정규화된 블라인드 등화 알고리즘에 관한 연구

장 기 원°, 허 창 원, 윤 태 성, 허 영*
국립 창원대학교 신호처리 실험실, 한국전기연구소*
jgw@dsplab.changwon.ac.kr

A Study on Normalized Blind Equalization Algorithms.

Gi-Won Jang°, Chang-Won Huh, Tae-Sung Yoon, Pan-Bong Ha, Young Huh*
Changwon National University Signal Processing Lab.,
Korea Electrotechnology Research Institute*
jgw@dsplab.changwon.ac.kr

Abstract

In this study, we derived Stop-and-go Normalized DD, Dual-mode Normalized Sato, Dual-mode NCMA blind equalization algorithm for complex data. and then, the convergence characteristics of the proposed SG-NDD, Dual-mode NSato blind equalization algothms are compared with those of SG-DD, Dual-mode Sato algothms. In general, the normalized blind equalization algorithms have better convergence characteristics than the conventional algorithms.

I. 서 론

초기 training주기를 피하기 위한 등화기를 블라인드 등화기라 한다. 블라인드 등화를 위한 기본적인 알고리즘으로는 Sato 알고리즘[1] 및 Godard[2] 알고리즘이있다. Godard 알고리즘의 차수가 2차인 경우를 특별히 Constant Modulus Algorithm(CMA)라 일컫는데, Treichler과 그 연구진들에 의해 발표되었다.[3] 그러나, 이러한 Sato 및 CMA 알고리즘은 수렴 특성이 좋지 못하기 때문에, 수렴 성능을 향상시키기 위해 많은 연구가 이루어져 왔다. 결정 지향(Decision- Directed :DD) 알고리즘의 단순성을 그대로 지니면서 블라인드 수렴 특성을 개선 시킬 수 있는 알고리즘을 Picchi와 Prati가 제안 했는데, 기본 생각은 위의 조건들이 결정한 출력 오차값의 신뢰도가 충분히 좋지 않으면 적응 과정을 멈추는 것으로, 이진값을 지니는 플래그(flag)를 설정하여 현재의 결정에 대한 출력 오차가 일반적인 DD알고리즘에 신뢰성 있게 쓰일 수 있는지, 없는지를 판단하는 알고리즘이다.[4] 여기서 좀 더 효과적으로 Sato 에러의 부호에 기초한 stop-and-go를 사용한 기법이 발표되어졌는데, stop-and-go DD(SG-DD) 알고리즘이라 한다.[5] Ready는 CMA와 DD 알고리즘의 혼합된 모습을 하고 있는 반경 지향 방식을 제안했다.[6] 그리고,Weerackody는 결정 영역을 정하여 영역에 따라 각기 다른 등화 동작을 하도록 한, 이중 모드를 가지는 새로운 적응 블라인드 등화 알고리즘을 제안하였다.[7]

최근에는 전통적인 최소평균자승(LMS) 알고리즘의 성능을 향상시킨 정규화된 알고리즘(NLMS)를 적용한 NCMA 알고리즘이 제안되었다.[8] 그리고, DD 알고리즘을 정규화시킨 NDD 알고리즘이 제안되었다.[9]

본 논문에서는 DD, CMA의 수렴 특성을 향상시킨 정규화 알고리즘인 NDD, NCMA 알고리즘을 기술하고, 정규화(normalization)를 SG-DD와 이중모드 알고리즘에 적용시킨 블라인드 등화 알고리즘을 제안하고자 한다. 또한, 컴퓨터 모의실험을 통하여 제안한 알고리즘의 수렴 특성을 기존의 알고리즘의 수렴 특성과 비교해 보고자 한다.

본 논문의 구성은 2절에서 NCMA를 기술한다. 3절에서는 NDD를 서술하고 이를 기존의 SG-DD 알고리즘에 적용시킨 블라인드 등화 알고리즘을 제시한다. 또한, 4절에서는 정규화된 이중 모드 형태의 블라인드

등화 알고리즘을 제안한다. 5절에서는 모의 실험과 실험 결과를 제시하고, 제안한 알고리즘의 성능을 확인하며, 마지막으로 6절에서는 결론을 맺는다.

Ⅱ.정규화된 CMA블라인드 등화알고리즘

초기 적응 필터 계수를 적응하기 위한 2-2 CMA는 "2-2 modulus error", J를 최소화 한다.

$$J=E[\,||y(n)|^2-A^2|^2] \qquad (2.1)$$

여기서, A는 원하는 modulus 이고, 그리고

$$y(n)=\sum_{k=0}^{N-1} w_n(k)x(n-k)=\underline{W}_n^t\,\underline{X}_n \qquad (2.2)$$

은 등화기의 출력이다. 식(2.2)에서 x(n)은 등화기의 입력신호, $w_n(k)$는 적응 필터 탭이고,

$$\underline{X}_n=[x(n),x(n-1),\cdots,x(n-N+1)]^t$$

$\underline{W}_n=[\,W_n(0),\ W_n(1),\cdots,\ W_n(N-1)]^t$ 이다.

필터 계수의 갱신 식은 다음과 같다

$$w_k(n+1)=w_k(n)-4\mu(\,|y(n)|^2-A^2)y(n)\,x^*(n-k)$$

$$=w_k(n)-\mu K\,x^*(n-k) \qquad (2.3)$$

$$K=4(\,|y(n)|^2-A^2)y(n) \qquad (2.4)$$

or

$$\underline{W}_{n+1}=\underline{W}_n-4\mu(\,|y(n)|^2-A^2)y(n)\underline{X}_n^*$$

$$=\underline{W}_n-\mu K\underline{X}_n^* \qquad (2.5)$$

여기서 μ는 스텝 크기로 전형적으로 실험적 경험에 의해 상수로 선택된다. 정규화된 최소 평균 자승(LMS) 해석법을 적용하면, 최적의 수렴율은 사후 에러 ε_n를 영으로 만들 때 얻어진다.

$$\varepsilon_n=|\,\underline{W}_{n+1}^t\underline{X}_n|^2-A^2 \qquad (2.6)$$

(2.6)과 (2.5)식을 조합해서 구하면

$$|K|^2\,||\underline{X}_n||^4\,\mu^2-2\,y^*(n)K\,||\underline{X}_n||^2\mu$$

$$+\,|y(n)|^2-A^2=0 \qquad (2.7)$$

이고, 식(2.7)를 μ에 관해서 풀면

$$\mu_{\perp}=\frac{y^*(n)K\pm A|K|}{|K|^2\,||\underline{X}_n||^2} \qquad (2.8)$$

식(2.4)의 K를 (2.8)식에 대입한 2-2 CMA의 가장 작은 양수해는 다음 식과 같다.

$$\mu_{+\min}=\frac{|y(n)|^2-A|y(n)|}{4\,|y(n)|^2(\,|y(n)|^2-A^2)\,||\underline{X}_n||^2} \qquad (2.9)$$

식(2.9)가 NCMA의 스텝 크기가 된다.

Ⅲ. 정규화된 stop-and-go 알고리즘

Ⅱ절에서 언급된 정규화 기법을 결정-지향(Decision-Directed) 등화에 적용하기 위해, 가중치 벡터를 다음 식처럼 정의한다.

$$w_k(n+1)=w_k(n)-\mu\,\varepsilon_{DD}(n)\,x^*(n-k) \qquad (3.1)$$

or

$$\underline{W}_{n+1}=\underline{W}_n-\mu\,\varepsilon_{DD}\underline{X}_n^* \qquad (3.2)$$

여기서, $\hat{p}$=arg min|y(n)- α_p|

$$\varepsilon_{DD}(n)=y(n)-\alpha_{\hat{p}} \qquad (3.3)$$

사후 에러를 영으로 하면,

$$w_k(n+1)\ X^T(n)=\alpha_p \qquad p=0,1,\cdots,P-1 \qquad (3.4)$$

이고, NCMA와 같은 방법으로 전개하면

$$\mu=\frac{1}{||\underline{X}_n||^2} \quad \text{이 된다.} \qquad (3.5)$$

이것이 NDD의 스텝 크기가 되고, NDD 알고리즘은 다음 식처럼 다시 적을 수 있다.

$$w_k(n+1)=w_k(n)-\frac{1}{||\underline{X}_n||^2}\,\varepsilon_{DD}(n)\,x^*(n-k) \qquad (3.6)$$

QAM 신호에서의 Sato 알고리즘은

$$w_k(n+1)=w_k(n)-\mu_{sato}\,\varepsilon_{sato}(n)\,x^*(n-k) \qquad (3.7)$$

$$\varepsilon_{sato}(n)=y(n)-\gamma\cdot csgn[\,y(n)] \qquad (3.8)$$

가 된다.

(3.6) 식을 실수부와 허수부로 나누어 flag 상수를 넣은 stop-and-go 알고리즘으로 정리하면

$$\underline{w}_R(n+1)=\underline{w}_n(n)-\mu[\,f_R(n)\ \underline{y}_R(n)\,e_R^D(n)$$

$$+\,f_I(n)\ \underline{y}_I(n)\,e_I^D(n)] \qquad (3.9)$$

$$\underline{w}_I(n+1)=\underline{w}_I(n)+\mu[\,f_R(n)\ \underline{y}_I(n)\,e_R^D(n)$$

$$-\,f_I(n)\ \underline{y}_R(n)\,e_I^D(n)] \qquad (3.10)$$

$$f_j(i)=\begin{cases}1 & \text{if } sgn[\,e_j^D(n)]=sgn[\,e_j^s(n)]\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

이 된다. 여기서, (3.9)와 (3.10)에 (3.5)를 대입한 식이 제안하는 SG-NDD 식이 된다.

Ⅳ.정규화된 이중 모드 형태의 알고리즘

1.정규화된 이중모드 Sato 알고리즘

stop_and_go 알고리즘과 비슷하게 등화기 출력값이 어느 특정 범위내에 들어오면 수렴율이 좋은 결정-지향 방식을 따르고, 그 외의 경우에는 Sato 알고리즘을 따르게 해서, 수렴 성능을 향상시킨 방법이 이중 모드 형태의 Sato 알고리즘이다.

그림1 처럼 출력 y(n) 신호가 결정 범위 2d내에 존재

하게 되면 에러 신호는

$$\epsilon=\{\ y_R(n)-\ d_R(n)\}+j\{\ y_I(n)-\ d_I(n)\} \quad (4.1)$$

2d 내에 존재하지 않으면

$$\epsilon=\{\ y_R(n)-\gamma sgn(\ y_R(n))\} \quad (4.2)$$

$$+j\{\ y_I(n)-\gamma sgn(\ y_I(n))\}$$ 가 된다.

따라서 16-QAM 데이터를 위한 가중치 갱신 식은 다음 처럼 될 수 있다.

$$\underline{w}(n+1)=\underline{w}(n)-\mu[(\ y_R(n)-\ d_R(n))$$

$$+j(\ y_I(n)-\ d_I(n))]\ \underline{X}^*(n) \quad y(n)\in D_k \quad (4.3)$$

$$\underline{w}(n+1)=\underline{w}(n)-\mu[(\ y_R(n)-\gamma sgn(\ y_R(n))$$

$$+j(\ y_I(n)-\gamma sgn(\ y_I(n))]\ \underline{X}^*(n) \quad y(n)\not\in D_k \quad (4.4)$$

그리고 이 식을 정규화 기법에 적용시키면,

$\mu=\dfrac{\alpha}{\|\ \underline{X}_n\|^2}$ 로 스텝 크기가 바꾸어 진다. 여기서 α는 수렴을 적당히 빠르게 조절하기 위한 초기값이 되고, 이 스텝 크기를 (4.3)과 (4.4)에 적용한 것이 제안하는 정규화된 이중 모드 Sato(Dual-NSato) 알고리즘이 된다.

2. 정규화된 이중모드 CMA 알고리즘

앞절에서 Sato 알고리즘을 이중 모드 형태에 적용을 했던 것과 마찬가지로 CMA를 이중 모드에 적용할 수 있다. 즉, 그림2 처럼 출력 값의 반경이 정해진 반경 범위 내에 있으면 특정한 반경을 따르게 되고, 그 외 범위에 있으면 원래의 CMA 반경을 따르게 되는 것이다. 따라서 가중치 update 하는 식은 다음처럼 된다.

$$\underline{w}(n+1)=\underline{w}(n)-\mu[\,|\,y(n)|^2-\ R_k]y(n)\ \underline{X}^*(n)$$

$$y(n)\in D_k \quad (4.5)$$

$$\underline{w}(n+1)=\underline{w}(n)-\mu[\,|\,y(n)|^2-R]y(n)\ \underline{X}^*(n)$$

$$y(n)\not\in D_k \quad (4.6)$$

여기서, R_k는 16QAM인 경우 $R_1=0.2$ $R_2=1$ $R_3=1.8$로서 결정되고, $R=1.32$가 된다. 그리고 d가 0.2보다 작을 경우에는 k=1,2,3일 때 $d_{ki}=d_{ko}=d$가 되지만, d가 0.2보다 클 때는 k=2,3일 때는 $d_{ki}=d_{ko}=d$가 되고, $d_{1o}=d$, $d_{1i}=0.2$가 되어야 한다.

이 이중 모드 알고리즘을 정규화 기법에 적용을 하면 스텝 크기가 NCMA의 스텝 크기로 바뀌게 된다.

즉, $\mu=\dfrac{|y(n)|-A}{|y(n)|(\ |y(n)|^2-\ A^2)\ \|\ \underline{X}_n\|^2}$

V. 모의 실험 및 결과 고찰

제안된 알고리즘의 성능을 확인하기 위하여 입력은 균일 분포를 가지는 복소 16QAM 신호를 사용하고 분산은 1로 맞추었다. 부가 잡음으로는 평균이 0이고 분산이 1인 가우시안 랜덤 백색 잡음을 사용하였다. 그리고, SNR은 30[dB]로 하였다. 채널은 신형 FIR 채널로서 다음 식과 같이 주어지며[4], 비최소 위상 특성을 갖는다.

$h=h_R+jh_I$

$\{h_R\}=\{-0.005,\ 0.009,\ -0.024,\ 0.854,\ -0.218,\ 0.049,\ -0.016\}$

$\{h_I\}=\{-0.004,\ 0.030,\ ,-0.104,\ 0.520,\ 0.273,\ -0.074,\ 0.020\}$

등화기 w(n)은 8개의 탭(tap)을 갖는 FIR 필터를 사용하였고, 각 실험에 사용한 스텝 크기의 결정은 실험적으로 하였다. 알고리즘의 수렴 특성은 다음 식과 같이 정의되는[10] 심볼간 간섭을 사용하여 살펴 보았다.

$$ISI(\underline{s})=\frac{\|\underline{s}\|_2^2-\|\underline{s}\|_\infty^2}{\|\underline{s}\|_\infty^2}$$

여기서, $\underline{s}$는 채널 계수 벡터 $\underline{h}$와 등화기 계수 벡터 $\underline{w}$을 컨볼루션(convolution)함으로써 얻어지는 벡터이고, $\|\cdot\|_2$는 l_2-norm, $\|\cdot\|_\infty$는 infinity-norm이다. 완전 등화의 경우 $\underline{s}$ 는 임펄스 열의 형태가 되며, 이때 ISI($\underline{s}$)의 값은 0이 된다. 따라서, ISI가 적을수록 등화 특성이 좋음을 의미한다.

그림3은 SG-DD와 SG-NDD의 수렴 특성을 나타내고 있다. SG-DD의 스텝 크기는 0.00078로 맞추고, SG-NDD의 스텝크기의 초기값은 0.01로 했다. 반복 횟수는 29000번으로 10번의 앙상블 평균을 취한 것이다. 이 곡선에서 볼 수 있는 것처럼 정규화된 것의 수렴 특성이 더 좋음을 알 수 있다.

그림4는 위에서와 같은 조건하에서 이중 모드에 적용한 경우인데, 여기서도 정규화된 경우가 더 좋음을 볼 수 있다.

그리고, CMA에 이중모드와 정규화된 이중모드 알고리즘을 적용을 해보았는데 이 경우는 정규화된 알고리즘의 성능이 이중모드 알고리즘과 비슷하게 나옴을 확인했다.

VI. 결 론

본 연구에서는 정규화기법을 stop-and-go 및 이중모드 블라인드 알고리즘에 적용을 해 보았다. 그 결과 기존의 알고리즘보다 수렴 특성이 더 좋음을 확인 했다. 그러나 이중 모드의 CMA 등화 알고리즘 경우에는 비슷한 성능을 가짐을 알 수 있었다.

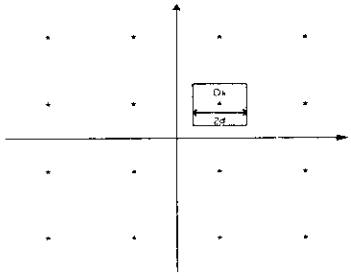

그림1.16-QAM을 위한 이중-모드 Sato 알고리즘의 결정 영역

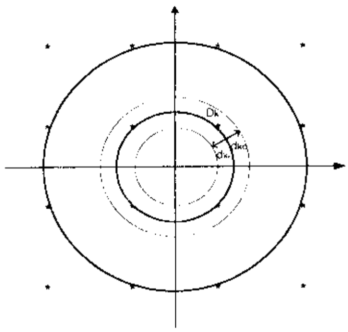

그림2. 16-QAM을 위한 이중-모드 CMA 알고리즘의 결정 영역

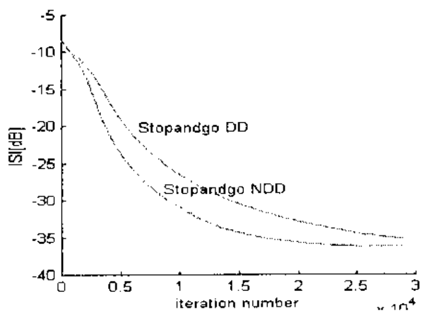

그림3. SG-DD와 SG-NDD의 수렴 특성

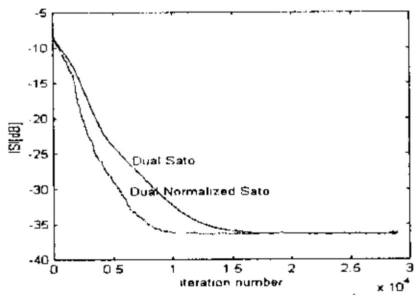

그림4. Dual-Sato와 Dual-NSato 수렴 특성

참고문헌

[1] Y. Sato, "A Method of Self-Recovering Equalization for Multilevel Amplitude Modulation System", IEEE Trans. Comm. vol. COM-23, pp.679-682, June. 1975

[2] D. N. Godard, "Self-Recovering Equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication system", IEEE Trans. Comm. vol. COM-28, pp.1867-1875, Nov. 1980

[3] J. R. Treichler and B. G. Agee, "A New Approach to Multipath Correction of Constant Modulus Signals", IEEE Trans. on ASSP. vol. 31. No. 2, pp.459-471, Apr. 1983

[4] G. Picchi and G. Prati, "Blind equalization and carrier recovery using a 'stop and go' decision-directed algorithm", IEEE Trans. Comm. Vol. COM-35, pp.877-887, Sep. 1987

[5] Dimitrios Hatzinakos, "Stop-and Go Sign Algorithms for Blind Equalization", SPIE Adative Signal Processing Vol. 1565, pp.118-129, 1991

[6] Michael J. Ready and Richard P. Gooch, "Blind Equalization Based on Radius Direceted Adatation", IEEE ICASSP'90, pp.1699-1702, Apr. 1990

[7] V. Weerackody and S. A. Kassam, "Dual-Mode Type Algorithms for Blind Equalization", IEEE Trans. Comm. Vol. COM-42, pp.18-20, Jan. 1994

[8] Douglas L. Jones, "A Normalized Constant-Modulus Algorithm", IEEE Proceeding, pp.694-679, 1996

[9] A. Lee Swindlehurst, "Normalized Adaptive Decision Directed Equalization", IEEE Signal Proc. Letters Vol. 5 No. 1, pp.18-20, Jan. 1998

[10] J. G. Proakis. Digital Communications. New York. McGraw-Hill, 3nd ed., 1995.