

웨이블릿 계수를 이용한 디지털영상에서의 잡음제거

남 현 주*, 최 승 권**, 신 승 수***, 조 용 환*
충북대학교*, (주)에니솔루션**, (주)사이젠택***

Noise Reduction of Digital Image Using Wavelet Coefficient

Nam Hyun-Joo*, Choi Seung-Kwon**, Shin Seung-Soo***, Cho Yong-Hwan*
Chungbuk National Univ.* ANY Solution Co., Ltd**, Cyzentech Co.,Ltd. Lab.***
E-mail : jjoo2222@hanmir.com, luxmea@lycos.co.kr, skchoi@anysol.com,
shinss@chungbuk.ac.kr, yhcho@cbucc.chungbuk.ac.kr

요 약

최근에, 신호와 영상 데이터에서의 잡음을 제거하기 위한 다양한 형태의 웨이블릿 변환 기법들이 나왔다. 원래 영상에서 잡음을 분리시키는 방법을 이용함으로써, 웨이블릿 변환은 영상의 모서리 요소를 유지할 수 있다. 이런 웨이블릿 분석은 기저 함수가 웨이블릿으로 코딩화 될 때 완전하게 이루어진다. 본 논문에서는 영상 신호로부터 잡음을 제거하기 위해 웨이블릿 변환을 사용하는 방법을 제안한다. Donoho 와 Johnstone 에 의해 제안된 웨이블릿 변환 방법이 있지만, 그 변환 방법은 영상의 모든 잡음을 제거할 만큼의 신뢰성이 없다. 이에 본 논문에서는 잡음의 대역폭과 진폭의 형태에 맞는 웨이블릿의 축소량과 경계치에 대한 하나의 알고리즘을 제시하고자 한다.

Abstract

Recently, there have been many types of wavelet transformations proposed to remove the noise from an signal and image data. By using feature of seperating the noise from the original image, the Wavelet transformations can retain the edges of the images. The wavelet analysis is complete when the basis function is coded into the wavelet. This Thesis describes a method of using wavelet transformation to remove the noise from an image signal. Although the wavelet transformation proposed by Donoho and Johnstone works, it does not reliably remove all the noise from the images. So this thesis propose an algorithm that selected Wavelet Shrinkgae and threshold according to the features of bands and amplitude of noise.

I. 서론

최근 정보통신의 급속한 발달로 영상, 음성, 전자문서등 다양한 멀티미디어 정보 서비스들이 제공되고 있다. 이러한 각종 데이터를 획득, 저장, 전송하는 과정에서 여러 가지 원인에 의한 열화현상이 발생하게 된다. 특히 영상에서 열화가 발생하면 영상 자체의 인지도를 떨어뜨릴 뿐만 아니라 여러 가지 영상처리 응용분야에서 급격한 성능저하가 발생하게 된다. 그중 영상신호에 가산되어 나타나는 잡음들을 제거하는 일은 영상 데이터의 분석, 복원, 개선을 위해

필수적인 과정이며, 이를 위한 연구들이 진행되고 있다.

최근에는 웨이블릿 변환을 이용한 신호 및 영상 데이터의 잡음제거에 대한 많은 방법들이 제시되어 왔다. 웨이블릿 변환은 원래의 영상신호와 잡음을 잘 분리하는 특징을 이용하여 에지 성분은 보존하면서 필터링을 수행하게 된다. 웨이블릿 분석과정은 웨이블릿이라 부르는 기저함수를 도입함으로써 이루어진다. 신호와 분석 웨이블릿의 적분 웨이블릿의 변환으로 얻은 계수들을 사용하여 원래의 신호를 분석하고 이후의 처리과정에서 잡음제거나 영상압축과 같은 작업이 유의적인 계수들을 사용하여 이루어진다.

본 논문에서는 웨이블릿 변환을 이용하여 잡음이 첨가된 영상에서 잡음을 제거하는 알고리즘에 대해 제시한다. 웨이블릿 변환은 영상을 저대역과 고대역으로 분할하여 원영상과 거의 유사한 통계적 특성을 갖는 근사정보(approximation, LL대역)와 영상의 수직, 수평, 대각(LH, HL, HH 대역)으로 구성되는 상세정보(detail)로 대역분할한다.[3] Donoho의 잡음제거 방법은 다해상도로 분해된 영상의 각 대역별 특성을 고려하지 않았다는 점에 근거하여 본 논문에서는 영상의 각 대역별 특성과 잡음의 크기에 따라 웨이블릿 축소함수(Wavelet Shrinkage)와 임계값(threshold)을 선택하여 적용하는 알고리즘을 제안한다.

II. 웨이블릿 변환

2.1 웨이블릿의 기본개념

웨이블릿은 1980년부터 Morlet, Grossmann, Mayer, Daubechies, Mallet 등에 의해 이론으로 정립되기 시작하여 현재 여러 분야에서 응용성이 확대되고 있다. 원래 웨이블릿은 다양한 신호들을 분석하는데 매우 능률적이고 효율적인 도구로서 수학 및 공학 분야에서 발전되어온 이론이다. 웨이블릿 변환은, 신호를 푸리에 변환과 같이 기저함수(basic function)들의 집합으로 분해하여, 스케일(scale) 또는 주파수와 시간이라는 두개의 변수로 표현하는 하나의 방법이다. 푸리에 변환과 다른 점은 그 기저함수가 시간-주파수에 대해 국부성(localization)을 갖고 있다는 것이다.

신호와 영상처리에서 전통적으로 많이 이용된 방법인 푸리에 변환은 적당한 주파수 간격으로 얻은 푸리에 계수를 통하여 신호의 스펙트럼 정보를 분석할 수 있게 한다.

웨이블릿 분석은 푸리에 분석의 약점을 보완하여 STFT 보다 더 효율적인 시간-주파수 분석을 가능하게 한다. 웨이블릿은 하나의 기저함수로서 신호를 표현하기 위한 기본적인 단위가 된다. 웨이블릿 변환은 푸리에 변환이 신호를 다양한 진동수의 사인파로 쪼개듯이 신호를 기본이 되는 웨이블릿(mother wavelet)의 확장(혹은 축소), 또는 이동을 통해 만들어지는 웨이블릿들을 이용하여 신호를 쪼개어 표현하는 방식이다. 때문에 분석 영역이 시간-주파수축에 대해 유연하게 된다.(그림1 참조).[4] 웨이블릿 분석과정은 스케일이 중요한 역할을 한다. 웨이블릿이 사용하는 스케일은 주파수와 역의 개념이다. 주파수가 높다는 것은 스케일이 작다는 것을 의미하며, 주파수가 낮다는 것은 스케일이 큰 값을 갖게 된다. 스케일이 작을 때는 신호의 자세한 부분을 얻을 수 있지만 전체적인 윤곽을 잡기 어렵다. 반대로 스케일

이 큰 경우에는 신호의 세밀한 특징이 아닌 전체적인 윤곽을 잡을 수 있는 것이다.

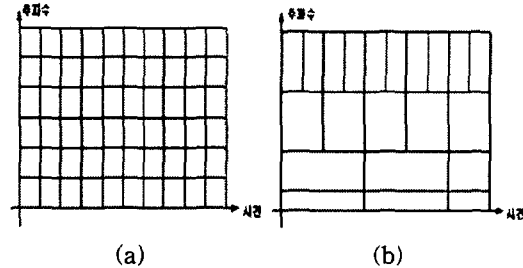


그림 1. (a) STFT, (b) Wavelet Transform에 의한 시간-주파수분석영역

또한 웨이블릿은 신호를 여러 가지 기본파를 기초로 분해하기 때문에 신호안에 있는 급격한 변화도 감지할 수 있게 된다. 웨이블릿을 이용한 분석은 기본함수(웨이블릿)와 신호의 유사성을 측정하는 것으로, 유사성이란 비슷한 주파수를 가졌는지를 나타내는 것이다. 계산된 웨이블릿 계수는 현재의 스케일에서 신호와 웨이블릿의 근사정도를 나타낸다. 만약 신호가 현재의 스케일에 부합되는 주파수를 주된 성분으로 갖고 있다면 현 스케일의 웨이블릿은 이 주파수 성분이 일어나는 특정한 부분의 신호와 비슷하게 된다.

2.2 웨이블릿 변환

어떤 신호가 있을 때 이를 기저함수의 집합으로 분해하여 신호를 분석하는데 이때 사용하는 기저함수를 웨이블릿이라 하며, 웨이블릿 변환을 정의하기 위해서는 모웨이블릿(mother wavelet : $\psi(t)$)과 부웨이블릿(father wavelet 또는 scaling function : $\phi(t)$)이 필요하다. 연속웨이블릿 변환(Continuous Wavelet Transform)이란 모웨이블릿($\psi(t)$)의 확장 또는 축소와 이동의 항목들로 정의되어 진다.

제곱 적분가능한 함수(square integrable function) $f(t)$ 가 있을 때, $f(t)$ 의 연속웨이블릿 변환(CWT)은 다음과 같이 정의한다.[2]

$$W(a, b) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2-1)$$

$$\psi_{a,b}(t) \equiv \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2-2)$$

$$W(a, b) = \langle f(t), \psi_{a,b}(t) \rangle \quad (2-3)$$

여기서 a 는 스케일링(또는 dilation)을 결정하는 변수이고, b 는 함수를 얼마나 이동시킬 것인가를 결정하는 변수($a, b \in R$)이고, $\frac{1}{\sqrt{a}}$ 는 정규화를 위한 상수이며, *은 공

역복소(complex conjugate)이다. CWT의 결과는 웨이블릿 계수가 되고, 이는 크기와 위치의 함수가 된다. 각각의 웨이블릿 계수와 해당하는 웨이블릿과의 곱은 주어진 신호 $f(t)$ 에 포함된 웨이블릿의 성분을 의미하게 된다. CWT는 본질적으로 모든 a 와 b 에 대해 확장(또는 축소)되고 이동된 웨이블릿 $\psi_{a,b}(t)$ 와 신호 $f(t)$ 의 내적(inner products)의 집합이다. 식(2-3)은 신호 $f(t)$ 에서 $\psi_{a,b}(t)$ 의 성분이 얼마나 있는지를 분석한다는 의미를 갖는다.

웨이블릿 분석에서 근사정보는 신호의 높은 스케일(낮은 주파수) 부분이며, 상세정보는 낮은 스케일(높은 주파수) 부분이다. 많은 신호들에 있어서 낮은 주파수가 가장 중요한 정보들을 포함하고 있고, 높은 주파수는 미묘한 차이나 특징, 경계선 등을 포함하게 된다(그림 2 참조)[6].

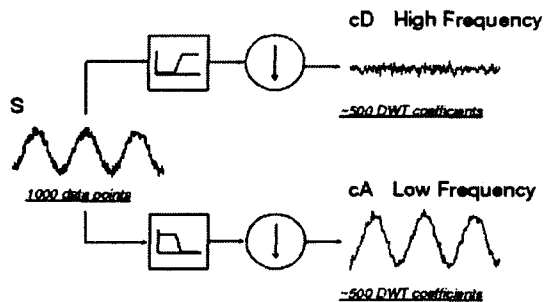


그림 2. 신호의 분해

III. 잡음제거 알고리즘

3.1 잡음제거에 관한 기존의 연구방법

실제 신호를 적절한 형식으로 기록하거나 전송할 때 일반적으로 잡음이 첨가된다. 따라서 신호 및 영상 데이터 처리에서 잡음 제거는 데이터의 분석, 복원, 개선을 위해 매우 중요하고 필수적인 처리과정이다. 본 논문에서는 실험영상에 가우시안 잡음을 사용하여 기존의 잡음제거 방법과 제안하는 알고리즘과의 비교 실험을 하였다.

보통의 경우에 잡음제거에 대한 고전적인 방법들은 Lowpass 필터를 이용하며, 이러한 Lowpass 필터들은 제거되어서는 안될 유용한 정보인 영상의 경계선들도 제거하게 된다. 즉 잡음을 제거하는 것과 영상의 경계부분을 유지하는 것 사이에는 trade off 관계에 있기 때문에, 잡음제거는 최대한 하면서 영상에 관한 정보손실은 최소가 되도록 하는 방법이 요구된다.

바로 이러한 문제를 해결할 수 있는 이론적 근거가 웨이블릿 분석이다. 잡음을 제거하는 것에 웨이블릿을 이용한다

는 것은, 웨이블릿 변환과정에서 나온 웨이블릿 계수를 이용하는 것이다. 즉 신호를 분해한 후 잡음을 가지고 있는 성분을 찾아낸 후 잡음인 성분을 제거하고 원 신호를 복원하는 것이다. 웨이블릿 분석을 이용하면 공간적인 위치와 주파수를 동시에 해석할 수 있게되고, 이를 통해 고주파 성분에 속하는 영상의 경계선 성분들과 잡음을 구별할 수 있게 된다. 특히 이러한 구별의 판단 기준이 되는 것이 웨이블릿 변환 영역에서의 변환된 값의 크기(amplitude)이다. 보통 똑같이 고주파 성분에 해당되더라도 영상의 경계선에 의한 웨이블릿 변환값의 크기가 잡음에 의한 웨이블릿 변환값의 크기보다 훨씬 크다[8],[9],[10].

영상 데이터를 웨이블릿을 이용해 분해할 때는 하나의 필터는 평활화 필터로 이용하고, 다른 하나는 세부 특징을 구하는 데 사용한다. 세부 특징이 너무 작은 영상인 경우, 그 값을 데이터 값들의 주요한 특징이 되는 값에서 제거해도 실질적인 영향을 끼치지 않는다. 즉, 어떤 임계치보다 작은 값들을 0의 값으로 하고 그 계수들을 이용해서 웨이블릿 복구를 거쳐 원신호를 재구성할 수가 있는데, 이 방법은 영상의 경계선과 같은 급격한 구조를 갖는 데이터를 평활화하지 않기 때문에 결과값으로는 주요한 특징이 남은 깨끗한 영상을 복원할 수 있게 되는 것이다.

웨이블릿 변환을 이용한 잡음제거는 웨이블릿 계수에서 잡음과 경계선 부분의 계수들의 특성을 잘 반영하는 임계화(thresholding) 방법이 효과적인 것으로 제시되어 왔다.



그림 3. 웨이블릿 변환을 이용한 비선형 잡음제거 과정

웨이블릿 수축법은 다음의 세 단계로 설명될 수있다. 첫째, 웨이블릿 변환을 이용하여 주어진 데이터의 웨이블릿 계수를 구한다. 둘째, 적당한 임계값 λ 와 임계처리방법 T 를 통하여 위에서 구한 웨이블릿 계수의 크기를 줄인다. 셋째, 임계처리가 된 계수에 역 웨이블릿 변환을 작용하여 복원하고자 하는 신호의 근사신호를 구한다(그림 3)참조). 여기서 두 번째 단계는 잡음제거 과정에서 실질적으로 중요한 단계로서 임계처리 방법에서 계산된 임계값인 λ 를 이용하여 축소함수에 의해 고주파 정보를 포함하는 상세신호 계수들을 수정하게 된다. 즉, 신호와 잡음의 계수들로부터 임계치를 취하여 잡음에 관한 계수는 제거하고, 잡음이 아니라고 판단되는 주요한 신호는 보존하면서 최적의 잡음제거를 이룰게 된다. 여기서 계수들에 수행하는 임의의 조작

은 그 계수가 어떤 계수인가에 의해 달려있다. 즉 실제 잡음을 제거하기 전에 계수들을 우선 두가지로 분류해야 한다. 하나는 영상의 중요한 정보를 담고 있는 계수이고 다른 하나는 그리 중요하지 않고 잡음에 많은 영향을 받는 계수이다. 이 두 번째 계수에 대해 임의의 임계값을 설정하여 그보다 작은 절대값을 갖는 계수들은 제거해야한다.

3.2 제안하는 잡음제거 알고리즘

웨이블릿 변환은 입력 영상을 저주파와 고주파성분으로 대역 분할하며, 여기서 고주파 성분은 각각 수직, 수평, 대각 성분으로 분할된다. 저주파 성분인 근사정보(LL밴드)는 원영상의 통계량과 유사한 값을 가지면서, 영상의 주요 성분이 그대로 남아 있게되고, 상세정보(HL, LH, HH밴드)는 몇 개의 계수들을 제외하고 대부분이 0의 값 또는 0에 근사하는 값을 갖는 특성을 보인다. 따라서 대부분의 잡음은 상세신호 부분에 몰리게 된다. 이중 그 값이 큰 계수들, 즉 원 영상의 경계선 부분의 정보에 해당하는 계수들은 남고, 잡음에 해당하는 계수들은 최대한 제거 될 수 있도록 임계값을 설정하는 것이 중요하다. 임계값이 너무 작으면 여전히 잡음을 많이 포함할 것이고, 임계값이 너무 크면 영상의 중요한 정보가 손실될 것이다. 따라서 잡음이 최대한 제거되면서 원영상과 근접하도록 하는 임계값을 설정하는 것이 잡음이 제거된 영상을 얻는 최선의 방법이 될 것이다. 또한 각각의 영상마다 잡음의 분포 정도에 따라 최적의 임계값은 달라지게 된다. 따라서 영상마다 각각의 레벨에 대해 어떻게 적절한 임계값을 설정할 것인지가 중요한 문제가 된다.

이에 근거하여 본 논문에서는 영상의 분해된 영역에 대해 축소함수로서 Soft thresholding 방법을 택하였다. Hard thresholding 방법에 비해 더 연속적이며, 다루기가 용이하고, 영상의 손상없이 잡음이 제거되는 효과적인 기법이라 할 수 있다.[11] 그리고 임계값의 설정은 잡음이 첨가된 영상을 2단계의 레벨까지 분해하여, 레벨2의 HL, LH, HH 대역 부분에는 universal 방법을 사용하였고, 레벨1의 HL, LH, HH 대역에 Hybrid 방법을 사용하였다.

영상에 가해진 잡음을 제거하기 위해 본 논문이 제안하는 알고리즘은 다음과 같다. 먼저 입력된 잡음섞인 영상에 대해 웨이블릿 변환을 수행한다. 다음 근사정보와 상세정보로 MRA의 레벨2까지 영상을 분해한다. 레벨2의 상세정보(HL, LH, HH) 대역에 대해서는 Universal 방법을 이용하여 임계값을 설정하고, 레벨1의 상세정보 대역에 대해서는 Hybrid 방법을 적용하여 임계값을 설정한다. 수축

(Shrinkage)함수는 Soft Thresholding 함수를 사용하여 수축을 수행하여 절대값이 임계값 이상을 갖는 계수들은 수축함수에 의해 변환된 값으로 대체한다. 마지막으로 역변환 웨이블릿을 수행하여 잡음이 제거된 복원영상을 얻게 된다. 다음은 본 논문에서 제안하는 알고리즘의 블록도이다.

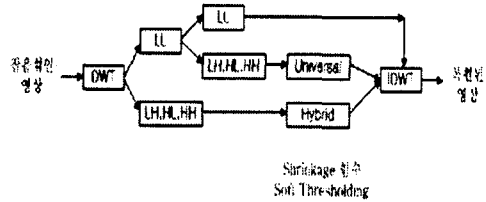


그림 4. 제안 알고리즘의 블록도

IV. 실험 결과 및 분석

4.1 실험 환경

본 논문은 Pentium-IV CPU 1.7GHz, Windows XP, MATLAB 6.1의 환경에서 시뮬레이션하였다. 제안한 알고리즘의 성능평가를 위하여, 영상처리에서 일반적으로 많이 사용되는 영상들을 사용하였다. 사용된 영상은 512×512 크기의 흑백영상으로 명도는 0~255의 값을 갖는다. 이 영상들에 각각 4.5%(표준편차 11.5), 7%(표준편차 18), 9.5%(표준편차 23.5), 12%(표준편차 30) 만큼의 Additive White Gaussian 잡음을 삽입하여, 실험 대상인 새로운 잡음영상들을 생성하였다. 이들 잡음영상들에 대하여 본 논문이 제안한 알고리즘, Mean 필터(3×3 크기의 마스크), Median 필터(3×3 크기의 마스크), Wiener 필터(3×3 크기의 마스크), Donoho가 제안한 알고리즘 각각을 적용한 후, 이 영상들에서 잡음을 제거한 결과들을 PSNR 관점에서 비교하였다.

본 논문에서 제안한 알고리즘 비교를 위해 시뮬레이션에 사용한 영상들은 그림 5에, 그 영상들의 히스토그램은 그림 6에 나타냈다.



(a) zelda



(b) peppers

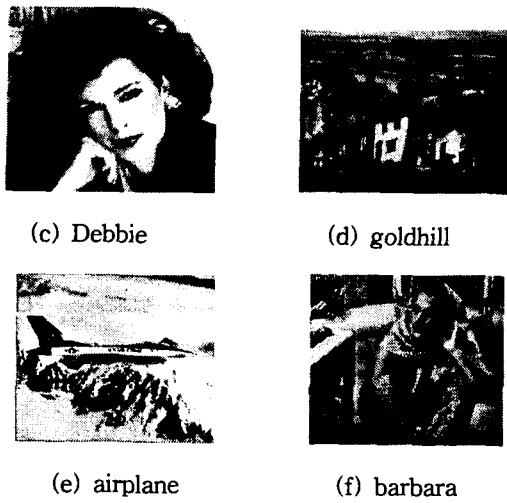


그림 5. Originla Images

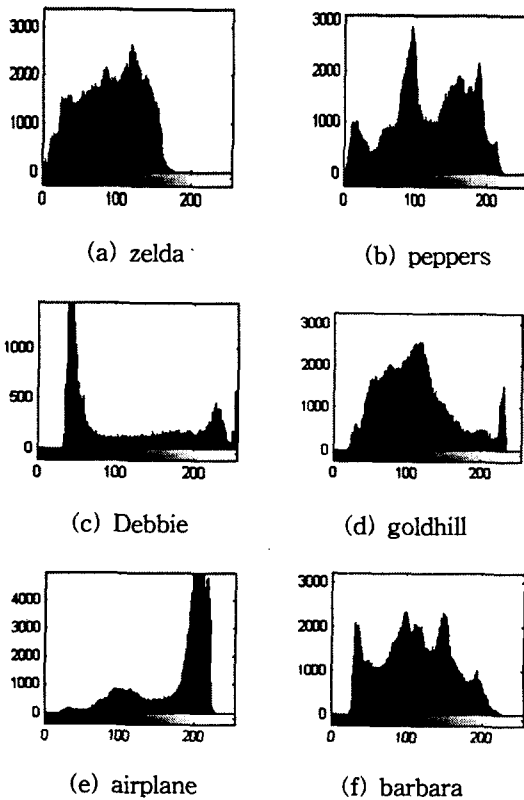


그림 6. Histogram of Original Image

4.2 실험결과

다음의 그림들은 잡음이 삽입된 영상을 각각의 필터링 방법들을 적용하여 잡음을 제거한 실험 결과 영상들이다.

각각의 원영상들에 대하여 잡음의 크기에 따라, 각각의 필터들을 적용하여 잡음을 제거한 후, 복원된 영상의 PSNR을 측정하여 필터들의 성능을 비교하였다. 본 논문이 제안한 알고리즘은 기존의 여러 잡음제거 알고리즘에 비교해 볼때, PSNR의 측면에서 비교적 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 그러나 바바라 영상처럼 경계선 부분이 상당히 많고 영상에 포함된 잡음의 양이 비교적 적은 경우에는 위너필터를 적용했을 때의 PSNR값이 약간 더 높은 결과를 보였다. 즉 제안 알고리즘은 잡음의 양이 많을수록, 그리고 비교적 경계선 부분이 적은 영상에서는 상당히 효과적이었으나, 잡음의 양이 적고, 복잡한 영상에서는 위너필터가 조금씩 더 우수한 성능을 보여주었다. 이것은 제안 알고리즘이 레벨2의 상세대역 부분까지 잡음제거 과정을 수행하므로 영상의 경계부분이 잡음으로 인식되어 제거되기 때문이다.

다음의 그림들은 잡음이 삽입된 영상들과 각각의 필터링 방법들을 적용하여 잡음을 제거한 실험영상들 가운데 일부이다.

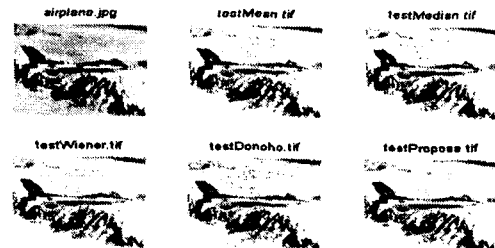


그림 7. 잡음이 12% 첨가된 airplane영상의 잡음제거후 복원영상 비교

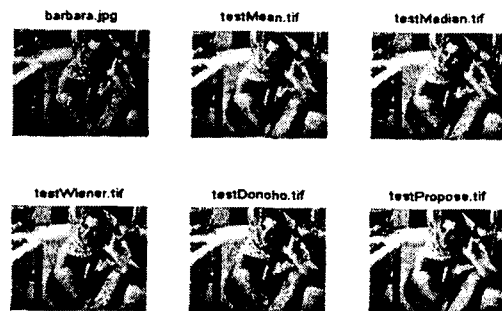


그림 8. 잡음이 12%첨가된 barbara 영상의 잡음제거후 복원영상비교

제안 알고리즘은 레벨2의 상세대역에서는 universal 방법을 통해 임계값을 취하고, 레벨1의 상세대역에서는 Hybrid 방법을 통해 임계값을 취하게 된다. 레벨1의 상세대역에는 레벨2 보다 상대적으로 큰 잡음이 분포되어 있기 때문에,

제안 알고리즘은 잡음의 크기에 따라 적응적으로 임계값을 취함으로써, 영상의 경계선(edge)부분은 최대한 남기면서 효과적으로 잡음을 제거하게 된다.

표 2는 각각의 영상마다 첨가된 잡음의 크기를 다르게 했을때, 기존의 여러 가지 잡음제거 방법을 적용한 후 얻은 PSNR 값과 제안 알고리즘을 적용했을 때 얻은 PSNR 값을 나타냈다. 제안 알고리즘을 얻은 PSNR 값이 대부분의 경우에 우수하게 나타났다.

표 2. 필터의 종류에 따른 잡음제거 성능비교

PSNR	Mean	Median	Wiener	Donoho	Proposed
zelda 4.5	24.68	24.11	24.05	23.92	26.29
zelda 7	22.07	21.73	21.69	21.90	23.26
zelda 9.5	19.87	19.64	19.62	19.93	20.78
zelda 12	18.07	17.92	17.90	18.24	18.79
peppers 4.5	24.35	23.97	24.13	23.48	25.16
peppers 7	21.88	21.61	21.73	21.62	22.66
peppers 9.5	19.79	19.57	19.67	19.79	20.45
peppers 12	18.06	17.88	17.98	18.18	18.62
Debbie 4.5	24.37	24.17	24.64	24.04	26.22
Debbie 7	22.13	21.85	22.20	22.18	23.46
Debbie 9.5	20.17	19.92	20.18	20.36	21.17
Debbie 12	18.50	18.27	18.48	18.74	19.28
goldhill 4.5	24.00	23.54	23.95	23.45	24.81
goldhill 7	21.70	21.37	21.62	21.61	22.50
goldhill 9.5	19.73	19.48	19.67	19.86	20.42
goldhill 12	18.06	17.86	18.01	18.26	18.64
airplane 4.5	24.51	23.78	24.48	23.41	24.54
airplane 7	22.24	21.55	22.20	21.87	22.56
airplane 9.5	20.29	19.58	20.25	20.25	20.69
airplane 12	18.69	17.94	18.64	18.82	19.09
barbara 4.5	22.04	21.59	23.01	21.88	22.34
barbara 7	20.44	20.13	21.09	20.54	20.86
barbara 9	18.86	18.62	19.27	19.07	19.30
barbara 12	17.40	17.19	17.68	17.65	17.82

V. 결론

본 논문은 영상이 White Gaussian noise에 의해 손상되었다는 가정하에, 이를 제거하기 위해 웨이블릿 변환을 이용한 알고리즘을 제안하였다. 본 논문의 알고리즘은 실험결과 기존의 잡음제거 알고리즘들과 비교하여 향상된 성능을 보여주었다.

영상에 가해진 잡음을 제거하기 위해 본 논문이 제안하

는 알고리즘은 다음과 같다. 먼저 입력된 잡음섞인 영상에 대해 웨이블릿 변환을 수행한다. 다음 근사정보와 상세정보로 MRA의 레벨2까지 영상을 분해한다. 레벨2의 상세정보(HL, LH, HH) 대역에 대해서는 Universal 방법을 이용하여 임계값을 설정하고, 레벨1의 상세정보(HL, LH, HH) 대역에 대해서는 Hybrid 방법을 적용하여 임계값을 설정한다. 수축함수로는 Soft Thresholding 함수를 사용하여 수축을 수행하여 절대값이 임계값 이상을 갖는 계수들은 수축함수에 의해 변환된 값으로 대체한다. 마지막으로 역변환 웨이블릿을 수행하여 잡음이 제거된 복원 영상을 얻게 된다.

잡음제거에 있어서 가장 중요한 것은, 영상을 다해상도로 분해했을때 똑같이 상세정보 영역에 위치하는 영상의 경계부분과 잡음영역을 분리하여, 잡음 영역만을 제거시키는 것이다. 최적의 임계값은 잡음성분에 해당하는 크기가 작은 계수들은 모두 제거하고, 영상의 주요 성분에 해당하는 경계선 성분은 그대로 남겨두도록 정해져야 한다. 본 논문이 제안한 알고리즘은 잡음의 크기에 따라서 임계값을 변화시키기 때문에 다양한 크기의 잡음을 제거할 때 비교적 좋은 성능을 발휘할 수 있었다. 특히 잡음의 크기가 클수록 좋은 성능을 나타냈다. 그러나 잡음의 크기가 작고 경계선이 매우 많은 복잡한 영상의 경우에는 가장 우수한 결과를 나타내지는 않았다

참고 문헌

- [1] SCOTT E UMBROUGH "Computer Vision and Image Processing"
- [2] Raghuvveer M. Rao / Ajit S. Bopardikar, "Wavelet Transform", Addison Wesley Longman, 1998
- [3] C.S.Burrus, R.A.Gopinath, H.Guo, "Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms", Prentice Hall, 1998
- [4] 강현배, 김대경, 서진근, "웨이블릿 이론과 응용", 아카넷, 2001
- [5] 구원모, "EWZ를 적용한 영상 압축에 관한 연구", 명지대학교 대학원, 2001
- [6] 'Wavelet Toolbox For Use with MATLAB', 'The MATH WORKS'
- [7] GONZALEZ & WOODS, 하영호, 임재권, 남재열, 김용석 역, "디지털 영상처리"
- [8] David L. Donoho and Iain M. Johnstone, "Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage", Biometrika, 1994

- [9] David L. Donoho, "De-noising by soft - thresholding," IEEE Transactions on Information Theory, 1995
- [10] C. Sidney Burrus, Ramesh A. Gopinath, and Haitao Guo, "Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms : A Primer, Prentice-Hall", 1998
- [11] G.P. Nason "Wavelet shrinkage using cross - validation, Journal of the Royal Statistic Society, Series B", 1996
- [12] M. Jensen and A. Bultheel. "Multiple wavelet threshold estimation by generalized cross validation for images with correlated noise. Submitted for publication", Feb 1997
- [13] S.G. Chang, M.Vetterli, "Spatial adaptive wavelet thresholding for image denoising", Proceeding ICIP Conference, Oct 1997
- [14] Wen-Yen Wu, Mao-jiun J.Wang, and ChihMing Liu, "Performance evaluation of some noise reduction methods", CVGIP, Vol.54, No.2, Mar 1992
- [15] 김대경, "웨이블릿과 필터뱅크",