한국추진공학회 2003년도 춘계학술대회 논문집 pp.253~257 KSPE Spring Annual Meeting 2003

압력섭동과 연관된 연소응답모델에 기초한 고주파 연소불안정의 이론-수치적 고찰

윤 웅 섭* · 이 길 용* (연세대)

Hybridal Analysis of High-Frequency Combustion Instability with Pressure-Coupled Combustion Response Model

Woong-Sup Yoon* and Gil-Yong Lee*

ABSTRACT

Theoretical-numerical analysis of wave instability is conducted with parametric response function model. Fluctuating instantaneous mass evaporation rate functionally coupled with pressure perturbations with phase lag is assumed to examine the validity of the method. With sufficiently large amplitude and less phase lag to perturbation, combustion response is resonant to pressure waves, unstable waves are amplified, and the system is driven to instability. Magnitude of response is a crucial instability parameter in the determination of a stability margins and makes a critical change of balancing conditions between the amplifying and damping acoustic energies. In the phase regime the unstable waves are amplified, whereas, the acoustic waves are attenuated in the out-of-phase regime. In the intermediate regime, no distinct tendency of unstable waves was determined.

1. 서 론

고주파 연소불안정의 이론-수치적 해석방법에 기초한 이전 연구1)는 주로 단순 기하형상과 열역학적 조건만을 다루었고, Priem-Heidmann의 선형 연소응답 모델2)을 채택하여 완전한 동일 위상과 상이위상 연소응답만을 다루었다. 그러나, 고주파 연소불안정은 연소응답 특성에 의해 지배되므로 연소응답의 상세한 고찰은 연소불안정 연구에 필수적이다. 본 논문의 연구목표는 연소응답의 진폭과 위상이 불안정 음향파동에 미치는 영향을 이론-수치적 방법으로 고찰하고 해당 방법론의 타당성을 입증하는 것이다.

2. 이론-수치적 연소불안정 연구

연소불안정 현상을 최소한의 가정과 단순화 3,4)를 통해 해석하고자 이론-수치적 연소불안정 연구방법을 제안하였다. 이론-수치적 연구방법의 해석과정은 (1) 수치음향모델을 통한 연소실 순수음향장 해석, (2) 발생항 처리를 위한 연소응답 모델링 및 (3) 연소불안정 지배방정식에 기초한 비정상 파동 예측의 3단계로 이루어진다. 이론-수치적 연구방법은 기존의 해석적 연구방법5)과 수치적 연구방법6)과 비교해 볼 때

* 연세대학교 기계공학과 (Yonsei University, Dept. of Mech. Eng.)

별도의 단순화 혹은 가정이 불필요하며, 연소응답 모델 이외의 모델링이 배제되고, 일관된 이론을 통한 경제적이고 실용적인 연소불안정 해석이 가능하다.

3. 모드 증폭계수

모드 증폭계수는 식(1)과 같이 정의한다.

$$\epsilon_{Ai}^{(n)} = \frac{\int \psi_{Ai} A'^{(n)} d\Omega}{\int \psi_{Ai} A'^{(1)} d\Omega} \quad (1)$$

ϵ, A, ψ 및 Ω는 각각 모드 증폭계수, 유동변수, 가중함수 및 시스템 체적이며, A'은 각 유동변수의 섭동량이다. 상첨자 (1)과 (n)은 계산 순서를 의미하며 하첨자 i는 각 고유모드를 가리킨다. 식(1)의 정의에 따라 유동변수는 식(2)와 (3)으로 표현한다.

$$A(\vec{x}, t) = \overline{A}(\vec{x}) + A'(\vec{x}, t) \quad (2)$$

$$A^{(n)}(\vec{x}, t) = \overline{A}(\vec{x}) + \epsilon_{Ai}^{(n)}(t) A_i'^{(n)}(\vec{x}, \tilde{t}) \quad (3)$$

$\vec{x}$, t, $\overline{A}$ 및 $\tilde{t}$는 각각 위치벡터, 시간, 유동변수 평균량과 초기시각이며, $A_i'^{(n)}(\vec{x}, t)$는 i번째 고유모드이다. 식(3)에서 모드 증폭계수 $\epsilon_{Ai}^{(n)}(t)$만이 미지수이며 모든 유동변수의 시간천이는 모드 증폭계수의 계산 후 식(3)을 통해 구한다.

4. 연소응답

음향섭동에 대한 연소응답은 연소불안정의 구동에너지원이며 연소불안정 현상을 지배하는 인자이다. 따라서 연소응답 모델은 연소불안정 연구에 필수불가결한 요소이다. 특히 본 연구에서 연소응답 모델링은 연소 발생항의 섭동성분을 음향변수들과 연관시키며 연소불안정 지배방정식을 완결시키는 역할을 한다. 하지만 액적의 열관성 등에 의해 연소응답은 반드시 음향파동과의 위상차를 수반하며 일반적으로 매우 복잡한 거동특성을 보인다. 이에 따라 일반적인 연소불안정 연구에서는 실험적7), 이론적8), 수치적9) 연구에 기초한 연소응답 함수를 가정한다.

저자들이 이전 연구에서 채택했던 연소응답 모델인 Priem-Heidmann 모델은 완전한 동일위상과 상이위상만 다룬다는 한계가 있다. 따라서 본 연구에서는 연소응답의 진폭과 위상차에 따른 연소불안정성 변화를 고찰하고자 식(4)와 같이 삼각함수 형태의 연소응답 모델을 적용한다. 이론-수치적 연구방법에 적용 가능한 간단하고 신뢰성 높은 연소응답 모델이 아직 없는 상태이므로 Priem-Heidmann 모델을 변형하여 모델링한다.

$$\dot{m}_l = \overline{\dot{m}_l}\{1 + \alpha_v p_{amp}(t) \sin(2\pi f t + \Theta)\} \quad (4)$$

$p_{amp}(t)$, f 및 Θ는 각각 압력섭동 진폭, 구동주파수, 그리고 위상차를 의미한다.

5. 연소불안정 지배방정식

연소불안정 지배방정식은 연소 발생항을 포함한 3차원 Navier-Stokes 방정식 시스템으로부터 유도한다. 점성 소산과 열전도는 물리적으로 큰 의미를 갖지 못하므로 편의상 무시하였다. Navier-Stokes 방정식 시스템의 각 유동변수들을 식(3)을 통해 모드증폭계수와 고유모드의 조합으로 표현한 후 대입한다. 유동변수별 가중함수를 적용하고 체적분을 수행한 후 모드 증폭계수에 대해 정리하면 다음과 같은 ODE 형태의 연소불안정 지배방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon_{\rho l}}{\partial t} &= f_{\rho k}[\epsilon_{\rho i}, \epsilon_{Vj}, \epsilon_{pk}] \\ \frac{\partial \epsilon_{Vl}}{\partial t} &= f_{\rho k}[\epsilon_{\rho i}, \epsilon_{Vj}, \epsilon_{pk}] \\ \frac{\partial \epsilon_{pl}}{\partial t} &= f_{\rho k}[\epsilon_{\rho i}, \epsilon_{Vj}, \epsilon_{pk}] \end{aligned} \quad (5)$$

6. 연구결과

본 연구의 해석대상 액체 로켓엔진 사양은 다음과 같다. 엔진의 총 길이는 0.452(m), 분사면에서 노즐입구까지의 축방향 길이는 0.202(m), 실린더 반경 및 노즐목 반경은 각각 0.210, 0.155(m)이다. 연소실의 평균압력과 평균온도는 각각 13(기압), 2300(K)이다. LOX/Kerosene 추진제 조합을 사용하며 액적 직경은 50(micron)이고 D^2-법칙에 따른 1차원 분무연소장을 가정하였다. 본 연구의 범위는 선형 연소불안정으로 한정하였다. 초기 압력섭동 진폭은 정상상태 연소실 압력의 10%로 하였다. 연소응답의 진폭과 위상차만을 독립변수로 설정하였다. 연소응답의 진폭은 Priem-Heidmann 모델의 값을 기준으로

50, 100, 200(%)에 해당하는 값으로 각각 변화시켰으며, 위상차는 10도에서 170도까지 10도 간격으로 변화시켰다.

그림1에서는 압력섭동과 연소율 섭동성분을 도시하였다. 계산에 의해 결정되는 압력섭동과 인위적인 입력값에 따른 위상을 보이는 연소율 섭동성분의 차이를 분명히 볼 수 있으며 위상관계는 거의 일정하게 유지됨을 알 수 있다.

연소응답의 위상차에 따른 모드 증폭계수의 진폭변화를 그림2에 나타내었다. 이 경우 연소율 섭동진폭은 압력섭동의 진폭에 따라 변화하게 되는데 단 이 경우 연소응답의 시간 지연은 불가피하였다. 그림2의 음향파동 거동으로부터 Rayleigh Criterion의 유용성을 재확인하였다. 불안정 파동의 진폭은 동일위상인 경우 증가한 반면 상이위상의 경우 감소하였다. 위상차가 커짐에 따라 엔진 시스템의 불안정성은 점차 감소하였다. 그림2(a)의 일부에서 모드 증폭계수의 진폭이 초기에는 감소하다가 점차 증가한다. 이것은 감소와 증가의 경향이 바뀌는 지점에서 수치계산에 의한 압력섭동의 주파수 변화에 따라 위상이 고정된 연소율 섭동성분과의 위상차가 변화하기 때문이다.

그림3은 모드 증폭계수의 진폭변화를 나타내었다. 이 경우에는 연소율 섭동진폭이 압력섭동의 진폭과 상관없이 일정하게 유지하였다. 이에 따라 연소에 의한 에너지 발생량이 압력섭동과 상관없이 일정하게 유지되기 때문에 연소불안정의 구동 메커니즘이 작동하지 않는다. 결과적으로 시스템은 아무리 강한 압력섭동에도 감응하지 않으므로 모든 음향파동은 감쇠한다.

발생항 섭동성분의 진폭의 영향을 그림4에 도시하였다. 이 경우 연소응답의 계수가 독립변수이다. Priem-Heidmann 모델에서의 값을 기준값으로 설정하였다. 그림에서 50, 100, 200(%)는 연소응답 계수 α_v를 $0.5\alpha_{v,ref}$, $\alpha_{v,ref}$ 및 $2\alpha_{v,ref}$로 변화시켰음을 의미한다. 그림4에서 보는 바와 같이 연소에너지가 많이 발생할수록 불안정 파동의 진폭은 그 위상관계에 따라 급격하게 증폭(그림4(a))되거나 감쇠(그림4(b))된다.

7. 결론

본 연구의 결론은 다음과 같다. : (1) 연소응답 진폭이 충분히 크고 위상차가 충분히 작은 경우 연소응답은 압력섭동에 감응하며 연소불안정이 구동된다. (2) 연소응답 진폭과 위상은 안정성 경계 규명의 필수인자이다. (3) 연소응답이 동일위상인 경우 불안정 파동이 증폭되는 반면 상이위상인 경우 감쇠된다.

8. 참고문헌

1) G.Y. Lee and W.S. Yoon, Direct Prediction of Liquid Rocket Combustion Instabilities with Emphasis Placed on Velocity- and Pressure-Coupled Reponses , AIAA-2002-3698

2) Priem, R., and Heidmann, M., Propellant Vaporization at a Design Criterion for Rocket-Engine Combustion Chambers, Tech. Rept., NASA TR-67, Sept. 1960

3) Culick, F.E.C., and Yang, V., Prediction on the Stability of Unsteady Motions in Solid-Propellant Rocket Motors, Nonsteady Burning and Combustion Stability of Solid Propellants, edited by L. DeLuca, E.W. Price, and M. Summerfield, Vol. 143, Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Washington, DC, 1992, pp. 719-779

4) Priem, R.J., and Guentert, D.C., Combustion Instablity Limits Determined by a Nonlinear Theory and a One-Dimensional Model, NASA-TN-D 1409, Oct. 1962

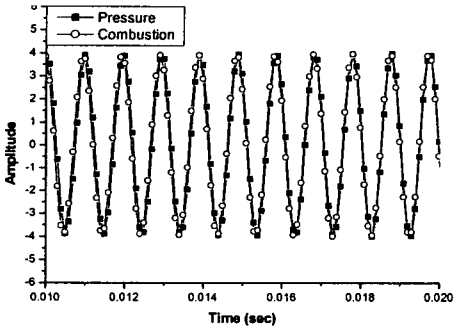
5) Nickerson, G.R., Culick, F.E.C., and Dang, L.G., Standard Stability Prediction Method for Solid Rocket Motors, Software and Engineering Associates, Inc., AFRPL TR-83-017, Carson City, NV, 1983

6) Liang, P., and Ungewitter, R., Multi-Phase Simulations of Coaxial Injector Combustion, 30th Aerospace Sciences Meeting, AIAA Paper 92-0345, Reno, NV, Jan. 1992

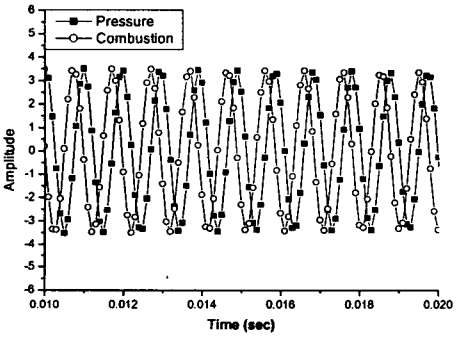
7) Strahle, W.C., Unsteady Laminar Jet Flame at Large Frequencies of Oscillation, AIAA J., Vol. 3, No. 5, May 1965, p. 957

8) Heidmann, M.F., and Wieber, P.R., Analysis of n-Heptane Vaporization in Unstable Combustor with Traveling Transverse Oscillation, NASA TN D-3424, 1966

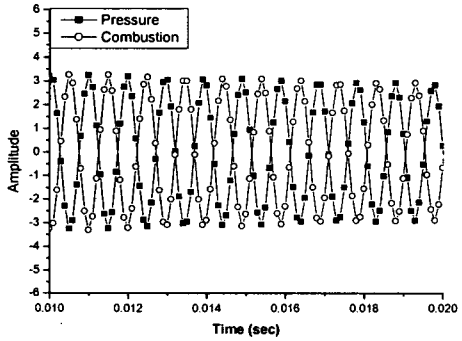
9) Hsiao, G.C., Supercritical Droplet Vaporization and Combustion in Quiescent and Forced-Convective Environments , Ph.D. Thesis, The Pennsylvania State University, University Park, PA, 1995



(a) In-Phase

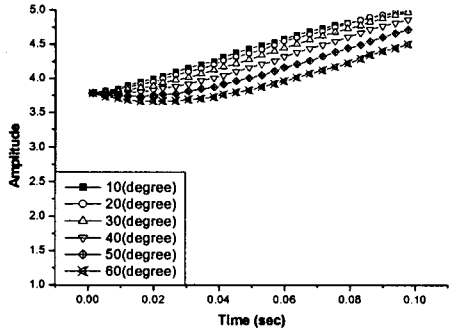


(b) Intermediate-Phase

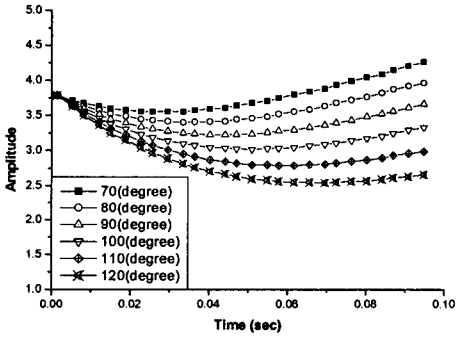


(c) Out-of-Phase

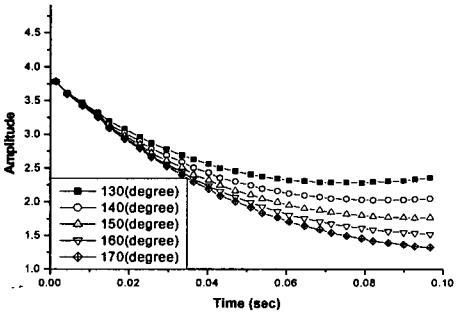
Fig. 1. Phase Lags between Combustion Responses and Pressure Waves



(a) In-Phase Range

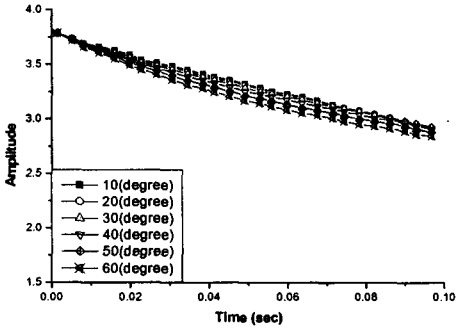


(b) Intermediate-Phase Range

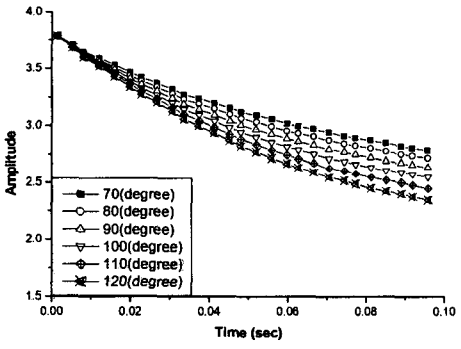


(c) Out-of-Phase Range

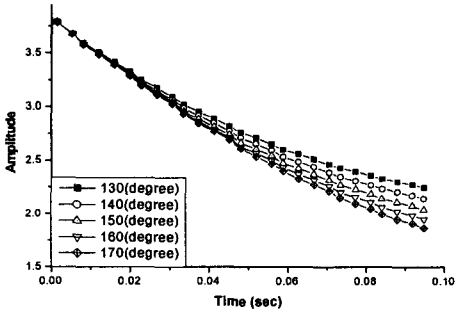
Fig. 2. Evolution of Amplification Factors Due to different Phase Angles



(a) In-Phase Range

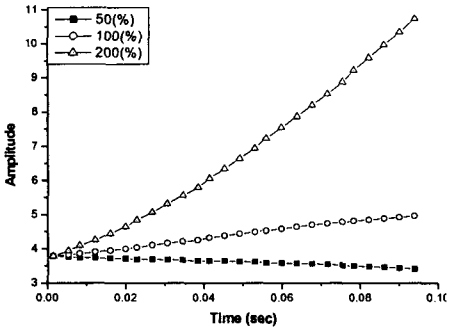


(b) Intermediate-Phase Range

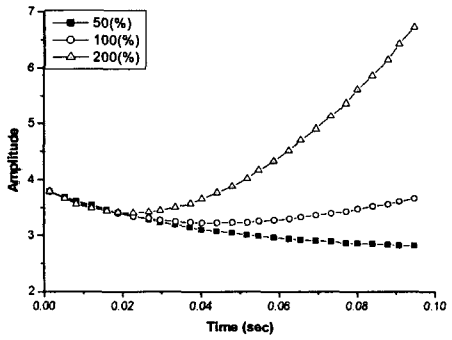


(c) Out-of-Phase Range

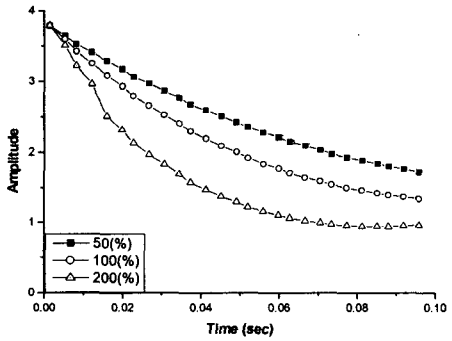
Fig. 3. Evolution of Amplification Factors Due to different Phase Angles (Limited Amplitude Combustion Response)



(a) In-Phase



(b) Intermediate-Phase



(c) Out-of-Phase

Fig. 4. Evolution of Amplification Factors with different Initial Amplitudes