

보간 알고리즘 비교와 폴리곤 테크닉에 기초한 3 차원 EEG 맵핑

한이범*, 이용희*, 김선일**

*한양대학교 전자공학과, ** 한양대학교 의용생체 공학과

A 3-DIMENSIONAL EEG TOPOGRAPHY BASED ON THE POLYGON TECHNIQUE

Lee B. Han*, Yong H. Lee*, Sun il. Kim**,

*Dept. of Electronic Engineering, **Dept of Biomedical Engineering Hanyang University, Seoul 133-791, Korea
E-mail : bagdad@hymail.hanyang.ac.kr

Abstract

To obtain 3-D topography of EEG records, we propose a new method based on the polygon mapping technique. The method has the low complexity to calculate the interpolation of the EEG records on the scalp and maintains the high resolution topography because the polygon technique performs the interpolation at the only vertexes of each polygon. We implemented the topographic system with 3D barycentric, 3D polynomial and spherical spline algorithms in a personal computer.

1. 서론

뇌파(electroencephalogram:EEG)나 유발전위(evoked potential : EP)의 지도작성법(topography)은 뇌의 기능적 분석을 위해 매우 유용한 방법으로 이용되고 있다. 뇌의 전기적 활동에 의해 발생된 뇌파나 유발전위를 해석하기 위해서는 두피 상에서의 표피 전위의 전체적인 분포를 알아야 하며 EEG/EP 맵을 구성하기 위해서는 몇 가지 단계를 거쳐야 한다. 첫째로 두피 상의 전극 위치가 10/20 시스템에 기인해서 설정되고 전체적인 전위를 나타내기 위한 적당한 신호의 습득이 있어야 한다. 이를 위해 샘플링 주파수를 256Hz로 한다. 얻어진 데이터를 가지고 전극위치를 제외한 두피에서의 보간 값을 계산한다. 본 논문에서는 세가지 알고리즘(barycentric, polynomial, spline)을 사용한다. 다음 단계로 미리 설정한 팔레트에 따라 보간 값을 색상코드로 할당한다. 마지막으로 전체적인 맵핑을 디스플레이 장치에 표현한다. 많은 논문에서 이 문제(보간 알고리즘, 샘플링 주파수, 고해상도 그리고 보간 알고리즘의 통계적 분석 방법)에 대해서 제기해 왔다. 특히 보간법의 구현에 있어서 많은 계산량이 필요하기 때문에 PC 상에서 구현이 어려웠다.

본 논문에서는 3 차원 EEG 맵핑에 있어서 폴리곤 표면 맵핑을 이용하여 보간법의 복잡성을 줄이고 해상도를 유지시키는 방법을 제시한다. 2 장에서는 본 논문에서

사용한 EEG 데이터 습득과 세가지 보간 알고리즘의 수식 전개에 대해서 기술한다[1][2]. 3 장에서는 기술된 세가지 알고리즘으로 가상 두피에서의 맵핑에 대해 살펴 보고 본 논문에서 제안한 폴리곤 방법으로 구현한 맵핑과 기존의 맵핑 방법을 비교한다. 제안된 폴리곤 표면 방법은 구해진 보간 값을 전체 두피 상에 맵핑할 때 모든 점에 대해서 보간 함수를 이용하여 맵핑하는 것이 아니라 가상의 두피를 1600 개의 폴리곤으로 구성하고 각각의 폴리곤의 꼭지점에서의 보간값으로 구하고 폴리곤의 내부는 각각의 보간 값에 해당하는 색상에 대해서 5*5의 표를 이용하여 맵핑을 실행한다. 제안한 방법으로 구현한 맵핑은 전체 점들에 대해 보간 값을 구해 맵핑을 하는 것에 비하여 해상도면에서 떨어지지 않으며 계산량이 크게 줄어드는 것을 볼 수 있었다. 폴리노미얼 보간법은 세가지 방법 중에 계산량이 적지만 정확성면에서 떨어지며 오차가 발생했다. 스플라인 방법은 가장 매끄러운 맵핑을 보이지만 계산량이 가장 많았다. 마지막으로 선형 보간법인 barycentric 알고리즘은 세가지 방법 중에서 해상도면이나 계산량면에서 트레이드오프를 고려할 때 우수한 알고리즘임을 알 수 있다.

2. 방법

일반적으로 EEG 맵을 구하기 위해서는 네 가지 단계가 요구된다(그림 1)[3].

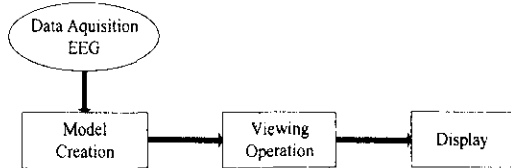


Figure 1. 3D EEG mapping flow

2.1 데이터 추출

EEG 데이터는 국제 10/20 시스템의 축소된 두피상의 16 개의 채널전극으로부터 얻어지고 샘플링 주파수는 256Hz 이다(그림 2). 그림 3 은 2 초간의 EEG 신호이다.

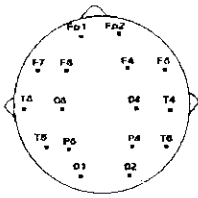


그림 2. 16 채널의 두피상에서의 전극 배치

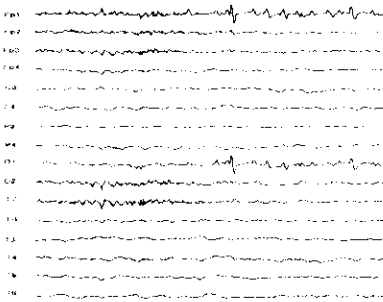


그림 3. 16 채널의 EEG 신호

2.2 보간알고리즘

a. 배리센트리 알고리즘

V_i 을 구 표면상의 전극위치 $E_i(e_{ix}, e_{iy}, e_{iz})$ 에서의 i 번째 점에서의 측정된 전위라 하고 d_i 는 점 $M(x,y,z)$ 과 측정된 i 번째 점과의 거리라 했을 때, 임의의 점 $M(x,y,z)$ 에서의 보간된 값은 다음과 같다:

$$V_e = \frac{\sum_{i=1}^n V_i \frac{1}{d_i^m}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^m}} \quad (1)$$

여기서 m 은 보간 방정식의 차수로서 1 로 한다.

$$d_i = \sqrt{(x - e_{ix})^2 + (y - e_{iy})^2 + (z - e_{iz})^2}$$

b. polynomial 알고리즘 (차수 = 2)

$$f(x, y, z) = \sum_{l=0}^m \sum_{i+j+k=l} a_{ijk} x^i y^j z^k \quad (2)$$

여기서 a_{ijk} 는 다항식의 계수 위의 다항식을 계산상의 편의를 위해 행렬로 표현하면.

$$f(x, y, z) = A \bullet P(x, y, z)$$

여기서

$$A = D \cdot G^{-1}$$

그리고,

$$G = P(e_{ix}, e_{iy}, e_{iz}) \bullet P(e_{ix}, e_{iy}, e_{iz})^T$$

$$D = \sum_{i=1}^n V_i \bullet P(e_{ix}, e_{iy}, e_{iz})^T$$

c. spline 알고리즘 (차수 = 4)

구형상의 임의의 점에서의 전위 V 는 :

$$V(x, y, z) = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i g(xx_i + yy_i + zz_i) \quad (3)$$

여기서 (x_i, y_i, z_i) 는 전극 i 에서의 좌표. $g(x)$ 는 라그랑주 다항식으로서 정의하면,

$$g(x) = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} P_n(x) \frac{2n+1}{n^m (n+1)^m} \text{ 이고}$$

$$(n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x)$$

위식을 행렬로 표현하면,

$$G \bullet C + Tc_0 = V, \quad T^T \bullet C = 0 \quad (4)$$

여기서

$$T^T = (1,1,1,\dots,1) \quad C^T = (c_1, c_2, \dots, c_n)$$

$$V^T = (V_1, V_2, \dots, V_n)$$

$$G = (g_{ij}) = (g(x_i, x_j + y_i, y_j + z_i, z_j))$$

위의 식(4)을 풀어서 각각의 계수를 구하면 된다. 이때 두 행렬을 하나의 행렬로 표현 할 수 있는데.

$$G^* \bullet C^* = V^* \quad \text{여기서}$$

$$G^* = (g^*_{ij}) \text{ 는 } g^*_{ij} = g_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$g^*_{n+k} = g^*_{kn+1} = 1 \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$g^*_{n+n+1} = 0$$

$$V^* = (V_1, V_2, \dots, V_n, V_{n+1} = 0)$$

$$C^* = (c_1, c_2, \dots, c_n, c_{n+1} = c_0)$$

또한 보간 알고리즘으로 구해진 전위의 RMSE(root mean square error)을 비교하기 위해서 V_e and V_e 을 16 전극에서 측정된 실제 값들의 벡터, 보간알고리즘의 의한 값들의 벡터라고 할 때, RMSE 는[4]:

$$V_r = (V_{r1}, V_{r2}, \dots, V_{rm})^T$$

$$V_c = (V_{c1}, V_{c2}, \dots, V_{cn})^T, RMSE = \frac{\|V_r - V_c\|}{\|V_r\|}$$

3. 본론

3.1. 보간 알고리즘의 결과

a. 정량적 비교

베리센트리 알고리즘에 의한 맵은 계산된 전위의 비연속적인 점핑 현상을 보인다. 즉 이 방법은 선형 보간법으로 측정된 전위와 계산하고자 하는 좌표와의 거리의 비로 보간이 이루어지기 때문에 전위 분포가 비연속적 선을 구성한다. 반면에 폴리노미얼과 스플라인 알고리즘은 일반적으로 연속적인 전위 분포에 있어서 알고 있는 전극의 전위로부터 두피상의 전체에서 연결하는 방정식을 구하는 것으로 맵핑된 결과가 연속적인 선들로 구성된다. 하지만 폴리노미얼 방법은 구의 경계 부분에서 최대값이 분포하는 것을 볼 수 있다(그림 5, 그림 6).

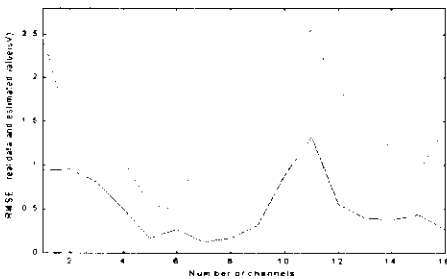


그림 4. 스플라인(실선)과 폴리노미얼(점선)의 RMSE(root mean square error)

각 알고리즘의 오차를 비교하기 위해서 측정된 전위와 보간 값의 RMSE를 구했다. 여기서 베리센트리 알고리즘은 (1)식에서 알 수 있듯이 분포 항에 측정된 값이 차분 항으로 포함되기 때문에 각 전극에서의 보간값이 존재하지 않는다. 따라서 RMSE는 폴리노미얼과 스플라인 알고리즘의 결과에만 적용했다(그림 4). 그림 3에서 알 수 있듯이 스플라인 알고리즘이 적은 오차를 보이고 있다. 스플라인 경우, RMSE가 0.2uV에서 1.3uV 정도의 오차가 발생했고 폴리노미얼 경우, 0.5uV에서 2.5uV의 오차를 보였다. 이와 같은 오차는 측정된 전위와 크지 않은 오차를 보임을 알 수 있다.

3.2 기술적 고려

3차원 맵핑이 위에서 기술한 세가지 알고리즘에 의해 구해졌다. 그러나 보간법에 의한 맵핑은 많은 계산량을 요구한다. 보통 수초에서 수 십초의 실행 시간이 걸리기 때문에 워크스테이션에서 시스템을 구현 하는

게 일반적인 환경이다. 그러나 일반 병원이나 진료인이 이와 같은 시스템을 구비하기에는 많은 비용과 유지 보수가 뒤따른다. 따라서 본 논문은 빠른 실행 시간을 보장하는 맵핑 방법을 제시함으로써 PC 상에서 구현이 용이함을 보일수 있다. 이와 동시에 해상도면에서도 모든 점들에 보간법을 실시한 방법과 비교할 때 별 차이를 보이지 않는다. 본 연구에서는 구 표면 맵핑을 할 때 구 표면의 모든 점들에 대해 보간법을 실시하는 것이 아니라 구 표면을 구성할 때 1600개의 폴리곤으로 처리해서 각각의 폴리곤의 각 꼭지점에서 보간법을 실시한다[5]. 이때 각 폴리곤의 내부의 맵핑은 색상표를 이용하여 얻어진다. 즉, 각 꼭지점은 색상은 60개로 매칭되며 다시 60개의 색상에 5*5의 색상표를 가지게 된다. 색상표의 구성은 중앙에 꼭지점의 색상이 위치하며 나머지는 보간 값의 최대값과 최소값으로 스무딩되는 색상값을 갖는다. 이와 같은 방법을 이용하면 폴리곤 내부의 맵핑은 보간법으로 구하지 않고도 전체적인 맵핑을 할 수 가 있다. 문제가 되는 것은 구 표면상의 모든 점들에 보간법을 실시한 것과 비교하여 정확성과 해상도인데 실험결과는 많은 계산량 절감과 비교적 높은 해상도를 유지했다(그림 6).

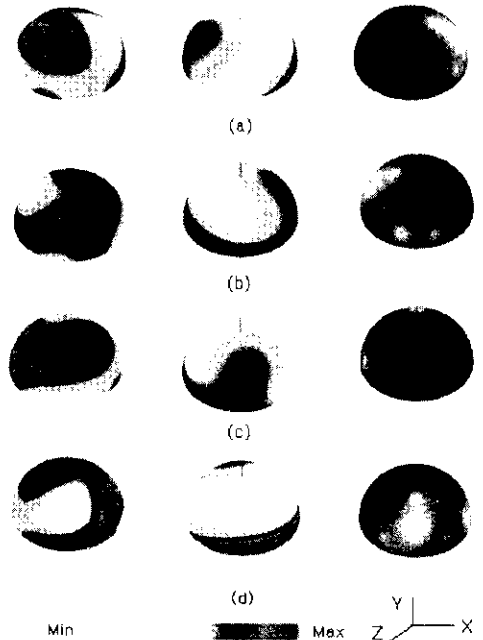


그림 5. 구 표면상의 모든 점에 대한 보간법에 의한 색상 맵: 좌로부터 스플라인, 폴리노미얼, 베리센트리보간법 (a)반시계 방향으로 x축 45도 회전 (전두부) (b) x축 45도 y축 180도(후두부) (c) x축 45도 y축 90도 (좌측면) (d) x축 45도 y축 -90도(우측면)

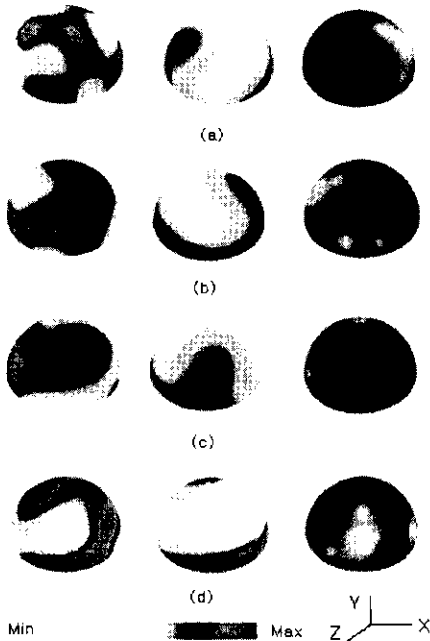


그림 6. 폴리곤 표면 맵핑 방법을 이용한 보간법에 의한 색상 맵. 좌로부터 스플라인, 폴리노미얼, 배리센트리보간법 (a)반시계 방향으로 x 축 45도 회전 (전두부) (b)x 축 45도 y 축 180도(후두부) (c) x 축 45도 y 축 90도 (좌측면) (d) x 축 45도 y 축 -90도(우측면)

그림 5, 6에서 3차원의 구 표면상의 EEG 맵핑을 보여 주고 있다. 여기서 스플라인 방법이 가장 매끄러운 연속적인 선을 유지하며 해상도 또한 높다. 하지만 그림 6에서 보듯이 전위가 급격하게 변하는 경계에서 약간 흐릿함을 볼 수가 있다. 이와 같은 현상은 모든 점들에 대한 보간법을 적용한 방법에서는 나타나지 않는 현상이다(그림 5). 폴리노미얼 방법에서도 이와 같은 현상이 나타나며 특히 이 방법에서는 구 표면의 경계부분에서 최대값을 보이며 오차가 발생함을 알 수 있다. 해상도면에서 폴리곤 방법을 사용하면 연속적인 선들이 약간 흐릿해지는 현상을 보였다(그림 6). 반면에 구 표면상의 모든 점들의 보간은 이러한 현상이 보이지 않았다. 그러나 폴리곤 방법에서의 연속적인 선들의 흐릿함은 EEG 분석에 있어서 치명적인 결점은 아니다. 더욱이 스무딩 색상표를 이용하기 때문에 매끄러운 EEG 맵핑을 얻을 수 있고 실행 속도에 있어서 폴리곤 표면 맵핑 방법이 구 표면상의 모든 점들의 보간법 맵핑보다 최소 10배에서 최대 20배 정도의 속도 증가를 보였다. 이 실험으로부터 세가지 알고리즘 중에 스플라인 방법이 가장 계산량이 많고 배리센트리, 폴리노미얼 순이다. 16 채널에서 EEG 100 샘플에 대해 맵핑의 평균 시간은 스플라인이 1.6초, 배리센트리가

0.94초, 폴리노미얼이 0.44초를 보였다. 이 방법은 순수한 EEG뿐만이 아니라 유발전위(EP)나 체지각성 유발전위(somatosensory evoked potential) 맵핑에도 이용될 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 세가지 보간 알고리즘과 폴리곤 표면 처리 방법을 이용하여 3차원 EEG 맵핑을 구현하였다. 제안한 방법은 고속도와 고해상도를 유지한다. 실행 속도와 해상도를 고려할 때 스플라인이나 선형 보간법인 배리센트리 알고리즘이 EEG 맵핑에 있어서 적합함을 알 수 있다. 반면에 폴리노미얼 알고리즘은 실행 속도면에서는 가장 빠르나 맵핑오차가 크며 보간법이 적용되지 않는 표면(구의 경계)에서는 최대값을 보이는 단점을 보였다. 따라서 PC 상에서 EEG 맵핑을 구현할 수 있었으며 실시시간은 어렵지만 배리센트리 알고리즘 경우에는 240 샘플, 폴리노미얼은 112 샘플, 스플라인은 410 샘플에 평균값을 취하게 되면 매초마다 각 채널의 측정 EEG로부터 구 표면상의 맵핑을 얻을 수 있다.

5. 참고 문헌

- [1] V. Medina, "Three dimensional representation of brain electrical activity" Brain Topography, vol 7. No. 1, pp. 53-61, 1994
- [2] H. Ashida, "Field mapping of EEG by unbiased polynomial interpolation" COMPUTERS AND BIOMEDICAL RESEARCH 17, 267-276(1984)
- [3] W. E. Lorensen, "Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm" Computer Graphics, vol 21, no 4, 1987
- [4] L. Soufflet, "A statistical evaluation of the main interpolation methods applied to 3-dimensional EEG mapping" Electroencephalography and clinical Neurophysiology, 79(1991) 393-402
- [5] F. Babiloni, "High resolution EEG: a new model-dependent spatial deblurring method using a realistically-shaped MR-constructed subject's head model" Electroencephalography and clinical Neurophysiology, 102 (1997) 69-80