

## Halbach 배열 영구자석 가동자로 구성된 Tubular형 직선 왕복 액추에이터의 특성해석 및 실험

장석명, 최장영, 이성호, 이성래\*

충남대학교, (주) 우영

### Experimental and Characteristic Analysis of Tubular Type Linear Oscillating Actuator with Halbach Magnetized PMs Mover

S. M. Jang, J. Y. Choi, S. H. Lee, S. L. Lee\*  
Chungnam National University, Woong Young Inc.\*

**Abstract-** In the machine tool industry, direct drive linear motor technology is of increasing interest as a means to achieve high acceleration, and to increase reliability. This paper deals with the characteristics of tubular type linear oscillating actuator with Halbach magnet array. The magnetic field solutions are derived analytically in terms of vector potential, two dimensional cylindrical coordinate system and Maxwell's equations. Motor thrust, flux linkage, back emf are then derived. The results are shown in good conformity with those obtained from the commonly used finite element method. Test results such as thrust measurements are also given to confirm the analysis.

#### 1. 서 론

영구자석기기들은 산업 자동화, 사무 자동화 그리고 로봇 산업과 같은 분야에 직선운동을 위한 용도로 쓰임이 늘어가는 추세이다. 실제로, 이러한 영구자석 직선형 모터들은 속도제어, 추력제어, 정밀위치제어, 무게 그리고 효율 측면에서 많은 장점을 갖고 있다. 게다가, 직선형 구동시스템에 리니어 모터를 이용하는 경우 스크류, 체인, 기어 시스템 등의 기계적 에너지 변환장치가 필요하지 않아 부품 수와 공간이 적어도 되며 에너지 손실이나 소음을 발생하지 않고 운전 속도에서도 제한을 받지 않는다는 장점이 있다 [1]. 특히, 평면 직선형 모터에 비해 Tubular 직선형 모터는 단부 효과가 존재하지 않아, 유용하다. 따라서, 본 논문은 Halbach자화 영구자석 배열을 갖는 Tubular형 왕복 액추에이터의 특성을 해석하고, 해석모델을 제작하여 실험하고자 한다. Tubular형 왕복 액추에이터의 자체특성식은 2차원 원통좌표계를 이용한 해석적인 방법을 통하여 도출하고, 다음으로 자체특성식을 이용해 추력특성, 쇄교자속 그리고 역기전력을 유도했다. 해석결과는 유한요소법과 비교 검증한다. 또한, 부하 각에 따른 추력특성 및 최대부하 각에서 부하전류에 따른 추력특성해석 결과는 실험을 통해 검증하고자 한다.

#### 2. Tubular형 직선 왕복 액추에이터

##### 2.1 해석 모델

그림 1은 본 논문에서 해석하고자 하는 Halbach자화 영구자석 및 iron으로 구성된 가동자, 단상 분포된 코일을 갖는 고정자, steel재질의 shaft, 리니어 베어링과 iron 재질의 외함으로 구성된 Tubular형 왕복 액추에이터를 보여준다. 그림2는 그림1에서 제시된 Tubular형 왕복 액추에이터의 2영역 해석모델을 보여주는데, 우리는 전류가  $r = r_s$ 에 등가 면전류로 분포해 있다고 가정하고, 철심의 투자율과 축 방향 길이는 무한이라 가정하고,

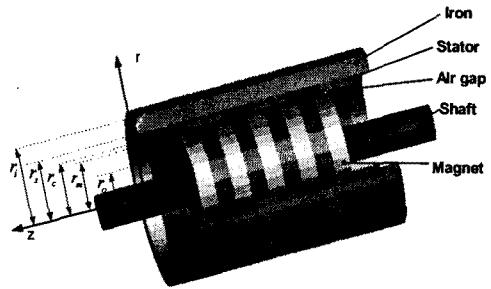


그림. 1 Tubular형 직선 왕복 액추에이터의 구조

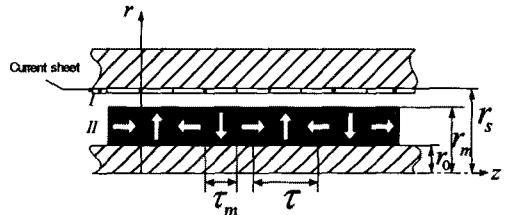


그림 2. Halbach자화 영구자석을 갖는 2영역 Tubular형 왕복 액추에이터 해석 모델

한다. 한편, 자계 특성 해석 시 영구자석과 코일을 따로 분리해서 해석하는데, 이는 코일의 투자율을 진공의 투자율과 같다고 하고, 영구자석을 상대 투자율을 1이라 가정함으로써 가능해 진다.

##### 2.2 영구자석에 의한 자계특성식

Halbach자화 영구자석 배열은 식 (1)과 같은 푸리에 급수로 주어진다.

$$M_n = \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} \left[ \left( \frac{c_1}{r} + c_2 r \right) M_m i_r + M_{zn} i_z \right] \sin(k_n z) \quad (1)$$

여기서,  $M_m$ 과  $M_{zn}$ 은 각각 영구자석의 자화  $M$ 의  $r$ 방향과  $z$ 방향 푸리에 계수이며,  $k_n = n\pi / \tau$ 로 주어지는  $n$ 차 공간고조파이고,  $\mu_0$ 는 진공의 투자율이다. 또,  $c_1$ ,  $c_2$ 는 정확한 자계를 구하기 위해 적절히 선택되어진 상수이다 [2]. 한편, 맥스웰방정식으로부터 식 (2)가 도입된다.

$$\nabla \times H = J \quad (2)$$

또, 자기 벡터퍼텐셜은 식(3)으로 정의된다 [3].

$$\nabla \times A = B \quad (3)$$

식 (1), 식 (2) 와 식 (3)을 이용, Coulomb gauge  $\nabla \cdot A = 0$ 를 적용하면 식 (4)와 같은 지배방정식이 유도된다.

$$\begin{aligned}\nabla^2 A &= \frac{d^2 A_{\theta n}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_{\theta n}}{dr} - \left( k_n^2 + \frac{1}{r^2} \right) A_{\theta n} \\ &= -\mu_0 k_n \left( \frac{c_1}{r} + c_2 r \right) M_m\end{aligned}\quad (4)$$

여기서  $A_{\theta n}$ 은 자기 벡터퍼텐셜  $A$ 의  $\theta$ 성분이고, Tubular형 왕복 액추에이터의 기하학적인 구조에 의해  $A_{\theta n}$ 만 존재한다. 다음으로 경계조건은 식 (5)로 주어진다.

$$\begin{aligned}B_{zn}''(r_o, z) &= -\mu_0 M_{zn} \\ B_m''(r_m, z) &= B_m'(r_m, z) \\ B_{zn}''(r_m, z) - B_{zn}'(r_m, z) &= -\mu_0 M_{zn} \\ B_{zn}'(r_s, z) &= 0\end{aligned}\quad (5)$$

식 (3)에 식(4)로부터 구해진  $A_{\theta n}$ 을 대입하면, 그림 2에 제시된 영역 I 즉 공극영역과 영역II 즉 자석영역의  $r$ 방향 및  $z$ 방향 자계특성식이 식 (6)으로 주어진다.

$$\begin{aligned}B_m' &= k_n [A_n' I_1(k_n r) + B_n' K_1(k_n r)] \sin(k_n z) \\ B_{zn}' &= k_n [A_n' I_0(k_n r) - B_n' K_0(k_n r)] \cos(k_n z) \\ B_m'' &= \left[ A_n'' I_1(k_n r) + B_n'' K_1(k_n r) + \frac{\mu_0 M_m}{k_n} \left( \frac{c_1}{r} + c_2 r \right) \right] \\ &\times k_n \sin(k_n z) \\ B_{zn}'' &= k_n \left[ A_n'' I_0(k_n r) - B_n'' K_0(k_n r) + \frac{2c_2 M_m \mu_0}{k_n^2} \right] \\ &\times \cos(k_n z)\end{aligned}\quad (6)$$

여기서,  $I_1(k_n r)$ 과  $K_1(k_n r)$ 은 각각 수정된 1차 제 1종 및 제 2종 Bessel 함수이고,  $I_0(k_n r)$ 과  $K_0(k_n r)$ 은 각각 수정된 0차 제 1종 및 제 2종 Bessel 함수이다 [4]. 식 (6)의 계수  $A_n'$ ,  $B_n'$ ,  $A_n''$ ,  $B_n''$ 은 식(5)의 경계조건을 식(6)에 대입함으로써 구해진다.

### 2.3 고정자 코일에 의한 자계특성식

고정자 코일의 전류 분포는 식 (7)로 표현된다.

$$J_\theta(z) = \sum_{n=1, odd}^{\infty} J_n \sin(k_n z) \quad (7)$$

여기서  $J_n$ 은 전류밀도 푸리에 계수로 식 (8)로 주어진다.

$$J_n = \frac{4N_i i}{n\pi r} \quad (8)$$

여기서  $N_i$ 는 극당 턴수이고,  $i$ 는 부하 전류이다. 한편, 고정자 코일에 의한 지배방정식은 식(4)의 라플라스 방정식으로 표현되고, 경계조건은 식(9)로 표현되며,  $r=r_s$ 경계 면에 대한 경계조건에서  $J_\theta(z)$ 이 고려된다.

$$\begin{aligned}B_{zn}'(r_s, z) &= \mu_0 J_\theta(z) \\ \mu_0 B_{zn}'(r_0, z) &= B_{zn}''(r_0, z) \\ B_m''(r_o, z) &= B_m'(r_o, z)\end{aligned}\quad (9)$$

여기서 로마문자  $I$ 와  $II$ 는 각각 그림 2에 제시된 해석모델에서 자석영역을 포함한 공극영역과 자석 아래의 철심영역을 나타낸다. 식 (3), 식 (4)의 라플라스 방정식과 식 (9)로부터 고정자 코일에 의한 공극 자속밀도는 식 (10)으로 표현된다.

$$\begin{aligned}B_m' &= \mu_0 k_n [-I_1(k_n r) + \chi_n K_1(k_n r)] \nu_n J_n \cos(k_n z) \\ B_{zn}' &= \mu_0 k_n [I_0(k_n r) + \chi_n K_0(k_n r)] \nu_n J_n \sin(k_n z)\end{aligned}\quad (10)$$

여기서,  $\nu_n = \frac{1}{k_n [I_0(k_n r_s) + \chi_n K_0(k_n r_s)]}$ ,  $\chi_n = -\frac{I_0(k_n r_o)}{K_0(k_n r_o)}$ 으로 주어진다.

### 2.4 쇄교자속 및 역기전력 특성식

각 상의 쇄교자속은 식 (11)로부터 구할 수 있다

$$\lambda = - \int_{z_s}^{z_r} \frac{N}{\tau} \int_z^{z+r} 2\pi r_s B_s(z) dz dz \quad (11)$$

여기서  $N$ 은 극당 턴수,  $\tau$ 는 극간격이며,  $z_s$  와  $z_r$ 는 각각 상의 초기위치와 마지막 위치이다. 식 (11)에 의해  $N=N_s$ ,  $z_s=-r$  와  $z_r=0$ 인 단상권선 분포를 갖는 Halbach자화 영구자석 Tubular형 왕복 액추에이터의 영구자석에 의한 쇄교자속은 식(12)로 주어진다.

$$\lambda = \frac{8N_s \pi r_s [A_n' I_1(k_n r) + B_n' K_1(k_n r)] \sin(k_n z)}{k_n \tau} \quad (12)$$

한편, 영구자석이  $z$ 방향으로 직선 운동함에 따라 코일에 유도되는 역기전력은 식 (13)의 관계에 의해 계산된다 [5].

$$V_{emf} = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{dz}{dt} \frac{d\lambda}{dz} = v \frac{d\lambda}{dz} \quad (13)$$

여기서  $\lambda$ 는 쇄교자속이고,  $v$ 는 가동자 영구자석의 속도이다. 따라서, 코일에 유기되는 역 기전력은 식 (13)에 의해 식(12)를  $z$ 방향에 대해 미분한 것에 가동자 영구자석의 속도를 곱함으로써 얻을 수 있다.

### 2.5 추력 특성식

추력은 영구자석과 전류에 의한 자계의 상호작용을 고려함으로써 구할 수 있다. 모터의 미소 축방향 길이  $dz$ 에 작용하는 추력은 식 (14)로 주어진다.

$$dF_z(z) = -2\pi r_s J_\theta(z) B_s'(r_s, z) dz \quad (14)$$

모터에 작용하는 전체 추력은 식 (14)를  $z$ 방향에 대해 적분함으로써 구할 수 있고, 결과는 식 (15)로 주어진다.

$$F_z(z) = -8\pi r_s i_s \frac{N_s}{\tau} [A_n' I_1(k_n r_s) + B_n' K_1(k_n r_s)] \quad (15)$$

### 3. 특성해석 및 실험

Tubular형 왕복 액추에이터의 개략적 제원과 치수는 표1과 같다. 영구자석( $r$ )과 코일의 극간격은 20mm, 영구자석의 두께( $r_m - r_o$ )와 극수는 각각 10mm, 4와 1/2극이고, 코일의 두께( $r_s - r_c$ )와 극수는 각각 4mm, 6극이며, 공극( $r_c - r_m$ )은 0.5mm이다. shaft길이는 250mm이며, 코일의 극당 턴수는 100턴이다.

표 1 Tubular형 왕복 액추에이터의 설계 사양

제원	치수	제원	치수
$\tau$	20(mm)	코일 극간격	20(mm)
$\tau_m$	10(mm)	$N$	100턴/극
$r_o$	20(mm)	영구자석 극수	4 1/2
$r_m$	30(mm)	고정자 코일 극수	6극
$r_c$	30.5(mm)	shaft 길이	250(mm)
$r_s$	34.5(mm)		

### 3.1 자계특성해석

그림 3은 Halbach자화 모델의 자속밀도에 대한 유한요소 결과와 해석 결과의 비교를 보여준다. 그림4 (a) 와 (b)는 각각 Halbach 자화모델의 쇄교자속과 역기전력의 해석 결과와 유한요소해석 결과와의 비교를 보여준다. 그림 3과 4 모두 해석 결과와 유한요소해석 결과가 매우 잘 일치함을 확인 할 수 있다.

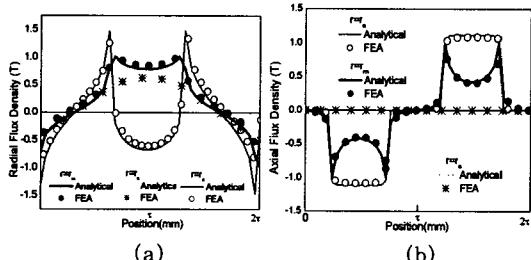


그림. 3 해석 결과와 유한요소해석 결과와의 비교 : Halbach자화 모델의 (a) 반경방향 및 (b) 축 방향 자속밀도

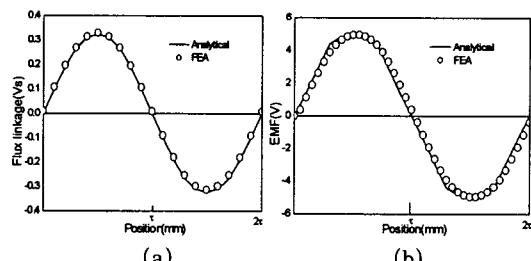


그림. 4 해석 결과와 유한요소해석 결과와의 비교 : Halbach자화 모델의 (a) 쇄교자속 및 (b) 역기전력

### 3.2 추력특성 실험

그림 5 (a)는 Tubular형 왕복 액추에이터의 가동자 Halbach자화된 영구자석과 고정자 코일 부분을 보여준다. 그림 5(b)는 실험 구성사진을 보여주는데, 정지추력을 측정하기 위한 Load Cell 및 Indicator, 코일을 DC여자 시키는 DC Power Supply 와 Tubular형 왕복 액추에이터로 구성되어 있다. 그림 6 (a)는 일정 부하 전류에서 부하 각에 따른 힘 분포의 해석 결과와 실험결과의 비교를 보여준다. 그림 6 (b)는 최대추력 부하 각에서 부하전류에 따른 힘 특성의 해석결과, 실험결과와 유한요소 결과의 비교를 보여준다. 부하전류가 증가할수록 해석 결과에 비해 실험 값의 감소를 볼 수 있는데, 이는 자기회로의 포화 때문이다.

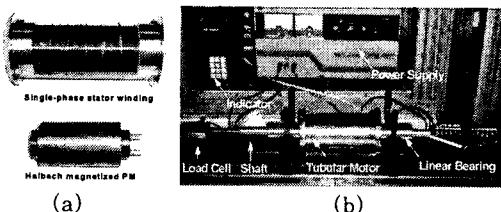


그림5. Tubular형 왕복 액추에이터의 (a) Halbach자화된 영구자석 가동자와 고정자 코일 사진 및 (b) 실험구성 사진

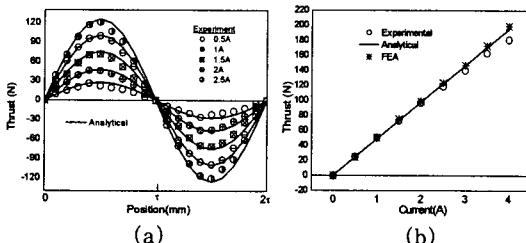


그림 6. 해석 결과와 실험결과와의 비교 : (a) 부하 각에 따른 (b) 부하전류에 따른 추력 분포

## 4. 결 론

본 논문에서는 Halbach자화 영구자석을 갖는 Tubular모터의 자계, 힘, 쇄교자속, 역기전력 특성식이 제시되었다. 해석 결과는 유한요소 법에 의하여 비교 검토하였고 실험을 통해 검증하였다. 본 논문에서 제시한 해석모델은 슬롯/슬롯리스 모델에 모두 적용 가능하다. 향후 본 연구에서는 Tubular 모터의 동특성을 해석하고, 구동실험을 통하여 동특성을 검증해 나아갈 것이다.

## [참 고 문 헌]

- [1] 정상섭, 장석명 “질량/스프링계를 고려한 리니어 왕복 액추에이터 시스템의 동특성 해석”, 전기학회 논문지 제 51-B 권 7호, 51B-7-6, pp.370-378, 2002.7
- [2] Nicola Bianchi, "Analytical Computation of Magnetic Fields and Thrusts in a Tubular PM Linear Servo Motor", IEEE, Trans. Magn., vol.1, pp.21-28, 2000
- [3] Jiabin Wang, Geraint W. Jewell and David Howe, "A General Frame work for the Analysis and Design of Tubular Linear Permanent Magnet Machines", IEEE, Trans. Magn., vol.35, no.3, pp.1986-2000, May 1999.
- [4] Murray R. Spiegel, John Liu, "Mathematical Handbook of Formulas and Tables", Schaum's Outline Series, 2nd Edition, pp.152-153, 1999.
- [5] Duane C. Hanselman, "Brushless Permanent Magnet Motor Design", McGraw-Hill, pp.70-71, 1994.