

10 mH, 100 mH 인덕턴스 표준기 정밀측정용 Modified Maxwell Bridge 개발

\*김한준, \*이래덕, \*강전홍, \*\*Yu.P.Semenov, \*\*\*한상옥  
 \*한국표준과학연구원, \*\*러시아 멘델레프연구소, \*\*\*충남대학교 전기공학과

Development of a Modified Maxwell Bridge for Precise Measurement of a 10 mH, 100 mH Inductance Standards

\*KIM Han Jun, \*LEE Ræ Duk, \*KANG Jeon Hong, \*\*Yu.P.Semenov, \*\*\*HAN Sang Ok  
 \*Korea Reasearch Institute of Standards and Science, \*\*VNIIM, \*\*\*Chung Nam National University

**Abstract** - 저 주파수에서 인덕턴스 단위(H, Henry)는 전기용량의 단위(F, Farad)로부터 Maxwell bridge 또는 LC를 이용한 resonance 방법으로써 유도된다. 이중 Maxwell bridge 방법은 국가의 단위 표준을 유지하는 연구소 또는 기관에서 가장 많이 사용되는 "product arm" 형의 bridge로 잘 알려져 있다. 개발된 bridge는 ratio-transformer를 전압공급 쪽(source)과 신호검출 쪽(detector)에 사용하여 종래의 Maxwell bridge 평형조정 시 main balance와 Wagner balance의 2개 과정을 진행하던 것과는 달리 main balance, source balance, detector balance의 과정을 진행함으로써 기존 bridge의 불안정한 ground admittance들의 영향에 의해 나타나는 불확도를 완전히 제거하였다. 한편 개발된 bridge는 10 mH, 100 mH를 10 nF의 전기용량표준기와 1 kΩ, 10 kΩ의 저항표준기로부터 유도 되도록 제작되었으며, 10 mH의 경우 400 Hz~5 kHz의 주파수 영역에서 약  $2.2 \times 10^{-6}$  ( $k=1$ )의 불확도로 인덕턴스 단위를 유도할 수가 있게 되었다.

1. 서 론

저 주파수에서 인덕턴스 단위를 유도해 내는 방법은 크게 3가지가 있다. 첫째는 정밀 솔레노이드를 제작하여 제작된 솔레노이드의 기하학적 구조로부터 계산에 의해 유도하는 방법<sup>(1)</sup>, 둘째는 LC 공진회로에서 알고 있는 전기용량표준기 값으로부터 인덕턴스 값을 유도하는 법, 셋째는 교류회로 브리지 즉 Maxwell 브리지를 이용하여 전기용량표준기로부터 인덕턴스 단위를 유도해 내는 방법이다. 첫 번째의 솔레노이드에 의한 방법은 1960년대 이전까지 사용하던 것으로 그 기하학적인 구조로부터 발생하는 오차가 크기 때문에 1956년과 1957년에 A. M. Thomson과 D. G. Lampard에 의하여 cross capacitance 이론<sup>(2),(3)</sup>이 발표되고 실제로 전기용량을  $10^{-8}$ order의 불확도로 절대 측정할 수 있는 calculable cross capacitor가 개발되면서 전기용량으로부터 인덕턴스 단위를 유도하게 되었다. 한편 LC 공진회로를 이용하는 경우는 측정하고자 하는 일정한 주파수에서 높은 정확도로 측정값을 얻기 위해서는 인덕턴스 표준기의 Q(이득계수)값이 아주 커야만 한다. 따라서 특수한 인덕턴스 표준기가 제작이 되어야 하는 단점으로 인하여 영국 NPL, 중국 NIM 등 몇 나라의 국가 표준연구기관에서만 사용이 되고 있다. Maxwell 브리지는 전기용량으로부터 인덕턴스 단위를 유도하기 위하여 Maxwell에 의해서 디자인이 된 "product arm" 형 bridge로 이미 잘 알려져 있다. 그러나 기존의 Maxwell bridge의 평형은 4개 arm에 연결된 admittance들과 ground admittance를 독립적인 단순한 관계로 보아 main balance와 Wagner balance의 2가지 평형과정으로서 만족하여야 했다. 그러나 main balance에서의 오차는 source balance와 detector balance 오차의 곱에 종속적이기 때문에 3가지의 평형을 이루는 것이 최선의

방법이다.<sup>(4)</sup> 본 연구논문은 초정밀 ratio-transformer와 source balance, detector balance를 위한 coupling network을 적용하여 개발된 변형된 Maxwell bridge에 관한 것이다.

2. 브리지 제작

2.1 브리지 설계

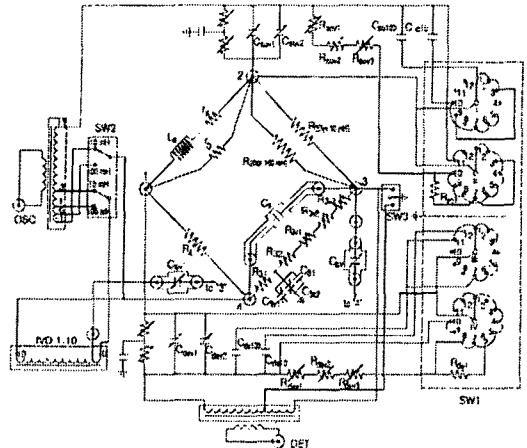


그림1. 개발된 브리지의 회로

인덕턴스 10 mH와 100 mH를 10 nF의 전기용량으로부터 측정하기 위하여 설계 제작된 변형된 Maxwell bridge의 회로는 그림 1과 같다. 그림에서  $L_x$ 는 측정하고자 하는 인덕턴스 표준기로서 잘 제작된 상용의 인덕터 표준기를 사용하였다. 특히 10 mH 인덕턴스 표준기의 경우는  $(27.92 \pm 0.01) \text{ }^\circ\text{C}$ 로 유지되는 항온조에서 유지하고 있다.  $R_2, R_4$ 는 비례 arm의 정밀 교류 저항 표준기이며, 10 mH를 유도할 시에는  $R_2, R_4$ 에 1 kΩ을 연결하여 사용하고, 100 mH를 유도할 시는  $R_2$ 에 1 kΩ을  $R_4$ 에는 10 kΩ을 연결한다.  $C_0$ 는 전기용량표준기로서 10 nF ceramic 전기용량 표준기를 사용하였다. 한편 전기용량  $C_0$ 는 가변전기용량 표준기로서  $C_0$ 로서  $L_x$ 를 유도할 때 모자라는  $C_0$ 의 양만큼 공급하는 역할을 하는 전기용량 표준기로서 air type 가변전기용량 표준기이다.  $R_0$ 는 치환용 저항기로서 인덕턴스 표준기가 가지고 있는 교류의 저항과 저항값을 일치시키되, 인덕턴스의 값은 계산 혹은 별도의 계산에 의하여 산출할 수 있는 구조로 제작되었다.

2.2 브리지 평형 및 평형방정식

다음 그림2는 그림1의 회로로부터 브리지 평형방정식을 유도하기 위하여 브리지 arm 4개 부분을 간략화 한 그림이다.

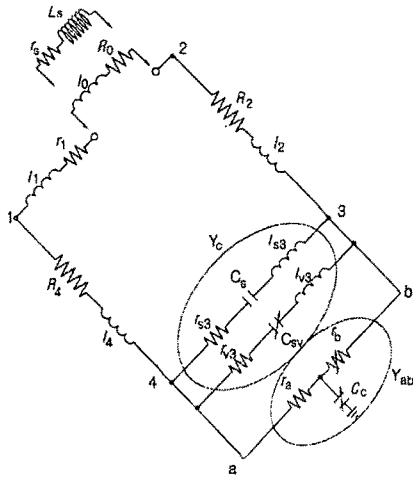


그림 2. 그림 1의 arm 부분을 간략화 한 브리지 회로.

정밀한 측정을 위해서 각 arm에서의 lead wire에서 나타나는 인덕턴스 값을 제거할 필요가 있으며 이를 위하여 치환용 저항을 이용하여 아래의 순서로 치환법을 사용하여야만 한다.

치환 1: 인덕턴스 표준기( $L_s$ ,  $r_s$ )를 arm12 사이에 연결하고 arm 34의 "a"와 "b" 사이의 임피던스를 조절하는 방법으로 브리지의 평형을 잡는다.

치환 2: 인덕턴스( $L_s$ ,  $r_s$ ) 표준기를 제거하고 대신 치환용 저항  $R_0$ 를 arm12 사이에 연결하고 arm 34의  $C_s$ 를 제거 후 "a"와 "b" 사이의 컨덕턴스를 조절하는 방법으로 브리지의 평형을 잡는다. 브리지 arm의 impedance로부터 평형방정식은

Arm 12에서

Standard inductor  $L_s$ 가 연결될 때

$$Z_{1L} = j\omega L_s + r_s + j\omega l_1 + r_1 \quad (1)$$

치환용 저항  $R_0$ 이 연결될 때

$$Z_{1R} = R_0 + j\omega l_0 + j\omega l_1 + r_1 \quad (2)$$

Arm 23

$$Z_2 = R_2 + j\omega l_2 \quad (3)$$

Arm 34

Standard inductor  $L_s$ 가 연결될 때

$$Y_3 = \frac{1}{\frac{1}{j\omega C_s} + r_{s3} + j\omega l_{s3}} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C_{svl}} + r_{s3} + j\omega l_{s3}} + \frac{1}{r_a + r_b + r_a r_b (j\omega C_c)} \quad (4)$$

치환용 저항  $R_0$ 이 연결될 때

$$Y_3 = \frac{1}{\frac{1}{j\omega C_{svR}} + r_{s3} + j\omega l_{s3}} + \frac{1}{r_a + r_b + r_a r_b (j\omega C_c)} \quad (5)$$

Arm 41

$$Z_4 = R_4 + j\omega l_4 \quad (6)$$

위의 식에서 브리지 방정식을 풀어서 간단히 정리하면

$$L_s = R_2 \cdot R_4 \cdot (C_s + C_{svl} - C_{svR}) \cdot (1 + \epsilon) + l_0 \quad (7)$$

여기서  $\epsilon$ : 브리지 오차,  $C_{svl}$ : 인덕턴스 표준기가 arm 12에 연결되고 평형이 이루어 졌을 시의  $C_{sv}$ 의 값,  $C_{svR}$ : 치환용 저항  $R_0$ 가 arm 12에 연결되고 평형이 이루어 졌을 시의  $C_{sv}$ 의 값,  $l_0$ : 치환용 저항의 인덕턴스이다. 여기서 사용한 equal resistance substitution method란 standard 인덕턴스  $L_s$ 가 갖는 저항값과 가능한 접근된 저항을 가지고 최소의 stray 인덕턴스 값을 갖는 저항  $R_0$ 를 arm 1, 즉 단자 "1"과 "2" 사이에 연결하여 standard inductor  $L_s$ 와 치환하는 것이다.

### 2.3 브리지 평형순서

브리지의 평형순서는 먼저 detector 평형부터 조절한다. 우선 유도하고자하는 인덕턴스 값을 SW2 스위치로 선택하고, SW3을 사용하여 단자 3이 ground에 연결되도록 한 다음 detector transformer에 연결된 coupling network의  $R_{de}$ 과  $C_{de}$ 들을 조절하여 평형을 조절한다. 상기한 detector balance가 이루어진 후 SW3을 detector transformer의 중간 tap 부분이 ground에 연결되도록 전환하고, source transformer에 연결된  $R_{so}$ 과  $C_{so}$ 들을 조절하여 source 평형을 조절한다. 상기한 2개의 평형 조절을 한 후 SW3을 단자 3과 분리되는 위치로 전환하고, arm3에 연결된  $R_{3o}$ 과  $C_{3o}$ 들을 조절하여 main 평형을 조절한다. 상기한 과정을 최고의 감도에서 평형조절이 이루어질 때까지 반복한 다음 인덕턴스 표준기를 제거한 후 치환용 저항기를 연결하고 상기한 과정을 반복한다.

### 2.4 브리지 부품제작 및 그 특성

#### 2.4.1 인덕턴스 표준기

사용된 인덕턴스 표준기는 인덕턴스 표준의 유지 및 보급을 목적으로 기 상용화된 것을 사용하였다. 특히 10 mH의 인덕턴스 표준기는 ( $27.92 \pm 0.01$ ) °C로 유지되는 항온조내에서 유지를 하여, 측정시간 동안 온도의 변화로부터 나타나는 불확도를 완전히 무시할 수 있도록 하였다.

#### 2.4.2 치환용 저항

제작된 브리지에 인덕턴스 표준기를 연결하여 인덕턴스를 측정하면 인덕턴스 표준기의 인덕턴스 값뿐만 아니라 lead cable의 인덕턴스 값도 포함이 되어 함께 측정이 되어진다. 따라서 인덕턴스 표준기의 인덕턴스 값만을 측정하기 위해서는 반드시 lead cable의 인덕턴스를 제거해 주어야 한다. 본 연구에서 설계 제작된 브리지에서는 인덕턴스를 계산 혹은 측정의 방법으로 구할 수 있도록 가변저항 1개와 정밀 고정저항 2개를 사용하여 인덕턴스 표준기가 가지는 자체의 저항과 같은 저항을 갖는 특수저항을 치환법의 도구로 제작하여 사용하였다.

#### 2.4.3 비례 arm용 정밀 교류저항

비례 arm에 사용되는 교류저항은 그 특성이 인덕턴스 측정에 직접적인 값으로 영향을 미치기 때문에 안정도가 우수하고 시정수가 아주 작은 것이어야만 한다. 비례 arm에 사용할 교류저항 1 kΩ과 10 kΩ을 ( $23 \pm 1$ ) °C의 실험실에서 약 12시간 동안의 안정도를 측정된 결과 약  $1.5 \times 10^{-6}$ 의 변화량을 보였다. 따라서 인덕턴스 측정시간을 약 30분 정도로 생각할 때 비례 arm에 사용되는 교류저항 값의 변화에 의해서 나타나는 영향은  $10^{-7}$ 이하로 추산이 되어 무시가 가능하다. 표 1은 비례 arm용 교류저항의 특성이다.

표 1. 비례 arm용 교류 저항의 특성

Nominal value	1 kΩ	10 kΩ
$R_0, \Omega$	999.993	9 999.74
$\alpha, \times 10E(-6)/K$	$1.3 \pm 0.2$	$1.6 \pm 0.2$
$\tau, nS$	$0 \pm 1$	$-4 \pm 2$
$\delta(0.4), \times 10E(-6)$	$0 \pm 0.2$	$0.2 \pm 0.2$
$\delta(1.0), \times 10E(-6)$	$0 \pm 0.2$	$0.3 \pm 0.2$
$\delta(1.6), \times 10E(-6)$	$-0.1 \pm 0.2$	$0.5 \pm 0.2$
$\delta(20), \times 10E(-6)$	$-1.5 \pm 0.5$	$11 \pm 2$

여기서  $R_0$ :  $20 \pm 0.03$  °C에서 교정된 DC 저항 값.  
 $\alpha$ :  $19 \sim 23$  °C 범위에서의 저항 값의 온도계수.  
 $\tau$ : 1 kHz에서의 시정수.  
 $\delta(f)$ : 주파수  $f$ 에서의 주파수 보정 값.  
 $R_f = R_0 + \delta(f) \cdot R_0$ .

2.4.4 전기용량 표준기

비례 arm에 사용하는 전기용량 표준기는 그 값이 안정되어야 할 뿐 만 아니라 손실계수도  $10^{-4}$  이하가 되어야 브리지의 측정 불확도를  $1 \times 10^{-6}$  수준으로 만족시킬 수가 있다. 여기에서 사용한 전기용량 표준기는 ceramic 10 nF로서 그 특성은 표 2와 같다. 한편 실험실 조건에서 16시간 동안의 전기용량 변화는 온도의 변화 0.6 °C에서 약  $1.9 \times 10^{-6}$ 의 drift를 보였다. 따라서 1회 측정시간을 약 30분 정도로 추정하면 이때 전기용량 값의 drift가 인덕턴스에 미치는 영향은 무시할 수가 있다.

표 2. 전기용량 표준기의 특성

	300 Hz	1 kHz	3 kHz	10 kHz
$D(\times 10^{-4})$	0.87	0.87	0.84	1.01
$C_1$ kHz(pF)	9 999.80	9 999.68	9 998.81	9 998.18
$10^4 \log(C_1/C_1)$ kHz)	+0.052	0	-0.378	-0.651

2.4.5 Coupling network용 정밀저항 및 전기용량 기

source balance 및 detector balance용 coupling network에 사용된 저항들과 capacitor들은 그 값의 정확도 측면에서의 중요성은 덜하지만 측정시간 동안 값의 안정도는 매우 중요하다. 본 연구에서는 저항의 경우 non-inductive형 정밀 저항을 사용하였으며 가변저항의 경우 10 turn 가변저항과 미세조절이 가능한 dial을 사용하여 분해능을 가능한 한 높였다. 한편 가변 capacitor의 경우는 상품화되어 있는 15~300 pF를 사용하였으며 가능한 한 가변범위를 줄이고 고정 값이 크게 사용되도록 하여 가변 전기용량기의 drift로부터 나타나는 불확도를 줄이도록 하였다. network에 사용한 정밀저항을 KRISS 실험실에서 14 시간동안 drift를 측정된 결과  $1 \times 10^{-6}$ 이하를 보였다.

2.5 브리지 불확도 분석

브리지 불확도 분석은 1회의 측정시간이 30분 정도 소요되는 것으로 가정을 하였고 이때 실험실의 온도는 약 0.5도의 변화가 있는 것으로 가정을 하고 분석하였다. 개발된 브리지의 불확도는 표 3과 같다. 10 mH의 경우 대부분의 불확도는 치환용 저항에 포함된 인덕턴스의 계산 불확도에서 나타나는 것으로 분석이 되었고, 100 mH의 경우는 불확도의 대부분은 온도 drift에 의한 인덕턴스 drift에 의한 것으로 분석이 되었다.

표 3. 개발된 브리지의 불확도 분석표

항 목	불확도( $\times 10^{-6}$ )	
	10 mH	100 mH
1 온도 drift에 의한 inductance 변화	0.17	8.7
2 치환저항기의 인덕턴스 계산 불확도	2.0	0.2
3 비례 arm용 정밀 교류저항의 교정 불확도	0.42	0.42
4 전기용량 표준기( $C_s + C_{sv}$ )의 교정 불확도	0.8	0.8
RSS( $k=1$ )	2.20	8.70

3. 결 론

오늘날 인덕턴스 단위는 전기용량 단위로부터 Maxwell bridge 혹은 LC resonance method를 사용하여 유도해 내고 있다. 이중 "product arm" 브리지로서 가장 잘 알려진 Maxwell bridge를 ratio-transformer and coupling network를 적용하여 이상적인 브리지 평형 방법인 main balance, source balance, detector balance를 적용할 수 있도록 보다 진보된 10 mH, 100 mH 인덕턴스 유도용 브리지를 개발하였다. 개발된 브리지는 필요한 모든 부품에 대하여 특성 검사를 하였으며 특성검사의 결과를 기본으로 한 브리지의 불확도 평가결과 10 mH의 경우  $2.2 \times 10^{-6}$  ( $k=1$ ), 100 mH의 경우는  $8.7 \times 10^{-6}$  ( $k=1$ )의 불확도를 보였다. 한편 100 mH의 경우 대부분의 불확도는 인덕턴스 표준기의 온도 drift로부터 나타나므로 10 mH 인덕턴스 표준기와 같이 항온조 내에서 유지할 경우에는 약  $1 \times 10^{-6}$ 의 불확도로 측정될 수 있다. 한편 본 브리지가 개발됨으로서 인덕턴스 표준유지 및 보급능력이 세계적 수준인  $2.2 \times 10^{-6}$  ( $k=1$ )으로 향상되었으며, 향후 국제간의 상호비교에도 적극 참여할 수가 있게 되었다.

[참 고 문 헌]

- [1] J. L. Thomas et al, "An Absolute Measurement of Resistance by the Wenner Method", J. Res., NBS, Vol. 43, p.291, 1949
- [2] A. M. Thomson, D. G. Lampard, "A New Theorem in Electrostatics and its Application to Calculable Standatds of Capacitance", Nature, Vol. 177, p. 888, 1956
- [3] D. G. Lampard, "A New Theorem in Electrostatics with Applications to Calculable Standatds of Capacitance", Pro. IEE, Mono, No. 216M, p. 271, 1957
- [4] A. M. Thompson, "AC Bridge Methods for the Measurement of Three-Terminal Admittances", IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 13 No. 4, pp. 189-197, 1964