

틸팅 제어 알고리즘 연구를 위한 차량 모델로서 현재 철도 분야에서 광범위하게 사용되는 상용 동역학 해석 프로그램을 적용한 차량 모델은 제어기의 직접적인 설계에는 부적절하며, 또한 차량 모델이 복잡한 경우에는 제어기 구현 시, 추정 변수가 과도하고 또한 제어기의 차수를 증가시켜 실제 적용 시에는 샘플링시간(sampling time)당 제어 출력 계산 문제(computational burden)를 유발하게 되므로 곡선 주행시 차량 동특성을 반영할 수 있는 필-레인 접촉 특성을 고려한 저차 모델의 차량 모델의 적용이 요구된다.

전술한바와 같이 틸팅 제어 알고리즘의 설계를 위해서는 철도 차량의 운동방정식은 문제의 본질을 잃지 않는 한, 취급대상이 가능한 한 간결한 것이 바람직하다. 따라서 본 논문에서는 철도차량을 급격하게 가속하거나 감속하거나 하는 경우의 과도적 현상이 없으며, 급격하게 큰 궤도 변경 및 급격한 주행속도의 변화가 없는 것으로 가정하였으며, 틸팅 제어기 설계를 위한 철도차량 모델로서 철도 차량운동의 자유도가 차량의 횡방향(lateral), 요방향(yawing), 물운동(rolling)의 주요 자유도를 포함하는 단일 철도차량에 대하여 모델링하였다.

3. 철도 차량의 동적 모델링

우선 수평면내에서 정속도로 주행하고 있는 단일 철도차량의 운동을 고려한다면 차량의 수직방향에서 지면으로 투영시킨 강체로서의 차량의 횡방향의 병진운동(lateral motion)과, 수직축 주위의 회전, 즉 요 운동(yawing motion)으로 고려할 수 있다.

일반적으로 물체의 운동을 기술하기 위해서는 그 기준이 되는 좌표계를 설정해야 하는데, 물체 운동 기술을 위해서 물체의 운동 성질에 따라서 여러 가지 좌표계의 설정방법이 고려된다. 보통 좌표계의 설정에 따라 운동의 기술이 복잡해지거나 간소해지거나 하므로 대상으로 하는 운동의 성격에 따라서 적절한 좌표계를 선택하는 것이 중요하다. 따라서 본 논문에서는 다음절의 좌표계를 선정하여 단일 철도차량에 대한 운동방정식을 유도하였다.

3.1 곡선부 주행 철도차량의 동적 모델

수평면내에서의 철도차량의 운동을 고려해 보면 지면에 고정된 직각좌표에 대해서는 차량의 전후방향, 좌우방향으로 시시각각 변하는 것에 대해 차량측에서 보면 차량이 어떤 방향을 향하고 있어도 운동의 구속조건은 기본적으로는 같다. 이 때문에 철도차량의 운동을 지상에 고정된 직각좌표계로 기술하는 것보다도 철도차량에 고정된 좌표계로 기술하는 쪽이 편리하다.

Fig. 3.1에 도시한 바와 같이 수평면내에 있어서 지상에 고정된 좌표계를 X-Y로 하고 운동하는 면에 투영시킨 철도차량의 중심점 P를 원점으로 하고 그 차량의 전후방향을 x, 거기에 직각방향을 y로 해서 차량에 고정된 좌표계를 x-y로 선정한다. 이때 연직축 주위의 각도는 모두 반시계방향을 양의 방향으로 선정한다.

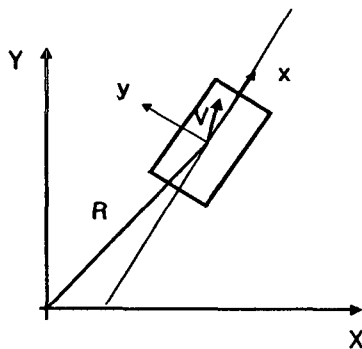


Fig. 3.1 Vehicle fixed coordinates system

철도차량이 일정한 주행속도로 수평면내에서 운동한다고 하면, X-Y좌표에 대한 P점의 위치벡터를 R 이라 할때 속도벡터 \dot{R} 는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{R} = u\dot{i} + v\dot{j} \quad (3.1)$$

여기서,

\hat{i} : x 방향의 단위벡터

\hat{j} : y 방향의 단위벡터이고

u : 점 P의 x 방향속도성분

v : 점 P의 y 방향속도성분

식(3.1)을 시간에 관하여 미분하면 P점의 가속도벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{R} = \ddot{u}\hat{i} + u\dot{\hat{i}} + \dot{v}\hat{j} + v\dot{\hat{j}} \quad (3.2)$$

그런데 x-y 좌표는 차량에 고정되어 있어 차량은 P점을 통해 연직축 주위로 r 로 회전하는 성분을 갖게된다. 따라서 \hat{i} , \hat{j} 의 Δt 간의 변화를 Δi , Δj 라 하면

$$\Delta i = r\Delta j, \quad \Delta j = -r\Delta i \quad (3.3)$$

로 나타낼 수 있으므로, 단위벡터 \hat{i} , \hat{j} 에 대한 시간미분은 다음과 같이 나타내진다.

$$\dot{\hat{i}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta t} = r\hat{j} \quad (3.4)$$

$$\dot{\hat{j}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta j}{\Delta t} = -r\hat{i} \quad (3.5)$$

따라서 P점의 가속도벡터 \ddot{R} 는 다음과 같이 정리하여 나타낼 수 있다.

$$\ddot{R} = (\ddot{u} - v)r\hat{i} + (\ddot{v} + ur)\hat{j} \quad (3.6)$$

위에서 도시한바와 같이 차량의 진행방향과 전후방향 간에는 차량 중심점에서 각 β 를 갖게 되며, 이것은 $\tan^{-1}(v/u)$ 의 관계를 갖는다. 통상 차량의 운동에서는 $u \gg v$ 이므로 $|\beta| \ll 1$ 로 간주할 수 있으므로 차량의 주행속도 V 가 일정하다는 것은 $V = \sqrt{u^2 + v^2} =$ 일정 한 것으로 나타낼 수 있다.

상기조건하에서는 P점의 운동을 u 와 v 를 사용하여 기술하는 것보다도 각 β 를 사용해서 기술하는 것이 편리하다.

따라서, $|\beta| \ll 1$ 조건에서는 다음과 같은 관계식이 성립하게 되므로

$$u = V\cos\beta \approx V, \quad \dot{u} = -V\sin\beta\dot{\beta} \approx -V\dot{\beta} \quad (3.7)$$

$$v = V\sin\beta \approx V\beta, \quad \dot{v} = V\cos\beta\dot{\beta} \approx V\dot{\beta} \quad (3.8)$$

P점의 가속도벡터 \ddot{R} 은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\ddot{R} = -V(\dot{\beta} + r)\dot{\beta}\hat{i} + V(\dot{\beta} + r)\dot{\beta}\hat{j} \quad (3.9)$$

$$\dot{R} = V\dot{\beta}\hat{i} + V\dot{\beta}\hat{j} \quad (3.10)$$

벡터 \dot{R} 와 벡터 R 의 내적은 $\dot{R} \cdot R = 0$ 으로 정의되므로 결국 \dot{R} 와 R , 즉 P의 진행방향과 직교하는 것으로 된다. 따라서 P점의 가속도벡터 \ddot{R} 는 β 가 작으면 P점이 차량의 진행방향에 직각이고 크기가 $V(\dot{\beta} + r)$ 인 가속도를 갖게 된다. β 가 작으면 차량의 진행방향에 직각인 방향과 차

량의 횡방향(y방향)이 거의 일치한다고 볼 수 있으므로 수평면내를 일정한 속도로 주행하는 차량의 운동에 있어서는 차량이 지면에 고정된 X-Y 좌표계에 대해서 어떠한 운동상태에 있는가는 무관하여 그 차량은 횡방향 결국 y방향에 $V(\beta+r)$ 인 가속도를 갖는 것으로 나타낼 수 있다.

철도 차량이 조향 없이 곡물이 있는 궤도를 따라 가는 것은 크립에 의해서다. 크립력은 휠과 레일간의 상대 속도 차에 기인해서 발생하는 힘으로 마찰력의 일종이다. 따라서, 이러한 힘들의 크기는 수직 하중의 크기를 넘어설 수 없으며, 크립은 수직 하중에 의해 제한되어 지면서 휠과 레일의 상대 위치, 속도의 함수가 된다.

차량이 궤도를 따라 주행할 때 좌우전륜이 차량전후방향에 대해서 이루는 각도인 전륜 궤도각을 δ_f , 후륜 궤도각을 δ_r 으로 나타내고, 이들의 차륜에 작용하는 횡방향 크립력을 $Y_{f1}, Y_{f2}, Y_{r1}, Y_{r2}$ 로 나타낸다. 이때 횡방향 크립력은 각 차륜의 진행방향에 직각인 방향으로 작용하게 되므로 차량의 횡방향 운동에 대한 지배방정식을 다음 식으로 기술할 수 있다.

$$mV \left(-\frac{d\beta}{dt} + r \right) = Y_{f1} + Y_{f2} + Y_{r1} + Y_{r2} \quad (3.11)$$

여기서, m 은 차량의 관성질량이다.

또한, 크립력은 중심점 주위의 yawing moment로서 작용하므로 차량의 중심점을 통과하는 연직축 주위의 yawing 운동에 대한 지배방정식은 다음식으로 기술할 수 있다.

$$I \frac{dr}{dt} = I_f(Y_{f1} + Y_{f2}) - I_r(Y_{r1} + Y_{r2}) \quad (3.12)$$

여기서, I 는 차량의 yawing inertia moment이고, I_f, I_r 는 각각 차량중심점의 전후차축간의 거리를 나타낸다.

이때 크립력의 작용점은 모두 전후차축 상에 있는 것으로 하며, 상기 식들이 철도차량의 수평면내의 운동을 기술하는 기초식으로 된다.

크립피지는 레일과 휠의 상대 속도로 정의된다. 이상적으로 철도 차량은 레일의 속도와 일치한다고 가정하며, 레일에 굴곡이 존재한다든지 외란이 존재하면 레일과 휠의 상대 속도가 존재하게 되는데, 크립 이론에 의해 힘을 상대 속도가 생기지 않는 방향으로 작용하게 하며 그 특성은 일반적으로 크립피지(creepage)로 나타낸다.

크립에 의한 크립력, 질량체에 의한 하중, 플랜지 접촉시의 플랜지 접촉력 과 같은 휠과 레일의 상호 작용력중에서 통상적인 곡선부 주행 조건에서 횡방향 크립력은 다음과 같이 계산되어 지는데, Kalker의 선형 크립이론에서 크립력은 다음과 같이 크리피지와 선형관계식으로 정의되어지며,

$$Y = -f_{22} \cdot \text{creepage} \quad (3.13)$$

이때, 선형계수인 크립계수는 수직 하중에 따른 Hertz이론과 Kalker의 크리피지 계수를 이용하여 다음의 식과 같이 계산된다.

$$f_{22} = E \cdot C_{22} \cdot ab \quad (3.14)$$

여기서, Hertz이론에 의한 접촉면의 장·단반경의 곱 ab 는 다음과 같이 구해진다.

$$ab = (1.5(1-\gamma) \cdot N - r_0/E)^{\frac{2}{3}} \quad (3.15)$$

$$E = 2E_R E_W / (E_R + E_W) \quad (3.16)$$

여기서, E 는 탄성 계수, Λ 은 수직 하중, γ 는 포와송 비, r_0 는: 휠의 접촉 반지름, E_R, E_W 는 각각: 레일과 휠의 탄성계수, C_{11}, C_{22}, C_{23} 는 크리피지 계수를 나타낸다.

곡선부 주행에 의해 차체에 틀운동이 발생하는 경우, 차체는 변형이 없는 강체라 하면, 현가계물강성 K_ϕ 과 물감쇠 C_ϕ 의 반력에 의해 발생하는 물 모우멘트와, 틀중심과 차체 무게 중심간의 거리들 l_2 라 할 때 틀운동에 대한 모우멘트들 고려하면 다음의 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Sigma \text{roll moment} = -(K_\phi + M_s g h_s) \phi - C_\phi \frac{d\phi}{dt} \quad (3.17)$$

따라서 Fig. 3.2와 같이 곡선부 주행 철도 차량에 대한 동적 모델은 주요 자유도인 횡운동, 요우 운동 그리고 틀운동에 대한 운동방정식으로 나타내면 다음의 식과 같이 정리할 수 있다.

$$M(\dot{v} + Vr) - M_s h_s \dot{\phi} = 2K_f \left(\delta_f - \frac{v}{V} - \frac{l_f}{V} r \right) + 2K_r \left(\delta_r - \frac{v}{V} + \frac{l_r}{V} r \right) \quad (3.18)$$

$$I_z \dot{r} = 2K_f \left(\delta_f - \frac{v}{V} - \frac{l_f}{V} r \right) l_f - 2K_r \left(\delta_r - \frac{v}{V} + \frac{l_r}{V} r \right) l_r \quad (3.19)$$

$$I_x \dot{\phi} - M_s h_s (\dot{v} + Vr) = -K_\phi \phi - C_\phi \dot{\phi} \quad (3.20)$$

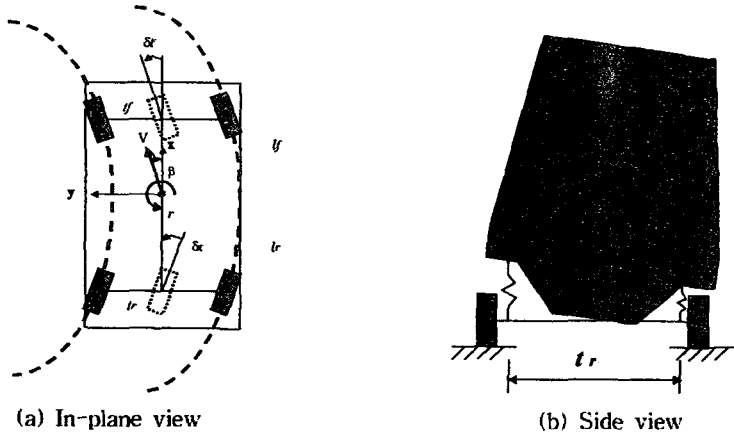


Fig. 3.2 Dynamic model of railway vehicle with curvilinear motion

3.2 상태방정식의 표현

상태벡터를 $x = [v \ r \ \phi \ \dot{\phi}]^T$ 로 정의하고 철로의 형상에 의한 차량의 회전각을 외란으로하여 전륜 및 후륜에 대한 외란을 $\delta = [\delta_f \ \delta_r]^T$ 으로 정의하여 지배방정식을 상태방정식 형태로 나타내기 위하여 차량에 대한 지배방정식을 정리하여 나타내면 다음과 같다.

$$M\dot{v} - M_s h_s \dot{\phi} = -\frac{2}{V}(K_f + K_r)v - (MV + 2K_f \frac{l_f}{V} - 2K_r \frac{l_r}{V})r + 2K_f \delta_f + 2K_r \delta_r \quad (3.21)$$

$$I_z \dot{r} = -\frac{2}{V}(K_f l_f - K_r l_r)v - \frac{2}{V}(K_f l_f^2 + K_r l_r^2)r + 2K_f l_f \delta_f - 2K_r l_r \delta_r \quad (3.22)$$

$$I_x \dot{\phi} - M_s h_s \dot{v} = M_s h_s Vr - K_\phi \phi - C_\phi \dot{\phi} \quad (3.23)$$

윗 식들을 다음과 같은 상태방정식 형태로 나타내면 각각의 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$E\dot{x} = Ax + L\delta \quad (3.24)$$

여기서,

$$E = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & -M_s h_s \\ 0 & I_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -M_s h_s & 0 & 0 & I_\phi \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 2K_f & 2K_r \\ 2K_f l_f & -2K_r l_r \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{2}{V}(K_f + K_r) & -(MV + 2K_f \frac{l_f}{V} - 2K_r \frac{l_r}{V}) & 0 & 0 \\ -\frac{2}{V}(K_f l_f - K_r l_r) & -\frac{2}{V}(K_f \beta_f + K_r \beta_r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & M_j k_s V & -K_\phi & -C_\phi \end{bmatrix}$$

이다.

4. conclusion

이상의 연구결과와 분석과 비교를 통해서 곡선부 주행 철도 차량의 주행 안정성 및 승차감 개선을 위한 차량 시스템의 틸팅 제어 알고리즘 개발과 관련된 연구 결과는 다음과 같다.

철도 기술 선도국에 기 적용된 틸팅형 철도 차량에 대한 특성 파악을 토대로 제어 알고리즘 설계를 위한 곡선부 주행 철도 차량에 대한 동적 모델을 구성하였고 각각의 주행 궤도 및 주행 속도 조건에 따른 차량의 동특성 해석을 수행할 예정이고 이에 적당한 동적 모델을 검증하는데 그 의의가 있겠다.

실질적으로 틸팅 모우먼트를 생성시켜야하는 작동 시스템의 특성을 비교하고 대표적인 틸팅 작동 시스템에서 발생할 수 있는 동특성 문제를 극복할 수 있는 강건 제어 기법을 제시하였으며, 향후 적용할 작동 시스템의 실험적 제특성 분석의 필요성을 제기하였다.

철도 차량에 대한 동적 모델과 동특성 해석 결과를 토대로 틸팅 제어 알고리즘의 설계시 고려해야할 인자들을 검토하였으며, 적용 용이성 및 운용성을 고려하여 성능 대비 소요 센서를 최소화하고 구조가 간단한 제어 알고리즘을 제시하고, 각각의 곡선부 궤도 형상 및 주행 속도에 대하여 제어 특성을 해석하였다.

본 연구의 결과를 토대로 틸팅형 차량 개발에 필요한 작동 시스템의 사양 선정 및 제어 시스템의 상세 설계 개념을 구체화하는데 기여하리라 판단된다.

Reference

- [1] Suzuki, M., Tanemoto, K., Maeda, T., "Aerodynamic characteristics of train under cross-winds," J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 91, (2003), p.209-218.
- [2] Kwon, H.B., Park, Y.W., Lee, D.H., Kim, M.S., "Wind tunnel experiments on Korean high-speed trains using various ground simulation techniques," J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 89, (2001) p.1179-1195.
- [3] Raghunathana, R.S., Kim H.D., Setoguchic, T., "Aerodynamics of high-speed railway train," Progress in Aerospace Sciences 38 (2002) p.469-514.
- [4] Wilcox, D.C., "Turbulence Modeling for CFD," DCW industries, Inc. 2nd ed. (1998)
- [5] Fluent, User Guide, Version 6.1, Fluent Inc., p.24.2-24.3
- [6] 백남옥외 3인, 철도차량총서, 기전연구소 (1997), p.81-91.

후 기

본 연구는 철도청의 철도기술연구개발사업의 일환으로 수행되었으며 지원에 감사 드립니다.