

퍼지집합 기반 진화론적 최적 퍼지다항식 뉴럴네트워크

박병준, 박건준, 오성권  
원광대학교 전기전자 및 정보공학부

Genetically Optimized Fuzzy Polynomial Neural Networks Based on Fuzzy Set

Byoung-Jun Park, Keon-Jun Park and Sung-Kwun Oh  
Department of electrical electronic and information engineering, Wonkwang university

**Abstract** - In this study, we propose a fuzzy polynomial neural networks(FPNN) and a genetically optimized fuzzy polynomial neural networks(GoFPNN) for identification of non-linear system. GoFPNN architecture is designed by a FPNN based on fuzzy set and its structure and parameters are optimized by genetic algorithms. A fuzzy neural networks (FNN) based on fuzzy set divide into two structures that is simplified inference structure and linear inference structure. The proposed FPNN is resulted from integration and extension of simplified and linear inference structure of FNN. The consequence structure of the FPNN consist of polynomials represented by networks using connection weights for rules. The networks comprehend simplified(Type 0), linear (Type 1), and quadratic(Type 3) inferences. The proposed FPNN can select polynomial type of consequence part for each rule. Therefore, proposed scheme can offer flexible structure design capability for a system characteristics. Moreover, GAs is applied to networks structure and parameters tuning of proposed FPNN, and its efficient application method is discussed. these subjects are result in GoFPNN that is optimal FPNN. To evaluate proposed model performance, a numerical experiment is carried out.

1. 서 론

퍼지뉴럴네트워크(Fuzzy neural networks: FNN) 모델은 복잡성과 불확실성을 나타내는 비선형 공정에서 다른 지능형 모델에 비해 보다 나은 성능을 가지고 있다. 이는 퍼지논리와 신경망이 갖는 독특한 특성들을 살리면서 모델의 효율과 성능이 향상되는 방향으로 퍼지논리와 신경망을 하나의 모델로 융합한 형태이기 때문이다. 퍼지논리는 비선형적이고 복잡한 실 시스템의 특성을 해석하는데 적용함으로써 수학적 모델보다 좋은 결과를 가져왔다. 그러나 멤버십 함수와 규칙을 결정하는데 많은 어려움을 가지고 있다. 이 문제를 해결하기 위해 학습능력을 가진 신경망과의 융합이 시도되었다[1-4].

본 논문에서는 Yamakawa[5]가 제안한 FNN을 기반으로 간략추론 및 선형추론 구조[6]를 확장, 통합한 퍼지다항식 뉴럴네트워크(Fuzzy polynomial neural networks: FPNN)와 GAs를 이용한 진화론적 최적 FPNN (Genetically optimized FPNN; GoFPNN)을 제안한다. GoFPNN의 구조는 GAs의 진화과정을 통해 최적 구조를 생성한다. 제안된 FPNN 구조는 선형추론 구조를 가지는 FNN[6]에 제곱 항을 추가함으로써 회귀다항식으로 후반부 구조를 확장하였다. 또한

연결가중치에 의해 회귀다항식이 구성되며, 이 네트워크 구조는 간략추론(Type 0), 선형추론(Type 1), 회귀다항식추론(Type 2)을 모두 포함하게 된다. 따라서 다항식 차수(Type)의 선택만으로도 각각의 추론구조를 표현할 수 있으며, 각각의 규칙에 대해 서로 다른 형태의 다항식을 사용함으로써 일률적인 형식의 구조를 벗어나 주어진 시스템의 특성에 따라 유연한 구조를 생성할 수 있도록 한다.

제안된 모델의 평가를 위해 Box와 Jenkins가 사용한 가스로 시계열 데이터[7]를 이용한다.

2. 진화론적 최적 퍼지다항식 뉴럴네트워크

2.1 퍼지다항식 뉴럴네트워크의 다항식추론 구조

제안된 퍼지다항식 뉴럴네트워크(FPNN)의 구조는 기존에 제시된 FNN[5,6]을 확장한 구조로 그림 1과 같다. 이 구조는 식 (1)과 같은 퍼지규칙으로 표현된다. 그림 1에서 각 뉴런은 원으로 표현되며, 'N'은 정규화, 'Σ'은 대수 합, 'Π'는 곱으로, 각 뉴런의 출력을 생성한다.

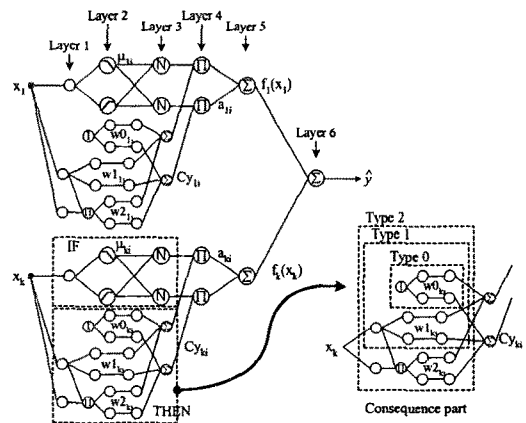


그림 1 FPNN의 다항식추론 구조  
Fig. 1 The topology of FPNN with the polynomial inference

$$R^i: \text{If } x_k \text{ is } A_{ki} \text{ Then } Cy_{ki} = w_{0ki} + w_{1ki} \cdot x_k + w_{2ki} \cdot x_k^2 \quad (1)$$

식 (1)의 퍼지규칙 후반부 구조를 살펴보면 FNN의 선형추론 구조[6]에 제곱 항을 추가함으로써 회귀다항식으로 후반부 구조를 확장하였다. 또한 그림 1에 보여지는 것과 같이 연결가중치에 의해 회귀다항식이 구성되며, 이 네트워크 구조는 간략추론(Type 0), 선형추론(Type 1), 회귀다항식추론(Type 2)을 모두 포함하게 된다. 따라서 다항식 차수(Type)의 선택만으로도 각각의 추론구조를 표현할 수 있게 하였다. 여기서 i는 퍼지

규칙의 수, k는 입력변수의 수를 나타낸다.

제한된 FPNN 구조의 각 층별 설계과정은 기존의 FNN 구조의 설계과정과 같고, 단지 연결가중치에 의한 후반부 출력  $Cy_{ki}$ 는 각 규칙의 다항식 차수(Type)에 따라 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{cases} \text{Type 0: } Cy_{ki} = w_{0ki} \\ \text{Type 1: } Cy_{ki} = w_{0ki} + w_{1ki} \cdot x_k \\ \text{Type 2: } Cy_{ki} = w_{0ki} + w_{1ki} \cdot x_k + w_{2ki} \cdot x_k^2 \end{cases} \quad (2)$$

5층에서 각 뉴런의 출력은 무게중심법에 의한 퍼지추론과 보수적인 멤버십함수의 연산특징에 의해 식 (3)과 같이 구해진다.

$$f_k(x_k) = \frac{\mu_{ki} \cdot Cy_{ki} + \mu_{ki+1} \cdot Cy_{ki+1}}{\mu_{ki} + \mu_{ki+1}} \quad (3)$$

$$= \mu_{ki} \cdot Cy_{ki} + \mu_{ki+1} \cdot Cy_{ki+1} = a_{ki} + a_{ki+1}$$

5층에서 출력된 값들은 (4)과 같이 모두 대수적으로 합해져 FPNN의 출력  $\hat{y}$ 를 최종적으로 계산하게 된다.

$$\hat{y} = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_m(x_m) = \sum_{k=1}^m f_k(x_k) \quad (4)$$

여기서 m은 입력변수의 수( $f_k$  뉴런의 수)이다.

FPNN의 6층에서 계산된 최종출력은 원 출력과의 오차를 구하고, 구하여진 오차를 역방향으로 전달시켜 연결가중치  $w_{0ki}$ ,  $w_{1ki}$ ,  $w_{2ki}$ 를 조절한다. 이것이 학습과정이며, 신경회로망의 학습에 가장 일반적으로 사용되는 오류역전파(Back-propagation: BP) 알고리즘이 사용한다.

## 2.2 진화론적 최적 퍼지다항식 뉴럴네트웍

주어진 비선형 시스템에 대한 최적의 모델을 결정하기 위해서는 크게 두 가지 측면이 있다. 즉, 구조 동정과 파라미터 동정이다. 구조 동정은 입력변수의 선택, 공간 분할, 규칙의 수, 등 모델의 구조와 관계되며, 파라미터 동정은 멤버십함수의 파라미터, 후반부 다항식의 계수 등과 같이 모델의 세부 값들을 정하는 문제이다. 그러나 구조 동정의 경우 고려해야될 사항들이 많기 때문에 동정과정의 복잡하고 만족스러운 결과를 얻지 못하다. 따라서 대부분의 경우 구조를 정하고, 구조에 대한 파라미터를 결정하는 방법에 대해 많은 부분이 연구되고 있다. 모델의 파라미터를 정의하기 위한 방법들 중 GAs는 많은 분야에서 적용되고 있다[6,8,9].

기존에 다루어지는 GAs를 이용한 최적화 문제는 대부분 파라미터에 관한 연구이며, 일부에서 구조 결정을 위해 GAs를 다루고 있지만 멤버십함수 수의 결정, 공간 분할 등 일부분야에 국한되고 있다. 또한 구조를 다루더라도 파라미터와 별개로 다루어진다. 다시 말하면, 먼저 구조를 정하고 정해진 구조에 대해 구조의 일부분을 GAs에 의해 정의한 후 다시 파라미터를 동정하는 방법을 이용하고 있다. 그러나 복잡하고 다변수로 주어지는 비선형함수의 경우 이 방법은 전역 해를 찾지 못하고 지역 해에 빠질 수 있는 위험이 있으며, 구조와 파라미터의 잘못된 관계, 주어진 시스템을 고려하지 않은 일률적인 구조의 적용 등의 문제들이 발생된다. 따라서 본 논문에서는 이러한 문제들을 해결하기 위해 GAs를 이용하여 구조와 파라미터 문제를 다루고자 한다.

GAs에 의해 최적화된 GoFPNN 구조는 퍼지규칙 후반부의 다항식 차수 및 전반부 파라미터를 GAs에 의해 선택함으로써 최적의 모델을 설계할 수 있다. 특히 퍼지규칙의 후반부 구조를 그림 2와 (5)의 예와 같이 각각 다른 다항식 차수의 구조로 나타낼 수 있으며, 일률적인 형식의 구조를 벗어나 주어진 시스템의 특성에 따라 유연한 구조를 생성할 수 있도록 한다. 이것은 모델의 성능을 개선하면서, 구조를 간략화 시킬 수 있고, 파라미터의 수를 줄이게된다. 또한 퍼지공간과 출력과의 관계를 찾아 출력에 영향을 미치는 퍼지공간에 대해 다항식의 차수를 높여주고, 그렇지 않으면 차수를 낮추는 특징을 가진다.

$$\begin{aligned} R^1: & \text{ If } x_1 \text{ is } A_{11} \text{ Then } Cy_{11} = w_{011} \\ R^2: & \text{ If } x_1 \text{ is } A_{12} \text{ Then } Cy_{12} = w_{012} + w_{112} \cdot x_1 \\ R^3: & \text{ If } x_k \text{ is } A_{k1} \text{ Then } Cy_{k1} = w_{0k1} \\ R^4: & \text{ If } x_k \text{ is } A_{k2} \\ & \text{ Then } Cy_{k2} = w_{0k2} + w_{1k2} \cdot x_k + w_{2k2} \cdot x_k^2 \end{aligned} \quad (5)$$

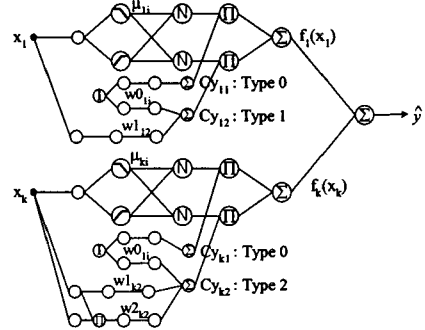


그림 2 후반부가 각 퍼지규칙에 대해 다르게 구성된 GoFPNN 구조

Fig. 2. A GoFPNN architecture: polynomials of consequence have different orders for each fuzzy rules

## 3. 실험결과 및 고찰

Box와 Jenkin[7]이 사용한 가스로 시계열 데이터를 이용하여 입력력 데이터인 가스 흐름율( $u(t)$ )과 연소된 이산화탄소 농도( $y(t)$ )를 모델 동정에 이용한다. 가스로 시계열 데이터는 모델링 기법의 성능을 평가하는데 널리 사용되는 표준데이터로서, 본 논문에서 제한한 모델들의 타당성과 유용성을 평가한다. 평가를 위한 성능지수는 식 (6)으로부터 계산된다.

$$PI = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N (y_p - \hat{y}_p)^2 \quad (6)$$

가스로 공정은 시계열 데이터로 모델링에 선택되는 입력변수는 시간에 따라 선택된다. 이들 중 다른 모델들에 자주 사용되고 있는 6입력  $u(t-3)$ ,  $u(t-2)$ ,  $u(t-1)$ ,  $y(t-3)$ ,  $y(t-2)$ ,  $y(t-1)$ 를 FPNN 구조의 입력동조에 이용한다.  $y(t)$ 는 출력이다.

표 1. GoFPNN의 성능지수  
Table 1. Performance index of GoFPNN

	Input variables	The premise part		PI	E.PI
		No. of MF	Parameter		
≤3	GAs	2+2+2	Min-Max	0.0226	0.143
	Tuned {u(t-2), y(t-2), y(t-1)}	2+2+2	GAs	0.0257	0.131
≤3	GAs	2+2+2	GAs	<b>0.0228</b>	<b>0.136</b>
≤2	GAs	2+2	GAs	0.0337	0.306

표 1은 GAs의 구조와 파라미터의 동조 방법에 따라 생성된 GoFPNN의 성능지수를 보여준다. 표에서 ≤3, ≤2는 6입력 중 모델 입력으로 3또는 2보다 적게 선택하도록 하였다. ≤3의 경우는 두 가지 결과를 보여준다. 첫 번째는 구조를 동조하고, 파라미터를 동조한 결과이며, 두 번째는 구조와 파라미터를 동시에 동조한 결과이다. 결과에서 보여지듯이 구조와 파라미터를 동시에 동조한 GoFPNN모델이 좀더 좋은 성능지수를 가진다. 여기서 후반부 구조는 모두 GAs에 의해 동조되며, BP에 의해 연결가중치를 학습한다. 가스로 공정의 입력선택은

3입력  $u(t-2)$ ,  $y(t-2)$ ,  $y(t-1)$ 를 선택하였을 때 좋은 결과를 얻을 수 있었고, 2입력에 대한 입력변수의 선택은  $u(t-3)$ ,  $y(t-1)$ 로 일반적으로 가스로 공정을 모델링하기 위해 사용되는 변수가 선택되었다. 가스로 공정에 대한 GoFPNN의 모델로 구조와 파라미터를 동시에 동조한 3입력 구조를 선택하였다. 이때 GoFPNN의 구조는 그림 3과 같고, GAs에 의한 최적화과정을 그림 4에 보였다. 표 2에서 기존의 모델과 제안된 모델들의 성능지수를 비교하였다.

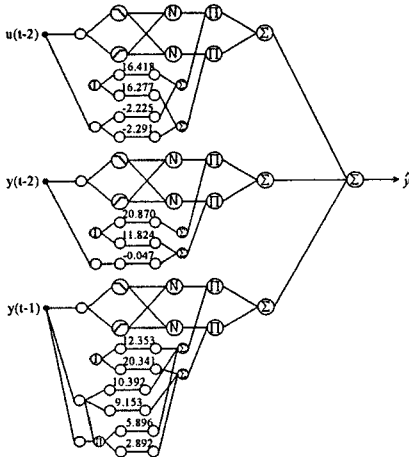


그림 3. GoFPNN 구조  
Fig. 3. The topology of GoFPNN

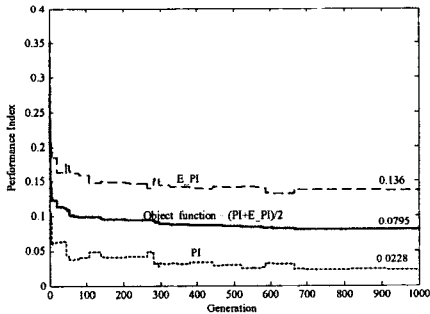


그림 4. GAs에 의한 GoFPNN의 최적화 과정  
Fig. 4. The optimal procedure of GoFPNN by GAs

표 2. 기존 모델방법과의 동정오차 비교  
Table 2. Comparison of performance with other modeling methods

Model		PI	E_PI	No. of rules	
Lin and Cunningham's model[10]		0.071	0.261	4	
Fuzzy	GAs+ Complex(9)	Simplified	0.024	0.329	4(2×2)
		Linear	0.017	0.289	4(2×2)
	HCM[8]	Simplified	0.755	1.439	6(3×2)
		Linear	0.018	0.286	6(3×2)
	HCM+GAs (8)	Simplified	0.035	0.289	4(2×2)
			0.022	0.333	6(3×2)
Linear		0.026	0.272	4(2×2)	
		0.020	0.264	6(3×2)	
Neural Networks(8)		0.034	4.997		
FNN[6]	Simplified	0.043	0.264	6(3+3)	
	Linear	0.037	0.273	6(3+3)	
Our model(GoFS_FPNN)		0.0228	0.136	6(2+2+2)	
		0.0337	0.306	4(2+2)	

### 3. 결 론

본 논문에서는 복잡한 비선형 시스템 모델링을 위하여 진화론적 최적 퍼지다항식 뉴럴네트워크(GoFPNN)를 제안하였다. 제안된 GoFPNN은 FPNN의 최적화 구조로 GAs를 이용하여 구조 및 파라미터 문제를 다루었다. FPNN 구조는 입력변수의 퍼지집합을 기반으로한 구조로 기존의 간략추론과 선형추론 형태의 네트워크 구조를 통합 설계하였다. 이 구조들은 후반부 다항식의 차수를 선택함으로써 구조를 결정할 수 있으며, 각 규칙에 따라 다항식 차수를 다르게 선택하여 주어진 시스템의 특성에 맞춰 모델의 구조를 설계할 수 있었다. 이것은 자칫 복잡해질 수 있는 구조를 간단하게 유지시켜주는 기능을 가지며, 모델의 출력에 영향력을 미치는 퍼지공간(퍼지규칙)을 찾아 다항식의 차수를 높여주고, 그렇지 않은 공간에 대해서는 차수를 낮춤으로써, 모델의 파라미터를 줄이고, 성능을 개선하였다.

#### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호:R05-2000-000-00284-0) 지원으로 수행되었음.

#### [참 고 문 헌]

- [1] H. Takagi and I. Hayashi, "NN-driven Fuzzy Reasoning", *Int. J. of Approximate Reasoning*, Vol. 5, No. 3, pp. 191-212, 1991.
- [2] N. Imasaki, J. Kiji, and T. Endo, "A Fuzzy Rule Structured Neural Networks", *Journal of Japan Society for Fuzzy Theory and Systems*, Vol. 4, No. 5, pp. 987-995, 1992(in Japanese).
- [3] H. Nomura and Wakami, "A Self-Tuning Method of Fuzzy Control by Descent Methods", *4th IFSA '91*, pp. 155-159, 1991.
- [4] Shin-ichi Horikawa, Takeshi Furuhashi, and Yoshiki Uchigawa, "On Fuzzy Modeling Using Fuzzy Neural Networks with the Back Propagation Algorithm", *IEEE trans. Neural Networks*, Vol. 3, No. 5, pp. 801-806, 1992.
- [5] Takeshi Yamakawa, "A New Effective Learning Algorithm for a Neo Fuzzy Neuron Model", *5th IFSA World Congress*, pp. 1017-1020, 1993.
- [6] S. K. Oh, W. Pedrycz and H. S. Park, "Hybrid Identification in Fuzzy-Neural Networks", *Fuzzy Sets and Systems*, 2003(in press).
- [7] Box and Jenkins, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden Day, San Francisco, CA.
- [8] B. J. Park, W. Pedrycz and S. K. Oh, "Identification of Fuzzy Models with the Aid of Evolutionary Data Granulation", *IEE Proc.-Control theory and application*, Vol. 148, Issue 5, pp. 406-418, 2001.
- [9] S. K. Oh, W. Pedrycz and B. J. Park, "Hybrid Identification of Fuzzy Rule-Based Models", *International Journal of Intelligent Systems*, Vol. 17, Issue 1, pp. 77-103, 2002.
- [10] Y. Lin, G. A. Cunningham III, "A new Approach to Fuzzy-neural Modeling", *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, Vol. 3, No. 2, pp. 190-197, 1997.