

Horn과 Anandan기법을 이용한 Optical Flow 측정

(Measurement of Optical Flow Using Horn and Anandan Techniques)

송 석 진¹, 남 기 곤¹, 이 장 명¹

¹ 정회원, 부산대학교 전자공학과
(Dept. of Elec. Eng., Pusan National Univ.)

(Seok-Jin Song, Ki-Gon Nam and Jang-Myung Lee)

Abstract

Measurement of optical flow is a core problem of matching through the analysis of image sequences. In this paper, Horn's and Anandan's techniques are analyzed to derive a better technique for matching. Experimental results show that Horn's technique has low accuracy in measuring the velocity of optical flow while Anandan's technique has poor performance for diverging images. Based upon this observation, a new technique for the measurement of optical flow is proposed.

I. 서론

Optical Flow는 2차원 속도장을 나타내는 것으로서 영상면상의 한점에서의 속도는 그점에서의 영상요소의 순간속도이다. 또한 3차원 공간상에서의 물체의 움직임과 영상평면상에서의 영상속도벡터는 기하학적 관계를 가지고 3차원을 2차원으로 투영시 3차원의 깊이정보는 사라지지만 영상속도벡터정보를 정확히 알고 있다면 추출할 수 있다

Optical Flow를 구하는 방법은 다양하지만 본 논문에서는 광강도에 대해 시,공간적 기울기(Gradient)을 이용하는 Horn기법과 상관도(Correlation)을 이용하여 정합(Matching)을 찾는 Anandan기법에 대해 알아본다. 그리고 2가지 기법을 사용하여 Optical Flow를 측정하여 보고 그 결과를 서로 비교하여 본다.

II. Horn 기법

1. 기울기 제약조건(Gradient Constraint)

물체의 한점에서의 강도(Intensity)는 시간에 대해 일정하다는 가정, 즉 이미지강도의 보존(Conservation of Image Intensity)을 바탕으로 한다.

$$E(x, y, t) = E(x + \delta x, y + \delta y, t + \delta t) \quad (1)$$

(x, y, t) 에 대해 테일러시리즈로 확장한후 정리하면

$$\frac{\delta x}{\delta t} \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\delta y}{\delta t} \frac{\partial E}{\partial y} + \frac{\partial E}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

여기서 다음과 같이 u, v 를 정의하여 지역속도벡터를 나타낸다.

$$\frac{\delta x}{\delta t} = u, \quad \frac{\delta y}{\delta t} = v \quad (3)$$

E_x, E_y, E_t 로 편도함수를 나타내어 기울기 제약 방정식(Gradient Constraint Equation)을 나타내면

$$E_x u + E_y v + E_t = 0 \quad (4)$$

2. 스무스제약조건(Smoothness Constarint)

식(4)에서 Zero로부터의 편차(Deviation)는 다음과 같이 표현될수 있다.

$$\epsilon_b^2 = \left(\delta_x \frac{\partial I}{\partial x} + \delta_y \frac{\partial I}{\partial y} + \delta_t \frac{\partial I}{\partial t} \right)^2 \quad (5)$$

인접점은 비슷한 속도를 가지며 이미지내에서 밝기 패턴의 속도장은 모든곳에서 스무스(Smooth)하게 변화한다는 가정으로부터의 편차는 다음과 같다.

$$\epsilon_c^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \quad (6)$$

따라서 전체 에러(error)는

$$\epsilon^2 = \iint (\alpha^2 \epsilon_c^2 + \epsilon_b^2) dx dy \quad (7)$$

여기서, α 는 Smoothing Factor이다.

ϵ^2 를 최소화 시켜야 Optical Flow평가상의 문제가

최소화될수 있다. 따라서 u, v 에 대해 알맞은 값을 발견하기위해 Calculus of Variation을 사용하면

$$E_x^2 u + E_x E_y v = \alpha^2 \nabla^2 u - E_x E_t, \quad (8)$$

$$E_x E_y u + E_y^2 v = \alpha^2 \nabla^2 v - E_y E_t$$

3. 반복해 (Iterative Solution)

이산적인 세트(Discrete Set)에서 밝기의 도함수를 측정한다. 여기서 j 축은 x 방향, i 축은 y 방향, k 축은시간 방향에상응한다.

$$E_x \approx \frac{1}{4} [E_{i,j+1,k} - E_{i,j,k} + E_{i+1,j+1,k} - E_{i+1,j,k} \quad (9)$$

$$+ E_{i,j-1,k+1} - E_{i,j,k+1} + E_{i+1,j-1,k+1} - E_{i+1,j,k+1}]$$

E_y, E_x 도 같은 방식으로 구해진다.

u 와 v 의 라플라시안 근사화는 다음과 같이한다.

$$\nabla^2 u \approx k(\bar{u}_{i,j,k} - u_{i,j,k}), \nabla^2 v \approx k(\bar{v}_{i,j,k} - v_{i,j,k}) \quad (10)$$

k 는 비례상수이고 국부평균(Local Average) \bar{u}, \bar{v} 는 다음과같이 정의된다.

$$\bar{u}_{i,j,k} = \frac{1}{6} [u_{i-1,j,k} + u_{i,j+1,k} + u_{i+1,j,k} + u_{i,j-1,k}]$$

$$+ \frac{1}{12} [u_{i-1,j-1,k} + u_{i-1,j+1,k} + u_{i+1,j+1,k} + u_{i+1,j-1,k}]$$

$$\bar{v}_{i,j,k} = \frac{1}{6} [v_{i-1,j,k} + v_{i,j+1,k} + v_{i+1,j,k} + v_{i,j-1,k}] \quad (11)$$

$$+ \frac{1}{12} [v_{i-1,j-1,k} + v_{i-1,j+1,k} + v_{i+1,j+1,k} + v_{i+1,j-1,k}]$$

식 (8)을 라플라시안 근사법을 사용하고 u, v 에 대해 풀어 가우시안 반복법을 써서 유도하면

$$u^{n+1} = \bar{u}^n - E_x \frac{E_x \bar{u}^n + E_y \bar{v}^n + E_t}{\alpha^2 + E_x^2 + E_y^2} \quad (12)$$

$$v^{n+1} = \bar{v}^n - E_y \frac{E_x \bar{u}^n + E_y \bar{v}^n + E_t}{\alpha^2 + E_x^2 + E_y^2}$$

여기서 u^n, v^n 은 n 번째 반복에서 주어진 픽셀의 속도이고 \bar{u}, \bar{v} 는 영상좌표 (x, y) 에서 주변화소로부터 구해지는 영상속도의 평균값을 나타낸다.

III. Anandan 기법.

1. 구성(Framework)

지역강도분포의 보존(Conservation of Local Intensity Distribution)라는 가정을 사용하는데 이는 상관도에 기초한 접근법이다.

큰 스케일 강도정보를 사용하여 이미지모션의 대략적인 측정치를 얻고 그것은 더 작은 스케일에서 강도 정보를 사용하여 정밀화된다.

측정치는 픽셀에 대해 변위 혹은 속도벡터형식이고 신

뢰도(C confidence) 측정과 동반된다. 스무스제약은 신뢰도가 낮은 이웃영역에 높은 신뢰도를 가지고 측정치를 전달기위해 수용된다.

이렇게 계산된 결과치는 하위 레벨로 투사(Projection) 되는데 이때 Overlapped 피라밋투사법을 사용한다.

이러한 과정을 반복하여 레벨수를 늘리며 피라밋구조를 형성하여 Flow속도를 계산한다.

자세한 구조과정은 다음의 순서를 따르게 된다.

2. 공간주파수분해(Spatial Frequency Decomposition)

1) 가우시안 피라밋(Gaussian Pyramid)

상관도계산시 계산량을 줄이기 위해 피라밋을 사용하는데 $f_o(n_1, n_2)$ 을 $2^m \times 2^m$ 의 이미지라고 할 때 가우시안저역필터통과후 Subsampling하여 첫 번째 레벨의 이미지 $f_1(n_1, n_2)$ 를 만드는데

$$f_1(n_1, n_2) = \begin{cases} f_o(2n_1, 2n_2), & 0 \leq n_1, n_2 \leq 2^{m-1} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

가우시안 피라밋의 최대해상도 레벨L은 입력이미지를 포함한다. 어떤레벨 $L = L - 1, \dots, 0$ 에 있는이미지는 5×5 가우시안 Convolution을 레벨 $L + 1$ 에 있는 이미지에 적용하고 필터링한 이미지를 Subsampling함으로써 형성된다.

2) 라플라시안 피라밋(Laplacian Pyramid)

레벨L과 L-1에서의 가우시안 피라밋 이미지사이의 차로 레벨L의 라플라시안 피라밋 이미지를 만든다.

$$f_o(n_1, n_2) = \tilde{I} [f_1(n_1, n_2)] + e_o(n_1, n_2) \quad (14)$$

$\tilde{I} [f_1(n_1, n_2)]$ 는 $f_1(n_1, n_2)$ 의 Interpolation이고 $e_o(n_1, n_2)$ 는 Interpolation시의 에러이며 고역 통과 성격을 가지고 있음을 알수있다.

$$e_1(n_1, n_2) = f_1(n_1, n_2) - \tilde{I} [f_2(n_1, n_2)]$$

$$= f_1(n_1, n_2) - f_1(n_1, n_2) * h(n_1, n_2)$$

$$= f_o(n_1, n_2) * (h(n_1, n_2) - h(n_1, n_2) * h(n_1, n_2)) \quad (15)$$

$$= f_o(n_1, n_2) * h_1(n_1, n_2)$$

여기서 $h_1(n_1, n_2)$ 는 대역통과필터역할을 한다.

따라서 i 번째 라플라시안 피라밋 이미지 $e_i(n_1, n_2)$ 는 다음과 같다.

$$e_i(n_1, n_2) = f_i(n_1, n_2) - \tilde{I} [f_{i+1}(n_1, n_2)] \quad (16)$$

3. 정합(Matching)

가우시안 가중SSD(Weight SSD)로 최소치의 SSD를 가진 후보픽셀을 최적의 정합으로 선택한다.

4. 신뢰도 측정(C Confidence Measure)

각 스케일에서 정합률 따라 신뢰도측정이 계산된다.

1) 변위(Displacement)에 따른 SSD표면

코너(Corner), 에지(Edge), 동질영역, 폐쇄(Occlusion)영역에서 나타나는 SSD표면을 알아본다.

SSD가 최소가 되는 지점을 O로 나타내고 Correct 변위에 해당하는 지점을 X로 나타내었다.

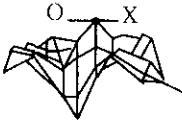


그림1.코너의 SSD
Fig.1.SSD on Corner

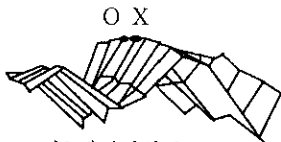


그림2.에지영역의 SSD
Fig.2.SSD on Homogeneous

코너점에서는 SSD의 최소지점이 Correct 변위와 일치함을 알 수 있고 에지점에서는 Correct 변위가 일치하지 않을 수 있다. 동질(Homogeneous)영역에서는 유일한 정합을 찾는 것이 불가능하고 폐쇄영역에서는 정합을 믿을 수 없음을 알 수 있다.

2) 신뢰도 측정(C Confidence Measure)

주축(Principle Axes)은 SSD표면내에서 표면곡률이 최대 혹은 최소가 되는 방향이고 주곡률(Principle Curvature)은 이들방향에 따르는 표면 곡률이다.

최대, 최소주축을 단위벡터 $\hat{e}_{max}, \hat{e}_{min}$ 로 나타내고 이에 연관되는 최대, 최소 곡률을 C_{max}, C_{min} 으로 나타낸다.

$$C_{max} = \frac{C_{max}}{k_1 + k_2 S_{min} + k_3 C_{max}} \quad (17)$$

$$C_{min} = \frac{C_{min}}{k_1 + k_2 S_{min} + k_3 C_{min}}$$

k_1, k_2, k_3 는 Normalization Parameter이고 S_{min} 은 최적의 정합일 때의 SSD값이다. 이 식에서 보면 코너에서는 C_{max} 도 크고 C_{min} 도 크고, 반면 에지에서는 C_{max} 는 크고 C_{min} 는 작음을 알 수 있다.

5. 스무스제약조건(Smoothness Constraint)

스무스변위를 발견하는 것은 최소화시키는 것과 관련되는데 앞에서 구한 신뢰도(C Confidence)를 가미한다.

벡터장 $[U]$ 로 나타내면

$$E([U]) = E_{sm}([U]) + E_{cb}[U] \quad (18)$$

스무스여러 E_{sm} 는 $[U]$ 의 공간변화를 측정하고

근사화여러 E_{cb} 는 매칭과정에 의해 제공된 변위세트

를 $[U]$ 가 근사화시키는 것을 나타낸다.

$$E_{sm}([U]) = \iint (u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) dx dy$$

$$E_{cb}([U]) = \sum_{x,y} [C_{max}(u \cdot \hat{e}_{max} - d \cdot \hat{e}_{max})^2 + C_{min}(u \cdot \hat{e}_{min} - d \cdot \hat{e}_{min})^2] \quad (19)$$

$E([U])$ 을 최소화하기 위해 오일러공식(Euler Eq)을 사용하고 u, v 를 정리하면

$$(U - \bar{U}) + C_{max}(U \cdot \hat{e}_{max} - d \cdot \hat{e}_{max}) \hat{e}_{max} + C_{min}(U \cdot \hat{e}_{min} - d \cdot \hat{e}_{min}) \hat{e}_{min} \quad (20)$$

여기서 \bar{U} 는 이웃변위의 가중평균 가중치이고

Gauss-Seidel 이완법(Relaxation Method)으로 풀면

$$U^{n+1} = \bar{U} + \frac{C_{max}}{C_{max} + 1} ((d - \bar{U}^n) \cdot \hat{e}_{max}) \hat{e}_{max} + \frac{C_{min}}{C_{min} + 1} ((d - \bar{U}^n) \cdot \hat{e}_{min}) \hat{e}_{min} \quad (21)$$

6. 투사(Projection)

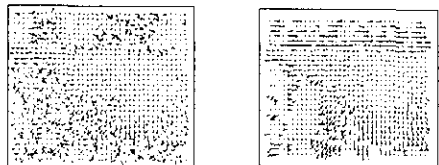
변위투사를 위해 Overlapped Pyramid Projection기법을 사용하는데 저해상도 레벨L에서의 한 픽셀의 변위를 다음의 고해상도 레벨L+1에서 4x4영역에 있는 모든 픽셀에 전달하여 정합에러에 있어서 정확함을 제공한다.

IV. 실험 및 결과

발산, 이동하는 Tree와 발산과 이동을 포함하는 Yosemite 합성연속이미지 3장과 캔쪽으로 발산하는 NASA 및 이동하는 SRI 실제연속이미지 2장에 Horn과 Anandan기법(2 레벨)을 적용하여 Optical Flow를 측정하였다.



(a) (b)



(c) (d)

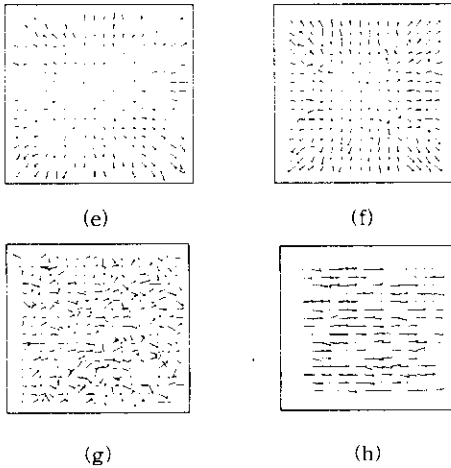


그림3. 측정된 optical flow.

(a)Yosemite (b)발산,이동Tree (c)(d)Yosemite(Horn, Anandan) (e)(f)발산Tree(Horn,Anandan) (g)(h)이동Tree(Horn,Anandan)

Fig.3. Measured optical flow.

(a)Yosemite (b)Diverging,Translating Tree (c)(d) Yosemite(Horn,Anandan) (e)(f)Diverging Tree(Horn, Anandan) (g)(h)Translating Tree(Horn,Anandan)

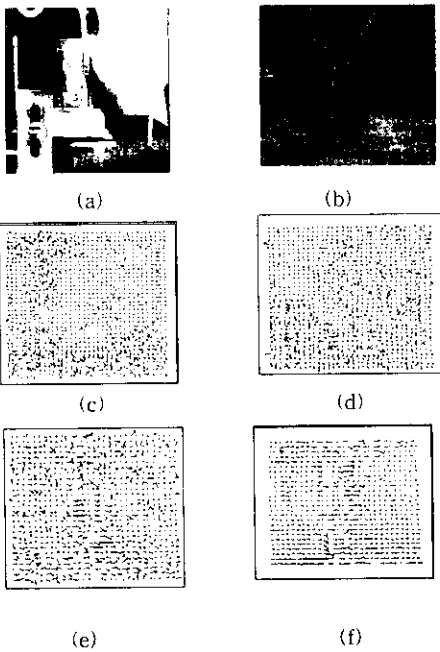


그림4. 측정된 optical flow.

(a)(b)NASA,SRI (c)(d)NASA(Horn,Anandan) (e)(f)SRI(Horn,Anandan)

Fig.4. Measured optical flow.

(a)(b)NASA,SRI (c)(d)NASA(Horn,Anandan) (e)(f)SRI(Horn,Anandan)

그림3.에서도 알 수 있는 바와같이 Correct 속도와 의 각 에러(Angular Error)를 나타낸 표1을 보면 전체적으로 Anandan방법이 우수함을 알수있다.

그러나 발산하는 이미지에서는 그다지 좋은 결과를 나타내지 못했다. Horn방법에서 Threshold를 사용하거나 α (Smoothing Factor)를 높게 하면 에러가 줄어들었다

표1. Correct Velocity사용하여 측정된 에러

Table1. Error Measure using Correct Velocity

Image	Horn Method		Anandan Method	
	Error	Standard Deviation	Error	Standard Deviation
Diverging Tree	12.30°	11.39°	14.69°	10.07°
	(TH)	(TH)		
Translating Tree	9.23°	7.72°	4.50°	2.96°
	39.69°	27.59°		
Yosemite	(TH)	(TH)	17.03°	12.01°
	33.69°	24.25°		
	32.85°	30.23°		
	25.35°	27.49°		

V. 결론

Horn방법은 Flow속도측정에서 대체적으로 정확도가 떨어지는데 향상을 위해서 Gaussian presmoothing을 사용하는 것이 낫다.

그리고 Anandan기법에서의 발산에 대한 정확도를 보완하기 위해서 Thershold를 사용하거나 발산에 대해 보강할 수 있는 조건을 스무스조건에 부가하면 향상 될것으로 보인다.

참고문헌

[1]J.L.Barron,D.J.Fleet,S.S.Beauchemin andT.A.Burkitt "Performance of Optical Flow Techniques," IJCV (12),No.1,pp.43-77,Feb,1994
 [2]P.Anandan,"A Computational Framework and Algorithm for the Measurement of Visual Motion," IJCV(2),No.3,pp.283-310,Jan,1989
 [3]K.P.Horn and B.G.Schunck, "Determining Optical Flow,"AI(17),pp.185-203,1981
 [4]A.Singh,"Optic Flow Computation,"IEEE Computer Society Press,Los Alamitos,CA,pp.22-43,1991