

## 축소 차원 확장 루엔버거 관성 추정기를 이용한 전동기 저속운전의 성능 개선

이교범<sup>1</sup>, 윤영철<sup>1</sup>, 송종호<sup>1</sup>, 최익<sup>2</sup>, 유민재<sup>2</sup>, 유지윤<sup>2</sup>

<sup>1</sup>고려대학교 전기공학과, <sup>2</sup>서울산업대학교 전기공학과, <sup>3</sup>광운대학교 정보제어공학과, <sup>4</sup>KIST 지능로봇연구센터

## An Improvement of Low Speed Operation of Electric Machine with Inertia Identification Using ROELO

Kyo-Beum Lee<sup>1</sup>, Young-Chul Yoon<sup>1</sup>, Joong-Ho Song<sup>1</sup>, Ick Choy<sup>3</sup>, Bum-Jae Yoo<sup>3</sup>, and Ji-Yoon Yoo<sup>3</sup>  
 Korea Univ., <sup>1</sup>Seoul National Univ. of Technology, <sup>2</sup>Kwangwoon Univ., <sup>3</sup>KIST

**Abstract** – A new scheme to estimate the moment of inertia in the motor drive system in very low speed is proposed in this paper. The simple speed estimation scheme, which is usually used in most servo system for low speed operation, is sensitive to the variation of the machine parameter, especially the moment of inertia. To estimate the motor inertia value, Reduced-Order Extended Luenberger Observer (ROELO) is applied. The effectiveness of the proposed ROELO is applied by experiments.

어 적은 계산량에도 불구하고 향상된 추정 성능을 보였던 축소 차원 확장 루엔버거 관측기를 이용한 새로운 방식의 관성 추정 기법을 제안한다[5]. 제안한 추정기는 그림 1의 블록도에서 보듯이 전 샘플링 시간에 순시 속도 추정기로부터 추정된 외란 토크 정보와 속도 정보를 이용하여 관성 계수를 추정한다. 실험을 통하여 순시 속도 추정기가 사용되는 저속 영역에서 제안한 관성 추정 기법의 타당성을 보인다.

### 1. 서 론

대부분의 서보 시스템에서 전동기의 속도는 회전축에 부착되어있는 중분형 엔코더의 출력 폴스 신호로부터 검출하고, 보통 M/T 방식을 혼용해서 사용한다. M/T 방식은 엔코더 폴스의 트리거 시점을 기준으로 일정시간마다 엔코더의 폴스의 주파수를 측정하여 전동기의 회전 속도를 계산하는 방식으로 비교적 정확하게 전동기의 회전 속도를 측정할 수 있다. 전동기의 운전 영역이 저속으로 내려갈 경우, 엔코더 출력 폴스의 주기가 제어주기보다 점점 더 커지게 되어 속도 제어 성능이 나빠지게 된다 [1]. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 다양한 형태의 순시 속도 관측기가 제안되었다[2-4]. 제안된 대부분의 순시 속도 관측기는 전동기의 기계 방정식으로부터 유도된 것으로 기계계 파라미터, 특히 관성계수에 민감하게 된다. 관성계수는 부하의 변동이나 속도 저령값의 변화에 따라 쉽게 가변하기 때문에, 고정밀 응답 특성이 요구되어지는 서보 시스템에서는 이와 같은 기계계 파라미터 변동, 특히 관성계수 변동에 강인한 제어기를 설계해 주어야만 한다. 관성계수를 추정하여 시스템의 응답 특성, 특히 순시 속도 추정기의 응답특성을 향상시키기 위해 Kalman filter, RELES(Recursive Extended Least Square)를 적용한 많은 관성계수 추정기법들이 제안되었다[3-4]. 제안된 기법들은 매 제어주기마다 복잡한 계산을 통하여 이득이 설정되고 관성이 추정되기 때문에 다소 복잡한 단점이 있다.

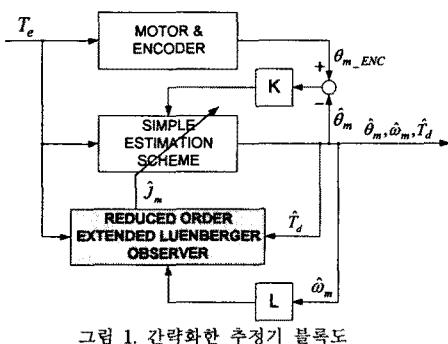
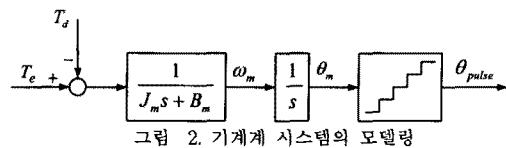


그림 1. 간략화한 추정기 블록도

### 2. 기계계 시스템의 모델링

전동기에 엔코더를 부착한 기계계의 모델링은 그림 2와 같이 표현된다. 엔코더 부를 제외한 전동기에 해당하는 부분은 다음 식 (1)과 같이 표현된다.



$$T_e = J_m \frac{dw_m}{dt} + B_m w_m + T_d \quad (1)$$

여기서  $w_m$ 은 회전자 속도,  $J_m$ 은 관성 모멘트,  $B_m$ 은 마찰계수,  $T_e$ 는 구동 토크,  $T_d$ 는 부하 외란을 나타낸다.

중각형 엔코더는 실제로 위치 검출기이므로 기계계의 출력은 위치 정보이고 회전자의 속도는 회전자의 위치의 차이로부터 계산된다. 따라서 기계계의 출력인 위치로부터 속도는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d\theta_m}{dt} = w_m \quad (2)$$

여기서  $\theta_m$ 은 각위치를 나타낸다.

외란 변화는 제어기의 제어 샘플링 주기에 비해 상당히 늦으므로 부하 외란의 변화율은 0이라 볼 수 있다. 따라서 다음과 같이 외란을 상태변수로 도입할 수 있다.

$$\frac{dT_d}{dt} = 0 \quad (3)$$

식(1), (2), (3)으로부터 그림1의 기계계 시스템의 상태방정식은 다음과 같게 된다.

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, y = Cx \quad (4)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{J_m} & -\frac{1}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix}, C = (1 \ 0 \ 0),$$

$$x = \begin{bmatrix} \theta_m \\ w_m \\ T_d \end{bmatrix}, y = \theta_m, u = T_e$$

### 3. 순시속도 관측기

본 논문에서는 순시 속도를 추정하기 위해서 앞 절에서 살펴본 기계계 시스템 모델링을 기반으로 한 전차원 관측기를 적용하면 식(5)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_m \\ \dot{w}_m \\ \dot{T}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{J_m} - \frac{1}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_m \\ \hat{w}_m \\ \hat{T}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix} T_e \\ + K \begin{bmatrix} \theta_m - [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \hat{\theta}_m \\ \hat{w}_m \\ \hat{T}_d \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
(5)

여기서  $K$ 는 관측기 이득 행렬이다.

관측기 이득 행렬  $K$ 는 극점 배치 기법을 사용하여 결정한다. 만약 추정기 오차의 근을  $s = \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 와 같이 위치시키고 싶다면 추정기의 특성방정식은 다음과 같이 된다.

$$(s - \alpha_1)(s - \alpha_2)(s - \alpha_3) = 0 \quad (6)$$

식 (6)의 계수와 식 (5)의 특성방정식인 식 (7)과 계수를 비교함으로써 관측기 이득 행렬  $K$ 를 선정할 수 있다.

$$\det[sI - (A - KC)] \\ = s^3 + \frac{k_1 J_m + B_m}{J_m} s^2 + \frac{k_2 J_m + k_1 B_m}{J_m} s - \frac{k_3}{J_m} = 0$$
(7)

식 (6)을 풀어 쓰면 다음과 같다.

$$s^3 - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)s^2 + (\alpha_1\alpha_2 + \alpha_2\alpha_3 + \alpha_3\alpha_1)s - \alpha_1\alpha_2\alpha_3 = 0$$
(8)

식 (7)과 식 (8)을 비교하여 관측기 이득  $k_1, k_2, k_3$ 를 구하면 다음과 같다.

$$k_1 = -(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) - \frac{B_m}{J_m}$$
(9)

$$k_2 = (\alpha_1\alpha_2 + \alpha_2\alpha_3 + \alpha_3\alpha_1) + \frac{B_m}{J_m} k_1$$
(9)

$$k_3 = \alpha_1\alpha_2\alpha_3 J_m$$

이득 설정의 간편화를 위해서  $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$ 라 설정한다면 관측기의 이득은 다음과 같이  $\alpha$  값의 설정에 따라 결정될 수 있다.

$$k_1 = -3\alpha - \frac{B_m}{J_m}, k_2 = 3\alpha^2 - \frac{B_m}{J_m} k_1, k_3 = \alpha^3 J_m$$
(10)

### 4. 축소차원 확장 루엔버거 관측기를 이용한 관성계수 추정

정확한 관성 계수를 알지 못하는 경우에 외란으로 그 영향이 나타난다. 전차원 관측기에서 알고 있는 관성 계수를  $J_{obs}$ 이라 하고 실제 전동기의 관성 계수를  $J_m$ , 그 차이를  $\Delta J_m$ 이라 하면  $J_m = J_{obs} + \Delta J_m$ 의 관계를 갖게 된다. 이를 전동기 시스템 모델링 식인 식 (1)에 넣어 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_e &= J_m \frac{dw_m}{dt} + B_m w_m + T_d \\ &= J_{obs} \frac{dw_m}{dt} + B_m w_m + T_{d,obs} \\ \text{여기서, } T_{d,obs} &= T_d + \Delta J_m \frac{dw_m}{dt} \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)에서 보면 모델링의 오차가 부하 외란과 같이 나타나기 때문에 관성계수와 부하 외란을 같은 시스템식에서 추정하게 되면 추정된 외란에 관성의 오차가 포함되어 있게 되어 부하 외란의 정확한 추정이 어렵게 될 뿐 아니라 추정된 외란중에 어느 정도가 관성계수의 오차인지 알 수가 없게 된다. 식 (5)에 식(12)의 관성계수를 상태로 도입하여 부하 외란과 관성계수를 동시에 표현하는 4차의 시스템 상태 방정식을 만들고, 이와 같은 하나의 시스템에서 관성계수와 부하 외란을 동시에 추정할 경우 식 (11)에서 본 바와 같이 추정기의 수렴성 및 각각의 추정 성능을 보장할 수 없다.

따라서 전동기의 관성계수를 알고 있다는 가정하여 전차원 관측기를 이용한 순시 속도 추정기를 구성하여 속도 및 외란을 추정하고, 관성을 추정하기 위한 시스템에서는 순시 속도 추정기의 출력값인 속도, 부하 외란을 입력으로 하여 관성만을 하도록 설계한다.

관성계수가 제어기 샘플링 주기에 비해 느리게 변화한다고 가정하면 다음과 같이 상태변수로 도입할 수 있다.

$$\frac{dJ_m}{dt} = 0 \quad (12)$$

식 (1)의 전동기 모델식과 식 (12)의 미분방정식을 이용하여 관성을 추정하기 위한 시스템을 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{x} = f(x) + Hu, y = Gx \quad (13)$$

여기서,

$$x = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_m \\ \hat{w}_m \\ \hat{T}_d \\ J_m \end{bmatrix}, f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{B_m}{J_m} \hat{w}_m - \frac{1}{J_m} \hat{T}_d \\ 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ G = [1 \ 0], y = \hat{w}_m, u = T_e$$

식 (13)의 시스템 방정식은 비선형이므로 해석 및 설계의 편의를 위하여 자코비안 선형화 기법을 이용하여 선형화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + Hu \approx f(\bar{x}) + \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} (\bar{x} - x) + Hu \\ &= \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} x + Hu + f(\bar{x}) - \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} \bar{x} \\ &= A(\bar{x})x + Hu + h(\bar{x}) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{여기서, } A(\bar{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{B_m}{J_m} - \frac{1}{J_m^2} (T_e - B_m \hat{w}_m - \hat{T}_d) \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$h(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{2}{J_m} T_e - \frac{B_m}{J_m} \hat{w}_m - \frac{2}{J_m} \hat{T}_d \\ 0 \end{bmatrix},$$

$\bar{x}$ 는  $\Delta t$ 시간 전의 상태값인  $x(t - \Delta t)$ 를 나타낸다.

자코비안 선형화 기법을 이용하여 선형화된 시스템 방정식 (14)는 한 제어 샘플링 주기 동안은 선형 시불변 시스템이라 볼 수 있으므로, 전 샘플링 주기의 값을 이용해서 다음 샘플링 주기에 모르는 상태를 추정하는 식 (15)와 같이 전차원 확장 루엔버거 관측기 설계한다.

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}(t) &= A(\bar{x})\dot{\bar{x}}(t) + Hu(t) + h(\bar{x}) + L\{y(t) - C\hat{x}(t)\} \\ &= \{A(\bar{x}) - LC\}\dot{\bar{x}}(t) + Hu(t) + Ly(t) + h(\bar{x})\end{aligned}\quad (15)$$

식 (14)의 상태 방정식에서 두 개의 상태 중, 전동기 속도는 순시 속도 추정기로부터 구해지는 값이므로 나머지 모르는 상태인 관성계수만을 추정하는 축소 차원의 형태로 관측기를 구성할 수 있다. 식 (15)에 구한 전차원 관측기는 알고 있는 상태,  $\hat{w}_m$ 과 모르는 상태,  $J_m$ 로 나누어서 축소 차원 관측기의 형태로 변형하면 다음과 같이 관성계수를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{z} &= -L\frac{1}{J_m^2}(B_m\hat{w}_m + \hat{T}_d)z \\ &+ \left\{-L\frac{1}{J_m^2}(B_m\hat{w}_m + \hat{T}_d)L + L\frac{B_m}{J_m}\right\}\hat{w}_m \\ &- L\left\{\frac{1}{J_m}T_e - \frac{B_m}{J_m}\hat{w}_m - \frac{2}{J_m}\hat{T}_d\right\}\end{aligned}\quad (16)$$

$$J_m = z + L\hat{w}_m \quad (17)$$

여기서  $J_m$ 은 화장 축소 차원 루엔버거 관측기로 추정한 관성계수,  $J_m$ 은 전 샘플링 주기에서 구한 관성계수 값,  $\hat{w}_m$ ,  $\hat{T}_d$ 는 순시 속도 추정기로부터 구한 속도 및 부하외란 추정값,  $T_e$ 는 토크 지령값을 나타낸다.

식 (16)에서 마찰계수  $B_m$ 이 비교적 작기 때문에  $B_m \approx 0$ 로 가정한다면, 식 (16)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{z} = -L\frac{1}{J_m^2}\hat{T}_d z - L^2\hat{w}_m\frac{1}{J_m^2}\hat{T}_d - \frac{L}{J_m}(T_e - 2\hat{T}_d) \quad (18)$$

식 (17), (18)을 마이크로프로세서를 이용하여 구현하기 위해 디지털의 형태로 변환하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}z(k) &= z(k-1) \\ &+ t_{sp}\frac{L}{J_m(k-1)}\left\{-\frac{1}{J_m(k-1)}\hat{T}_d z(k-1)\right. \\ &\left.- \frac{L\hat{w}_m}{J_m(k-1)}\hat{T}_d - (T_e - 2\hat{T}_d)\right\}\end{aligned}\quad (19)$$

$$J_m(k) = z(k) + L\hat{w}_m \quad (20)$$

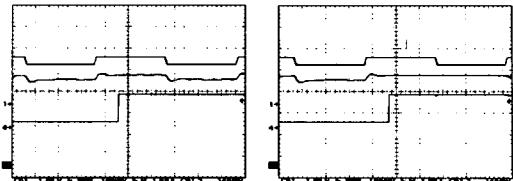
여기서  $t_{sp}$ 은 제어기의 샘플링 시간을 나타낸다.

## 5. 실험

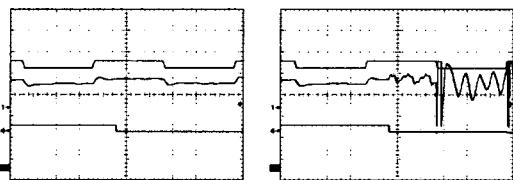
제안한 관측기의 타당성을 보이기 위해 실험을 수행하였다. 시뮬레이션 및 실험에는 400W, 220V, 4극, 관성계수=0.000179kgm<sup>2</sup>, 1024-펄스의 엔코더가 부착된 매입형 영구 자속 동기 전동기(Interior Permanent Magnet Synchronous Motor; IPMSM)가 사용되었다. 전체 실험 시스템은 제어의 대상이 되는 IPMSM, ASIPMS11013을 사용한 전력회로부, TMS320VC33이 CPU로 탑재된 제어기 보드로 구성되어 있다. IPMSM의 구동을 위해서 단위 전류당 최대토크제어 기법이 사용되었다.

그림 4와 5는 관성계수를 4배 혹은 1/4배로 변화시켰을 때, 제안한 관성 추정기의 응답특성에 관한 실험 결과이다. 속도 지령값이 5[rpm]에서 2[rpm]으로 가변할 때 관성계수의 추정 성능 및 속도 제어 성능을 나타낸다. 그림 4(a)와 5(a)는 제안한 추정기를 사용하여 관성을 추정할 때 저속에서의 응답특성을 나타내고, 그림 4(b)와 그림 5(b)는 추정하지 않을 경우의 응답을 나타낸다. 제안한 알고리즘을 적용했을 경우에 관성의 변화에도 불구하고 관성 추정기를 통해 관성의 변화를 잘 추

정하고 있음을 할 수 있고, 또한 저속 영역의 순시 속도 추정기가 잘 동작하여 속도 제어가 잘 되고 있음을 볼 수 있다. 그 반면에 관성 추정기를 사용하지 않았을 경우 관성 변화에 민감하게 되어 속도 응답 성능이 나빠지는 것을 볼 수 있다.



(a) 관성추정을 하는 경우  
그림 3. 속도 응답, 관성 추정 응답(실험 결과): 지령값, 추정값, 관성계수값(관성계수 변화, 0.25\*Jm)



(b) 관성추정을 하지 않은 경우  
그림 3. 속도 응답, 관성 추정 응답(실험 결과): 지령값, 추정값, 관성계수값(관성계수 변화, 4\*Jm)

## 6. 결 론

본 논문에서는 축소 차원 화장 루엔버거 관측기(ROELO)를 이용한 전동기의 새로운 관성 추정 기법을 제안한다. 제안한 추정 시스템은 저속 영역의 속도 응답 특성 향상을 위한 순시 속도 관측기와 관성을 추정하기 위한 ROELO로 구성되어 있다. 부하 외란을 관성계수 변동에 의한 성분과 그렇지 않은 외란 성분으로 구분함으로써 관성계수 변화에 강인한 순시 속도 관측기를 설계하고, 시스템의 응답특성을 향상시킨다. 제안한 추정기는 순시속도 관측기로부터 구하여진 부하 외란 값과 속도 값을 입력으로 하여 관성계수를 추정한다. 제안한 기법은 기존의 방법에 비해 계산량이 적어 구현이 간단할 뿐 아니라 기계계 시스템 모델링을 기반으로 설계된 순시 속도 추정기가 속도응답 특성에 크게 영향을 미치는 저속 영역에서도 만족할 만한 성능을 보인다. 향후 관성계수 변화에 따른 속도 제어기 및 전류 제어기의 이득 조정을 통한 파라미터 변화에 강인한 제어기에 관한 지속적인 연구가 수행되어야 할 것으로 생각된다.

## [참 고 문 헌]

- [1] K. Kubo, M. Watanabe, F. Kozawa and K. Kawasaki, "Disturbance Torque Compensated Speed Observer for Digital Servo System", *Proceedings of IECON'90*, pp. 1182-1187, 1990.
- [2] S. Sakai and Y. Hori, "Ultra-low Speed Control of Servomotor using Low Resolution Rotary Encoder", *Proceedings of IECON'95*, pp. 615-620, 1995.
- [3] Seok-Joon Hong, Heui-Wook Kim and Seung-Ki Sul, "A Novel Inertia Identification Method for Speed Control of Electric Machine", *Proceedings of IECON'96*, pp. 1234-1239, 1996.
- [4] Taeg-Joon Kwon, and Dong-Seok Hyun, "High-Performance Speed Control of Electric Machine Using Low-Precision Shaft Encoder", *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 14, no. 5, pp. 838-849, Sep., 1999.
- [5] J. Song, K. B. Lee, J. H. Song, I. Choy, and K. B. Kim, "Sensorless Vector Control of Induction Motor Using A Novel Reduced-Order Luenberger Observer", *Proceedings ofIAS2000*, CD format, 2000