_0$ and $V_{obj} = 0.9 V_0$, respectively.



(a)



(b)

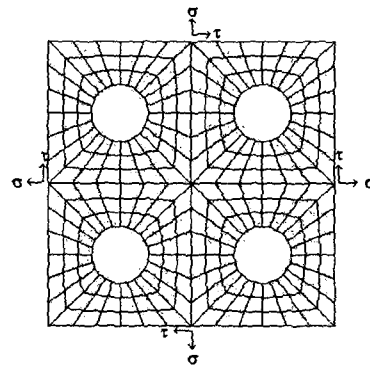
Fig. 4 History of iteration of $[\pm 45/0/90]_s$, Plate loaded in shear stresses ; (a) $V_{obj} = V_0$ (b) $v_{obj} = 0.9 V_0$.

그림 4(a)에서 최적화된 형상의 체적은 초기 체적값의 100%로 변화가 없고, 최대 Tsai-Hill 파손지수는 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 값의 65%로 감소하였다. 최종 체적은 입증된 것처럼 초기 체적으로 수렴되었다. 그림 4(b)에서는 최적화된 형상의 체적은 초기 체적값의 90%로 수렴하였고, 최대 Tsai-Hill 파손지수는 초기 최대 Tsai-Hill 파손지수로 수렴하였다.

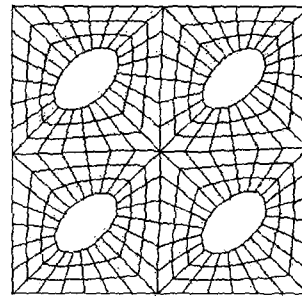
3.3 4 개 구멍을 가진 $[\pm 45/0/90]_s$ 준등방성 복합재평판

그림 5(a)에 보여주는 4개의 구멍을 가진 준등방성 복합재 평판의 형상최적화는 (1:1:0.3) 이축응력과 전단응력에 대한 체적제어에 의해 이루어진다. 목표체적은 초기체적을 유지하도록 설정하였다. h 값과 K_b, K_l, K_D 는 각각 0.025, 0.5, 0.5, 0.0 이다.

그림 5(b)는 최적화된 구멍을 보여주고, 그림 6은 초기 체적에 대한 체적과 최대 Tsai-Hill 파손지수에 대한 Tsai-Hill 값의 변화를 보여준다.



(a)



(b)

Fig. 5 $[\pm 45/0/90]_s$, Plate loaded in (1:1:0.3) biaxial and shear stresses ; (a) initial cutout (b) optimized cutout of $V_{obj} = V_0$.

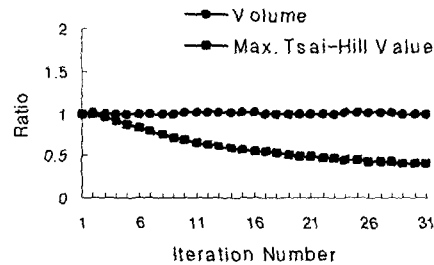


Fig. 6 History of iteration of $[\pm 45/0/90]_s$, Plate loaded in (1:1:0.3) biaxial and shear stresses ; $V_{obj} = V_0$.

최적화된 구멍의 최대 Tsai-Hill 파손지수는 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 값의 40%로 얻어졌다. 최종 체적은 입증된 것처럼 초기 체적으로 수렴되었다.

4. 결 론

본 연구를 통해 개발된 형상 최적화 시스템을 이용하여 내부 구멍이 있는 복합재 평판에 대해 최적화를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 성장변형률법의 체적제어가 복합재 평판의 형상최적화에 효율적인 기법임을 확인하였다.
- (2) 하중조건과 구멍의 개수가 다른 문제들에 대하여 성장변형률법의 체적제어를 수행하여 최대 Tsai-Hill 파손지수를 크게 감소시키는 결과를 얻을 수 있었다.
- (3) 기존의 등방성 재료에 대해서만 적용되었던 성장변형률법의 체적제어가 준등방성 복합재 평판에도 잘 적용될 수 있다는 결론을 얻을 수 있었다.

참고문헌

- (1) Haftka, R. T. and Grandhi, R. V., 1986, "Structural Shape Optimization - A Survey", *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 57, pp.91~106.
- (2) Hsu, Y. L., 1997, " A Review of Structural Shape Optimization", *Comp. in Industry*, Vol. 26, pp. 3~13.
- (3) Azegami, H., Ogihara, T. and Tagamik, A., 1991, "Analysis of Uniform-strength Shape by the Growth-Strain Method" *JSM E Int. J.*, Ser. 3, Vol. 34, No. 3, pp. 355~361.
- (4) Xie, Y. M. and Steven, G. P., 1997, "Multiple Cutout Optimization in Composite Plates Using Evolutional Structural Optimization", *Structural Eng. and Mech.*, Vol. 5, No. 5, pp. 609~624.
- (5) Han, S.Y. and Bai, H.W., 1999, "Development of Shape Optimization System using Stress Control", *Trans. of KSMTE*, Vol. 8, p. 52