

적층 강체블록의 수직축 회전을 고려한 Sliding운동 해석과 실험

ANALYSIS OF SLIDING MOTION OF PILED MULTI-BLOCK SYSTEMS CONSIDERING HORIZONTAL ROTATION

황인섭* 김재관**
Hwang, In Seop Kim, Jae Kwan

ABSTRACT

The most cultural heritages are composed of piled multi-block systems which are vulnerable to earthquakes. The stone of low height tends to slide when the excitation such as earthquake is applied and this sliding motion has effects on the whole response of the structure. In this study, analytical method of sliding motion of the piled multi-block systems considering horizontal rotation is developed and compared with shaking table test results. It is shown that the nonlinear analysis of sliding motion of multi-block system leads to satisfactory results.

1. 서론

적층 구조로 이루어진 석탑, 성곽, 기타 문화유산들 중에는 상당부분이 세장비가 작은 납작한 형태를 띄고 있는데 이러한 구조물은 지진응답 시 rocking거동보다는 sliding거동이 주로 일어나게 된다. 대표적인 적층 구조물인 석탑의 경우 지진응답 시 세장비가 큰 상부구조물은 rocking거동을 보이지만 기단부 및 탑신부와 같이 세장비가 작은 하부구조물은 rocking거동보다는 sliding거동이 주로 발생하게 된다. 또한 이러한 하부구조물의 sliding 거동은 적층구조시스템의 전체 거동에 가장 큰 영향을 미치게 된다.

Den Hartog는 단자유도계 강체운동에서 두가지 운동형상(Stick과 Sliding)을 말하였으며 이 후 Pratt와 Williams(1981)은 Den Hartog의 해석을 확장하여 수치해석과 운동방정식의 직접해를 결합한 비선형 해석식을 제안하였다. 단 자유도계에 대한 해석적 연구가 진척되어 1984년 Christos와 Iradj는 2자유도 모델 구조물의 지진거동을 수치해석 하였다. Westermo B, Udwadia F,

* 학생회원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부, 석사졸업

** 정회원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부, 교수

Mostaghel N, Hejazi M (1983)등에 의하여 다자유도계의 지진거동 해석해를 구하고자하는 노력이 시도되었지만 복잡한 지진 거동양상으로 인하여 해석식은 이상적인 조건하에 있는 시스템의 조화 입력 운동으로 제안되어 있었다. 이 연구에서는 다중블록시스템의 수직축 회전을 고려한 sliding거동의 해석적방법을 제시하며 이상화한 강체블록을 제작 실험하여 해석결과와 비교 하였다.

2. 단일블록시스템(Single Block System)

단일 블록의 평면운동은 stick, sliding, horizontal rotation, sliding- horizontal rotation, jump와 같이 모두 다섯 가지의 모드로 정의할 수 있다.

2.1 지배방정식

(1) Stick Mode(상대운동을 중심으로)

$$x = \dot{x} = \ddot{x} = y = \dot{y} = \ddot{y} = z = \dot{z} = \ddot{z} = 0 \quad (1a)$$

$$\theta_x = \theta_y = \dot{\theta}_x = \dot{\theta}_y = \ddot{\theta}_x = \ddot{\theta}_y = \ddot{\theta}_x = \ddot{\theta}_y = 0 \quad (1b)$$

(2) Sliding Mode

외력이 마찰력보다 커서 지반과 강체블록 사이에 미끄러짐이 생기는 경우 또는 강체의 관성력으로 인하여 미끄러짐 지속되는 경우이다.

$$\ddot{x} = -\ddot{x}_g - \mu_k (\ddot{z}_g + g) \cos \theta \quad (2a)$$

$$\ddot{y} = -\ddot{y}_g - \mu_k (\ddot{z}_g + g) \sin \theta \quad (2b)$$

$$\cos \theta = -\frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}, \quad \sin \theta = -\frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \quad (2c)$$

(3) Horizontal Rotation Mode

면접촉을 유지한 상태로 가상의 Z축을 중심으로 회전하는 거동을 의미한다. 이때 강체블록의 회전운동은 무게중심을 가상 회전축으로 하여 일어나며 마찰면에서 수직응력이 0이되는 Jump Mode나 병진운동을 일으키는 sliding Mode는 일어나지 않는 순수회전 운동만을 정의한다.

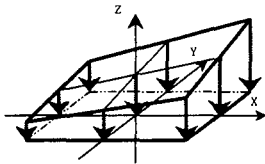
$$\int_{t_1}^{t_2} \sum M_0 dt = [(r \times mv) \cdot k + I\omega]_2 - [(r \times mv) \cdot k + I\omega]_1 \quad (3a)$$

$$\omega_2 = \left(\int_{t_1}^{t_2} \sum M_0 dt - [(r \times mv) \cdot k]_2 + [(r \times mv) \cdot k + I\omega]_1 \right) / I \quad (3b)$$

(4) Sliding-Horizontal Rotation Mode

강체블록의 무게중심을 회전축으로 하여 회전변위가 일어남과 동시에 미끄러짐이 일어나는 경우이다. Sliding이 일어나면 강체의 상대속도에 따라 강체의 수직응력분포가 변하게 되며 이는 마찰력의 크기의 변화를 가져 오게 된다(그림 1). 이때 발생하는 마찰력의 방향은

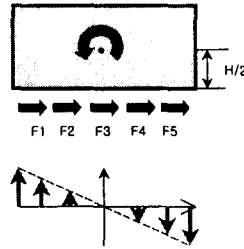
상대속도의 방향의 반대방향으로 작용하여 마찰력의 분포가 운동방향을 기준선으로 할 때 대칭적으로 분포하지 않게 된다. 이러한 작용이 강체의 회전변위를 일으키는 모멘트로 작용하게 된다. 상대가속도 계수 α , β 는 그림 2와 같이 구할 수 있다.



$$N(x, y) = C(1 + \alpha x)(1 + \beta y)$$

α = Coefficient of X Acceleration
 β = Coefficient of Y Acceleration

$$\int_x N(x, y) dx = mg$$



$$M = \sum F_i \times H/2 = m \times Acc_x \times \frac{H}{2}$$

$$\Delta N(x) = \alpha x$$

$$M = \int \Delta N \cdot x dx = \frac{\alpha L^3}{12}$$

$$\alpha = \frac{6mH}{L^3} \times Acc_x$$

$$N(x) = \frac{mg}{L} + \frac{6mH}{L^3} \times Acc_x$$

그림 1. 강체블록의 수직응력분포

그림 2. 전단응력에 따른 모멘트 분포

(5) Jump Mode

$$\ddot{Z} = -(z_g + g) \tag{4}$$

2.2 모드전환

(1) Stick Mode → Sliding Mode

외력의 합력이 강체블록과 마찰면사이의 마찰력보다 크며 강체블록의 Overturning이 일어나지 않을 때 발생한다.

$$\mu_s m(g + \ddot{z}_g) < |m \sqrt{(\ddot{x}_g^2 + \ddot{y}_g^2)}| \tag{5a}$$

$$|m \cdot \ddot{x}_g| \leq \frac{L_x}{L_z} m(g + \ddot{z}_g) \tag{5b}$$

$$|m \cdot \ddot{y}_g| \leq \frac{L_y}{L_z} m(g + \ddot{z}_g) \tag{5c}$$

(2) Sliding Mode → Stick Mode, Reverse Sliding Mode

지진파에 따른 거동분석 시 주어진 시간간격을 기준으로 수치해석을 진행하며 시간간격을 전후하여 상대운동의 부호가 변할 경우 지반가속도, 상대속도, 정지마찰계수를 고려하여 Reverse Sliding Mode로 변하는지 Stick Mode로 변하는지 결정한다.

3. 다중블록시스템(Multi Blocks System)

단일블록에서 적용하였던 지배방정식과 모드 변환조건을 사용하지만, 블록간의 상호작용에 의하여 모드의 판단이 상당히 복잡하게 변하게 된다.

3.1 시간 간격 결정

다중블록의 경우 지진과가 주어질 때 마다 다양한 모드를 유지하게 된다. 이러한 모든 모드를 가정하고 이에 대한 지배방정식을 결정하여 해석하는 것을 불가능한 일로서 이 연구에서는 주어진 Timestep의 전후가 같은 모드를 가지도록 시간간격을 나누고 이에 대한 지배방정식을 결정하고 해석하였다.

$$A(\tau) = \frac{k\Delta t - \tau}{\Delta t} A_g[(k-1)\Delta t] + \frac{\tau - (k-1)\Delta t}{\Delta t} A_g[k\Delta t], \quad (k-1)\Delta t \leq \tau \leq k\Delta t \quad (6a)$$

$$V(\tau) = \frac{k\Delta t - \tau}{\Delta t} V_g[(k-1)\Delta t] + \frac{\tau - (k-1)\Delta t}{\Delta t} V_g[k\Delta t], \quad (k-1)\Delta t \leq \tau \leq k\Delta t \quad (6b)$$

$$D(\tau) = \frac{k\Delta t - \tau}{\Delta t} D_g[(k-1)\Delta t] + \frac{\tau - (k-1)\Delta t}{\Delta t} D_g[k\Delta t], \quad (k-1)\Delta t \leq \tau \leq k\Delta t \quad (6c)$$

3.2 블록의 그룹화

Sliding Mode가 발생하는 블록과 다음 Sliding모드가 발생하는 블록 사이를 한 그룹으로 나누었으며 이러한 경계조건에 따라 질량과 마찰계수를 정의하였으며 매 해석시간 간격마다 각각 블록의 모드를 확인하여 그룹을 결정하였다.

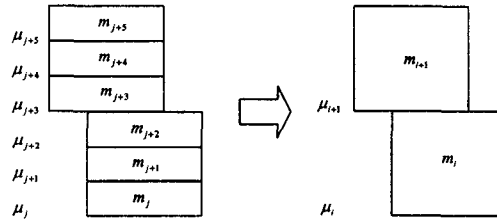


그림 3. 모드에 따른 강체블록의 그룹화

3.3 지배방정식 및 모드 발생조건

(1) Stick Mode

- 지배방정식

$$\ddot{x}_{i-1} = \ddot{x}_i = \ddot{x}_{i+1} \quad \dot{x}_{i-1} = \dot{x}_i = \dot{x}_{i+1} \quad x_{i-1} = x_i = x_{i+1} \quad (7a)$$

$$\ddot{y}_{i-1} = \ddot{y}_i = \ddot{y}_{i+1} \quad \dot{y}_{i-1} = \dot{y}_i = \dot{y}_{i+1} \quad y_{i-1} = y_i = y_{i+1} \quad (7b)$$

$$\ddot{z}_{i-1} = \ddot{z}_i = \ddot{z}_{i+1} \quad \dot{z}_{i-1} = \dot{z}_i = \dot{z}_{i+1} \quad z_{i-1} = z_i = z_{i+1} \quad (7c)$$

- 모드발생조건

$$\sqrt{(Fx_{i-1} + Rx_{i+1})^2 + (Fy_{i-1} + Ry_{i+1})^2} \leq \mu_{i-1} \cdot \sum_{k=1}^N m_k \cdot (\ddot{Z}_g + g) \quad (8a)$$

$$(N: \text{총 블록의 수}, \quad Fx_{i-1} = \ddot{x}_{i-2} \cdot \sum_{k=1}^{i+1} m_k, \quad Fy_{i-1} = \ddot{y}_{i-2} \cdot \sum_{k=1}^{i+1} m_k, \quad Rx_{i+1} = -Fx_{i+2}, \quad Ry_{i+1} = -Fy_{i+2})$$

(2) Sliding Mode

그림 4의 중간블록 그룹에 대하여 평형방정을 정리하였다.

- 지배방정식

$$F_{x_{i,j+\Delta t}} = \mu_i \cdot \sum_{k=i}^N m_k \cdot (\ddot{z}_{g,i+\Delta t} + g) \cdot \left(-\frac{\dot{x}_{i,j} - \dot{x}_{i-1,j}}{\sqrt{(\dot{x}_{i,j} - \dot{x}_{i-1,j})^2 + (\dot{y}_{i,j} - \dot{y}_{i-1,j})^2}} \right) \quad (9a)$$

$$F_{y_{i,j+\Delta t}} = \mu_i \cdot \sum_{k=i}^N m_k \cdot (\ddot{z}_{g,i+\Delta t} + g) \cdot \left(-\frac{\dot{y}_{i,j} - \dot{y}_{i-1,j}}{\sqrt{(\dot{x}_{i,j} - \dot{x}_{i-1,j})^2 + (\dot{y}_{i,j} - \dot{y}_{i-1,j})^2}} \right) \quad (9b)$$

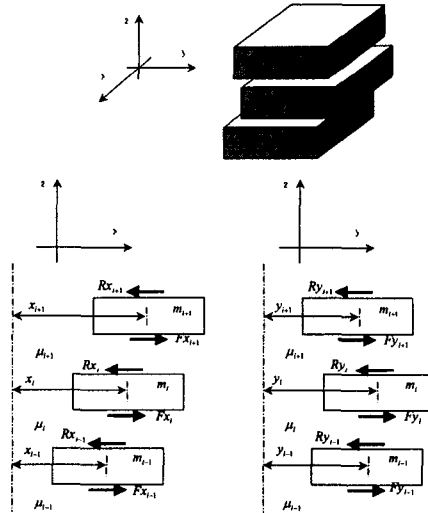
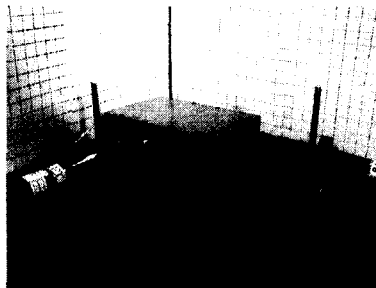


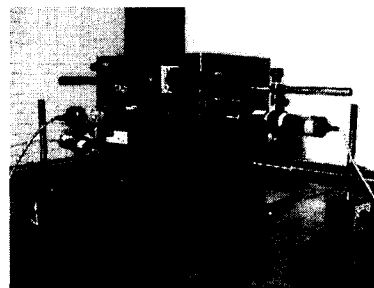
그림 4. 다중블록의 Sliding Mode

4. 강체 블록시스템의 진동대 실험

고정지반 위에 놓인 단일 강체블록 시스템과 다중블록 시스템의 2축 진동대 실험을 실시하였다. 단일 강체블록(300mm×200mm×100mm)을 2개 또는 3개씩 쌓아놓은 적층 모델에 대하여 sin파를 이용한 조화입력운동과 El Centro 지진파와 도로교 시방에서 제안하는 인공지진파를 지반운동으로 하여 실험하였다.



(a) Single Block Systems



(b) Multi-Block Systems

그림 5. 강체블록의 진동대 실험 모습

4.1 단일 블록 시스템의 1축 거동

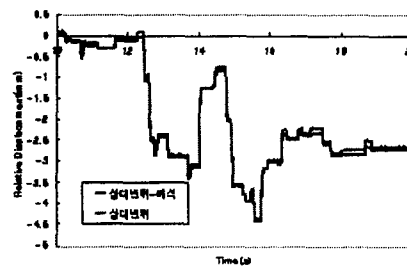
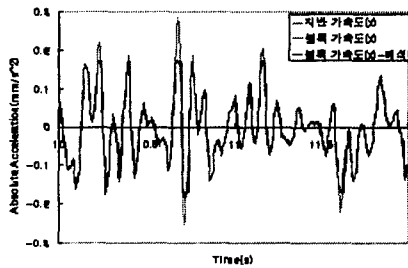
PGA 0.3g를 가지는 지진파 또는 조화운동을 입력하였다. 인공지진파의 실험결과 발생한 상대 변위는 수치해석 결과와 만족할 만큼 매우 잘 일치하였다.(그림 6)

4.2 단일 블록 시스템의 2축 거동

입력지진파로서 El Centro(PGA 0.3g)를 사용하였다. X방향으로는 El Centro NS성분을 입력하였고 Y방향으로는 EW방향의 성분을 입력하였다. 해석결과와 실험결과는 대체로 잘 일치하였다.(그림 7)

4.3 다중 블록 시스템의 1축 거동

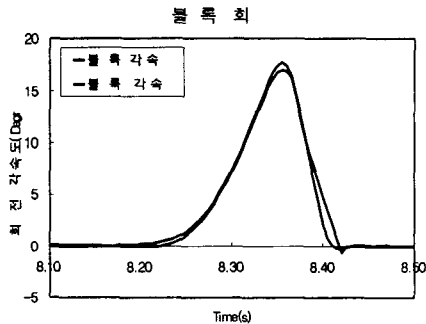
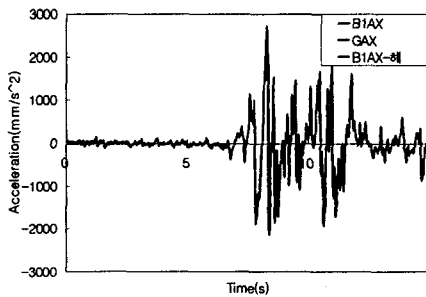
정밀도 있어 해석의 정확성이 단일블록에 비하여 다소 떨어지는 결과를 보여주고 있지만 모델의 정밀성을 비롯한 외적요인을 고려하여 보았을 때 이 논문에서 행한 다중블록의 해석은 대체적으로 잘 일치한다고 볼 수 있다.(그림 8)



(a) 절대가속도 시간이력곡선

(b) 상대변위 시간이력곡선

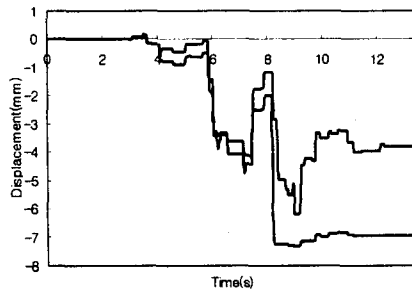
그림 6. 단일블록 시스템 시간이력곡선 (1축 인공지진파 PGA 0.3g)



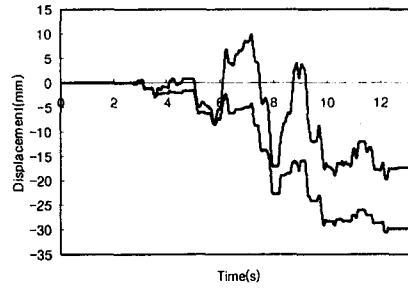
(a) 절대가속도 시간이력곡선

(b) 회전각속도 시간이력곡선

그림 7. 단일블록 시스템 시간이력곡선 (El Centro 2축 PGA 0.3g)



(a) 1층블록의 절대위치



(b) 2층블록의 절대위치

그림 8. 다중블록 시스템 시간이력곡선 (El Centro 2축 PGA 0.3g)

4. 결 론

쿨롱의 마찰모델과 모드간 경계조건을 바탕으로 한 단일블록의 해석결과는 Sliding와 Stick이 반복되는 상당히 비선형적인 거동에서도 실험결과를 매우 정밀하게 예측할 수 있음을 보여주었으며 2축 지진파를 입력파로 할 때 발생하는 z축 회전변위는 회전각속도가 감소하는 구간에서 해석결과와 실험결과가 다소간의 차이를 두고 있지만 전체적인 거동을 보았을 때 해석결과는 실제거동을 잘 묘사하고 있음을 확인할 수 있었다.

감사의 글

이 연구는 서울대학교 지진공학연구센터의 2002년도 2-2과제 “경계와 재료비선형을 고려한 지반-구조물 시스템의 비선형 동적거동연구”의 일환으로 수행되었으며, 연구비 일부는 2002년도 두뇌한국21사업의 지원금에 의한 것입니다. 연구비 지원에 감사드립니다. 또한 실험의 수행에 있어 많은 도움을 주신 현대건설 기술연구소 관계자 여러분께도 감사드립니다.

참고문헌

1. T. Winkler, K. Meguro and F. Yamazaki, "Response of Rigid Body Assemblies to Dynamic Excitation," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 24, 1995, pp.1389-1408.
2. S. J. Hogan, "The Many Steady State Responses of a Rigid Block Under Harmonic Forcing," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 19, 1990, pp.1057-1071.
3. H. W. Shenton and N. P. Jones, "Base Excitation of Rigid Bodies. I: Formulation," Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 117, No. 10, 1991, pp.2286-2305.
4. R. L. Huston, C. Q. Liu., Formulas for dynamic analysis, 2000.
5. B. Westermo and F. Udawadia, "Periodic response of a sliding oscillator system to harmonic excitation", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1983.
6. N. Mostaghel, M. Hejazi and J. Tanbakuchi, "Response of sliding structures to harmonic support motion", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1983.
7. J. Y. Christos, G. Iradj and M. Tadjbakhsh, "Response of sliding rigid structure to base excitation", ASCE, 1984.