

## Halbach 배열을 갖는 슬롯리스 직선형 영구자석 동기의 구동 해석

장석명, 유대준, 이성호, 장원범  
충남대학교

### Drive Analysis of Slotless PM Linear Synchronous motor with Halbach Magnetization Array

Seok- Myeong Jang, Dae-Joon You, Sung- Ho Lee, Won Bum Jang  
Dept. of Electrical Engineering, Chungnam National University

**Abstract** - This paper presents drive analysis of slotless air-cored PM linear synchronous motor using two-dimensional analytical method. In order to calculate dynamic characteristic, back-EMF and linkage flux are calculated by Permanent Magnet Field and also inductance are given by slotless winding current coil. PMLSM drive simulation is performed by PI control system.

#### 1. 서 론

최근 자기부상 열차, 공작기계, 웨이퍼 이송장치 등 회전형 전동기에 비해 직선 운동을 직접 발생할 수 있는 리니어 모터의 사용이 증가하고 있다. 영구자석형 동기식 리니어 모터는 리니어 유도모터에 비해 개루프 제어 성능이 떨어지고 제조원가가 높다는 단점에도 불구하고 영구자석을 사용하기 때문에 상대적으로 효율이 높고 추력 대 중량비가 높아 고·추력화 및 고속화가 가능하며 역률이 높다는 장점이 있다[1]. 또한 과거의 모터 제어 방식은 아날로그 방식에 의한 경우가 대부분이었지만, 최근에는 전자소자의 디지털화에 의해, 다양한 제어방식을 사용할 수 있게 되었다. 가장 일반적인 방식으로는 공간벡터 제어가 있다. 공간 벡터 제어는 3상의 벡터 성분을 2상의 벡터로 변환하여, 전기자 성분과 계자 성분을 분리하여 제어 변수로 하는 것이다. 슬롯이 있는 PMLSM은 2차측 영구자석 모서리 부분과 전기자 치의 모서리 부분사이의 자기적 상호작용에 의해 발생하는 힘인 디텐트력이 나타나 추력 진동 및 기기의 소음을 발생시키고 제어성능을 악화시킨다. 본 논문은 치 슬롯의 단점을 고려하여 Halbach 배열을 갖는 공심형 PMLSM에 대해 해석적 방법으로 유도된 매개변수와 추력, 자속밀도의 관계식을 통한 힘의 관계식을 d축, q축으로 분리하여 폐루프 제어에 의한 속도 제어 시뮬레이션을 통해 구동 해석에 관한 연구를 수행하였다.

#### 2. 정특성 해석

##### 2.1 해석모델

회로 정수를 구하기 위한 특성 해석 모델의 기하학적인 구조는 그림1과 같다. 가동자로 쓰인 Halbach 구조를 갖는 영구자석의 두께는  $\Delta$ 이고, 공심형 슬롯리스 고정자 코일 권선의 두께는  $\Gamma$ 이다[3]. 각각의 가동자와 고정자에 의한 자계 특성식을 고려하기 위해 고정자의 좌표계에 대해 영구자석 가동자는 수직방향으로  $x_0 + \Gamma$ , 수평방향  $z_0$ 로 변위되는 2개의 좌표계를 갖는다[2]. 또한 제시된 해석모델은  $y$  방향으로 깊이  $w$ 를 갖으며, 단부효과는 무시된다. 일정한 극간격  $r$ 에 대해 영구자석과 코일의 길이는 각각  $r_m$ ,  $r/3$ 로 주어졌으며 영구

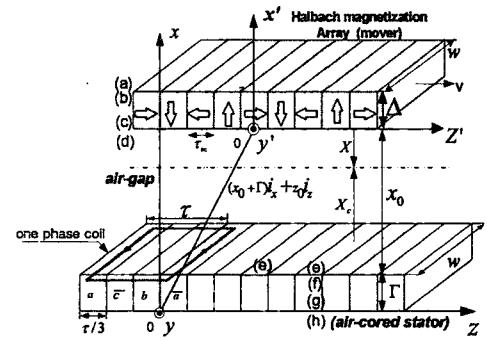


그림 1.Halbach 자화 배열을 갖는 슬롯리스 PMLSM 모델

자석 및 코일의 투자율은 공기와 같다고 가정하였다. 또한 영구자석 표면의 전체 자속밀도를 얻기 위해 영구자석과 코일에 의한 자속밀도는 각각 높이  $X$ ,  $X_c$ 에 따른 일반화를 이루었다.

##### 2.2 가동자 및 고정자에 의한 자속 밀도 특성식

그림1의 Halbach 배열을 갖는 가동자 영역의 자화는 지수함수 푸리에 급수에 의해 식(1)로 표현된다[1].

$$M = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (M_{zn} e^{-jk_n z} i_x + M_{zn} e^{-jk_n z} i_z) \quad (1)$$

여기서,  $M_{zn}$ 과  $M_{zn}$ 은 푸리에 전개에 의한 수평방향 및 수직 방향 자화이며,  $k_n$ 은  $n$ 차 고조파의 차수로써  $k_n = \pi n / r$  이고,  $r$ 은 한 극의 길이를 의미한다. 반 무한 경계조건  $\gamma_n = |k_n|$ 과 각 영역의 전달 관계에 의해 Halbach 자화 배열로 이루어진 가동자에 의한 자속밀도 특성식은 공극 영역에 대해 식(2)와 같이 일반화 된다.

$$\begin{aligned} B_{zn}^X &= \left( \frac{\mu_0 M_{zn}}{2} - j \frac{\mu_0 k_n M_{zn}}{2\gamma_n} \right) (1 - e^{-r_n \Delta}) e^{-r_n X} \\ B_{zn}^X &= \left( \frac{\mu_0 M_{zn}}{2} + j \frac{\mu_0 \gamma_n M_{zn}}{2k_n} \right) (1 - e^{-r_n \Delta}) e^{-r_n X} \quad (2) \end{aligned}$$

$(0 \leq X \leq x_0 + \Gamma)$

그림1의 3상 슬롯리스 코일로 이루어진 고정자 영역의 단위 깊이 당 전류 제작 밀도는  $z$ 방향의 공간적 분포에 대해 식(3)과 같이 표현된다.

$$J_{3d} = Re \sum_{n=-\infty, odd}^{\infty} \frac{1}{j n \pi} (e^{j n \pi / 3} - 1) \\ (J_a e^{-j k_x x} + J_b e^{-j k_x (x+2\pi/3)} + J_c e^{-j k_x (x+4\pi/3)}) i_y \quad (3)$$

여기서,  $\theta$ 는 상(Phase) 수이며  $J_a, J_b, J_c$ 는 코일 면 적당 기자력을 나타낸다. 슬롯리스 3상 코일에 의한 자속밀도 특성식은 공극 영역에 대해 식(4)와 같이 일반화 된다.

$$B_{zm}^X = j \frac{\mu_0}{2k_n} J_{yn} (1 - e^{-r_n l}) e^{-r_n X_c} \\ B_{zm}^Y = - \frac{\mu_0}{2\gamma_n} J_{yn} (1 - e^{-r_n l}) e^{-r_n X_c} \\ (0 \leq X_c \leq x_0 + \Delta) \quad (4)$$

### 2.3 고정자 회로 방정식

고정자 코일을 여자하여 가동자 영구자석이 직선운동을 하게 되면 코일 영역에 대해 식(5)로 표현되는 한 상에 대한 전압 방정식이 성립한다[2].

$$-V_s + \oint_C \frac{J_f}{\sigma} \cdot dl + \oint_C (-u_x B_{zm} + u_z B_{zm}) i_y \cdot dl \\ = -\frac{d}{dt} \int_S B_z \cdot da \quad (5)$$

좌변 첫 번째 항  $V_s$ 는 코일 인가전압, 두 번째 항은 코일 저항에 따른 전압강하, 세 번째 항은 영구자석의 직선운동에 기인한 속도 기전력이며, 우변은 코일의 여자에 따른 발생 자속의 시간적 변화에 기인한 변압기 기전력이다.

### 2.4 유기 기전력

가동자 영구자석이 직선 운동함에 따라 1차측 코일에 유도되는 극 당, 상 당 역기전력 또는 속도 기전력은 식(6)으로 표현된다 [2].

$$V_{bemf} = w p_m \eta_0 \sum_{n=-\infty, odd}^{\infty} \left[ \left( \frac{\mu_0 M_{zm}}{\gamma_n} + \frac{j \mu_0 M_{zm}}{k_n} \right) \left( \frac{j u_x}{k_n} + \frac{u_z}{\gamma_n} \right) \right. \\ \left. (1 - e^{-r_n \Delta}) (e^{-\frac{r_n \Delta}{3}} - 1) (1 - e^{-r_n l}) e^{-r_n x_0} e^{j k_x x_0} \right] \quad (6)$$

여기서  $\eta_0$ 는 코일 면적 당 턴 수,  $p_m$  영구자석 극 쌍수,  $u_x$  수직 속도,  $u_z$  수평 속도,  $x_0$  부하각을 나타낸다.

### 2.5 쇄교 자속 및 자기 인덕턴스

가동자 영구자석에 의한 코일의 극 당 쇄교 자속은 영구자석에 의한 공간 영역으로의 일반화 된 수직 방향 성분에 의해 식(7)과 같이 얻어진다.

$$\lambda_s = 3w \tau \eta_0 \sum_{n=-\infty, odd}^{\infty} \frac{1}{j \gamma_n k_n} \left( \frac{-j \mu_0 k_n M_{zm}}{2 \gamma_n} + \frac{\mu_0 M_{zm}}{2} \right) \\ (1 - e^{-r_n \Delta}) (1 - \cos(n \pi / 3)) (e^{-r_n (x_0 + l)} - e^{-r_n x_0}) e^{j k_x x_0} \quad (7)$$

고정자 슬롯리스 3상 코일에 의한 쇄교자속  $\lambda_s = L_s I_s$  의해 상 당 자기 인덕턴스는 식(8)과 같이 구해 진다.

$$L_s = \frac{w p_s \eta_0^2 \mu_0 l^3}{2 \pi^4} \sum_{n=-\infty, odd}^{\infty} \frac{1}{n^4} (1 - \cos \frac{n \pi}{3}) \left[ l + \frac{e^{-r_n l} - 1}{\gamma_n} \right] \quad (8)$$

여기서,  $p_s$  고정자 코일의 상 당 극 쌍수,  $l = 2\tau$  모터의 자속 주기를 의미 한다.

### 2.6 추력 특성식

경계면(d)에서의 추력특성식은 맥스웰 옹력법에 의해 식(9)로 주어진다[3].

$$F_z = -S \langle T_{xz} \rangle_z = -S \mu_0 H_x H_z^* \quad (9)$$

여기서,  $S$ 는 영구자석의 표면적으로 영구자석 극 쌍수  $p$ 를 고려하여  $S = 2p \tau w$ 로 구해지며, 서로 다른 직각 좌표계  $(x', y', z')$ 와  $(x, y, z)$ 의 부하각  $z_0$ 에 따른 기본파 ( $n = \pm 1$ )에 의한 힘은 식(10)과 같다[2].

$$F_z = \frac{p_m w l^2 \sqrt{2} M_0}{\pi^2} (1 - e^{-r_n l}) \\ (1 - e^{-r_n \Delta}) (J_a \cos k_1 z_0 + J_\beta \sin k_1 z_0) \quad (10)$$

여기서,  $J_a, J_\beta$ 는 체적 전류밀도에 대한 공간 분포에 대한 실수부와 허수부를 의미한다.

### 2.7 설계 사양 및 회로 정수

표 1.설계 사양 및 회로정수

| 항목             | 크기(단위)   |
|----------------|--|
| 영구자석           | $\Delta = 25.5(\text{mm})$<br>$\tau_m = 25.5(\text{mm})$ |
| 극 간격           | $\tau = 51(\text{mm})$                                   |
| 코일 높이          | $\Gamma = 6(\text{mm})$                                  |
| 코일 턴수          | $N = 150(\text{turns})$                                  |
| 고정자 상당 자기 인덕턴스 | $L_s = 2.94(\text{mH})$                                  |
| 역기전력 수평 속도 상수  | $K_{emf} = 6.92$   |
| 가동자 극 당 쇄교자속   | $\lambda_s \text{ max} = 0.12(V_s)$                      |
| 영구 자석 극 쌍수     | $p_m = 2 + 1/4$  |
| 코일 상 당 극 쌍수    | $p_s = 7$  |
| 가동자 영구자석 무게    | $m = 3.8(\text{kg})$                                     |
| 정지 마찰 계수       | 0.33   |
| 상당 전체 저항       | 18.4( $\Omega$ )   |

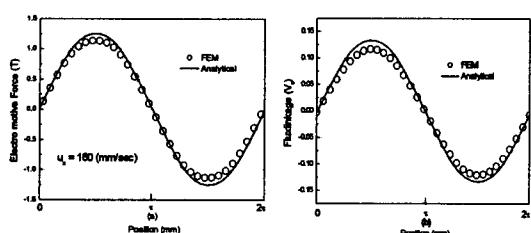


그림 2.Halbach 자화 배열에 의한 (a) 상당 역 기전력과 (b) 극 당 쇄교 자속

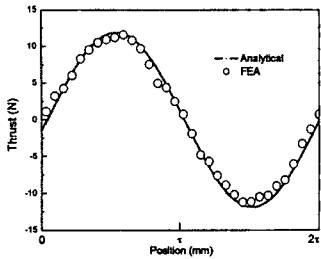


그림 3. 부하각에 따른 추력

표 1은 그림2와 그림3에 대한 해석적 방법에 대해 FEM 검증 통한 회로 정수와 설계 사양에 대해 제시하고 있다. 그림2와 그림3은 표 1의 설계 사양에 의한 상당 역 기전력, 쇄교 자석, 부하각에 대한 추력에 대해 각각 식(6), 식(7), 식(10) 의한 해석적 방법을 FEM으로 검증한 것이다. 고정자체에 대한 FEM검증이 거의 일치함을 알 수 있다.

### 3. 동특성 해석

#### 3.1 d,q 전압 방정식

슬롯리스 PMLSM의 전압 방정식을 2상 동기 좌표계로 나타내면 식(11)과 같다.

$$\begin{aligned} V_d &= i_d R + \frac{d\lambda_d}{dt} + \omega \lambda_q \\ V_q &= i_q R + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega \lambda_d \end{aligned} \quad (11)$$

여기서,  $\lambda_d$  와  $\lambda_q$  는 각 축의 고정자 쇄교자속이며  $R$  과  $\omega$ 는 인버터의 주파수이다. 공심형에 대한  $d, q$  축의 인덕턴스는 같으므로 추력 특성식은 식(12)과 같이 얻어진다.

$$F_z = \frac{3}{2} p_m \frac{\pi}{r} \lambda_{pm} i_q \quad (12)$$

여기서,  $\lambda_{pm}$  은 영구자석에 의한 쇄교 자속이다.

#### 3.2 시뮬레이션

그림4는 PI제어기를 이용한 페루프 제어 시스템 구조도이다. 페루프 제어 특성을 알아보기 위해 제어특성을 알아보기 위해 속도 제어를 수행하였다.

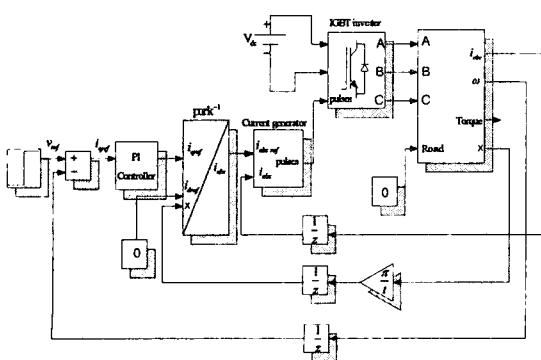


그림 4.PI제어 시스템 구성도

여기서, 제어의 용이성을 위하여  $d$ 축 전류는 0으로 제한하였으며 속도 증가시 부하를 포함시키지 않았다.

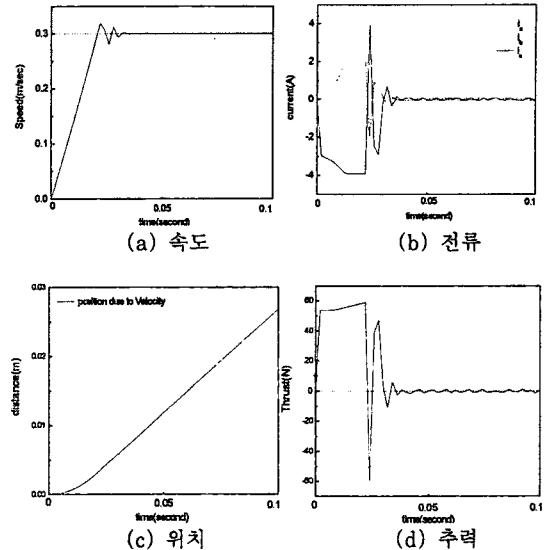


그림 5. 속도 지령에 따른 동특성

그림6은 속도 지령에 대한 가동자 속도, 위치, 토크 및 고정자 3상 전류의 MATLAB 시뮬레이션 결과를 나타내고 있다. 초기 모터 기동 상태에서 PI 제어를 수행하여 속도 명령  $0.3(m/s)$ 에 대해서 응답 속도가 잘 추종하고 있음을 그림6.(a)에서 볼 수 있다. 또한 가속 구간에서 전류 값(b)과 추력 값(d)가 크게 상승함을 알 수 있다.

### 4. 결 론

본 논문에서는 2차원 해석적 방법으로 공극자속 밀도를 계산하고 이로부터 회로 방정식을 구성하여 역기전력과 인덕턴스를 산출하여 전동기의 동특성 해석을 수행하였다. 해석의 검증을 위하여 유한요소 해석과 비교한 결과 거의 일치함을 알 수 있었다. 또한 슬롯리스 PMLSM의 운전성능을 알아보기 위해 PI제어를 이용한 속도제어 시뮬레이션을 하였다. 향후 실제 제어기를 구성하여 시뮬레이션과 실험 결과를 비교 함으로써 2차원 해석적 방법과 동특성 시뮬레이션의 결과의 타당성을 검토할 계획이다.

### [참 고 문 헌]

- [1]Seok-Myeong Jang, Sung-Ho Lee "Comparision of Two Types of PM Linear Synchronous Servo and Miniature Motor With Air-Cored Film Coil" IEEE Transactions on Magnetics, Vol.38, No.5, September 2002
- [2]David L.Trumper,Won-jong kim,Mark E.williams "Design and Aalysis Framework for Linear Permanent-Magnet Machines" IEEE Trannsaction Vol.32, No.2, March/April 1996
- [3]David L.Trumper and Mark E., Williams. "Halbach Arrays in Precion Motion Control" The art and science of magnet design. Vol. 1, Feb 1995