

GA 기반 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크의 최적화를 위한 새로운 설계 방법

박호성, 박병준, 박건준, 오성권  
원광대학교 공과대학 전기전자 및 정보공학부

A New Design Approach for Optimization of GA-based SOPNN

Ho-Sung Park, Byoung-Jun Park, Keon-Jun Park, and Sung-Kwun Oh  
Department of Electrical Electronic and Information Engineering, Wonkwang University.

**Abstract** - In this paper, we propose a new architecture of Genetic Algorithms(GAs)-based Self-Organizing Polynomial Neural Networks(SOPNN). The conventional SOPNN is based on the extended Group Method of Data Handling (GMDH) method and utilized the polynomial order (viz. linear, quadratic, and modified quadratic) as well as the number of node inputs fixed (selected in advance by designer) at Polynomial Neurons (or nodes) located in each layer through a growth process of the network. Moreover it does not guarantee that the SOPNN generated through learning has the optimal network architecture. But the proposed GA-based SOPNN enable the architecture to be a structurally more optimized network, and to be much more flexible and preferable neural network than the conventional SOPNN. An aggregate performance index with a weighting factor is proposed in order to achieve a sound balance between approximation and generalization (predictive) abilities of the model. To evaluate the performance of the GA-based SOPNN, the model is experimented with using nonlinear system data.

으로써 최적의 네트워크를 구축하기 위해서는 다양한 네트워크 구조와 그와 관련된 다양한 방법론적 설계가 필요하였다.

본 논문에서 제안된 유전자 알고리즘 기반 자기 구성 다항식 뉴럴 네트워크(Self-Organizing Polynomial Neural Networks : SOPNN)는 최적화 탐색 방법인 유전자 알고리즘[5, 6]을 이용하여 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크의 입력변수의 수와 이에 해당되는 입력변수 그리고 다항식의 차수를 탐색하여 최적의 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크를 구축한다. 또한 하중계수를 가진 목적함수[7]를 이용하여 모델의 근사화와 일반화 능력사이의 합리적 균형을 통하여 노드의 성능을 평가함으로써 상호 연계된 최적 모델을 구축할 수가 있다.

본 논문의 평가를 위해서 비선형 시스템 데이터[8-10]를 이용하여 제안된 모델의 타당성, 정확성 및 예측 성능 등을 기존 지능 모델들과 비교를 통해 그 우수성을 보인다.

1. 서 론

시스템이 복잡하고 대규모의 구조인 경우에는 함수식으로 모델의 표현이 한정되지 않기 때문에 회귀 분석을 적용할 수 없는 경우가 있다. 즉, 비선형 실 시스템의 동적 분석을 표현하는데 있어서의 수학적 모델들은 많은 입·출력 변수들 사이에서 모델을 구축하는 변수들과 모델 구조의 선택에 많은 문제를 가지고 있다. 이러한 문제를 풀기 위해, A. G. Ivakhnenko[1, 2]는 GMDH(Group Method of Data Handling) 알고리즘을 소개하였다. GMDH의 주된 특성은 자기 구성과 적자생존의 자연 법칙에 근거를 둔 진화적 알고리즘이다. GMDH을 기반으로 구축된 다항식 뉴럴 네트워크는 표준 인공 신경망보다 더 적은 수의 노드를 가지지만 적용성면에서는 더 우수한 특성을 가진다. 그러나 이는 2입력, 2차 회귀다항식의 형태로 복잡한 비선형 시스템을 표현하는데는 어느 정도 한계가 있다. 이러한 단점을 극복하고자 Oh et al. 등에 의해 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크(Self-Organizing Polynomial Neural Networks : SOPNN)[3, 4]가 개발되었다. SOPNN의 구조는 전방향 뉴럴 네트워크의 구조와 비슷하며 단지 뉴럴 네트워크의 뉴런이 자기구성 다항식 노드들에 의해서 대체되는 구조일 뿐 뉴럴 네트워크와 같이 오류 역전파 알고리즘은 사용하지 않는다. 또한 GMDH의 2입력 2차 다항식에서 벗어나 다변수 다차식의 확장된 부분표현식을 이용하여 연속적인 층과 노드(Polynomial Neuron : PN)를 생성함으로써 최적의 구조를 얻는 알고리즘으로 기존의 신경망 알고리즘보다 더 적은 노드수와 유연한 적용특성을 가지고 있다. 이러한 SOPNN 성능은 기존의 퍼지 모델링 방법보다 우수한 성능을 보여준다[3, 4]. 그러나 SOPNN 구조의 성능을 향상시키는데 크게 영향을 미치는 노드의 입력변수의 수와 차수 그리고 입력변수는 설계자의 경험에 의해서 결정함

2. 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크와 최적화 알고리즘

2.1 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크

기존의 SOPNN[3, 4]은 층들의 구성과 노드들 사이의 상호 연결성뿐만 아니라 각각의 노드들의 유연성 때문에 매우 다양한 구조 생성이 가능하다. SOPNN이 뉴로-퍼지 구조와 구별되는 가장 중요한 점은 그 구조의 학습이 네트워크 구조상의 전개에 중요한 역할을 하는 확장된 GMDH 알고리즘을 기반으로 한다는 것이다.

GMDH 알고리즘을 기반으로 SOPNN 설계 알고리즘은 다음과 같이 단계별로 설명된다.

- [단계 1] 출력변수  $y$ 에 관계하는  $n$ 개의 시스템 입력변수를 결정한다.
- [단계 2] 전체 입력력 데이터를 학습용 데이터와 테스트용 데이터로 분할한다.
- [단계 3] SOPNN의 다양한 구조 선택을 통하여 주어진 시스템 환경의 변화에 적응할 수 있는 유연성을 가진 모델을 구축한다.
- [단계 4] 선택한 모델에 따라 각 노드의 입력변수 수와 다항식 차수를 결정한다.

표 1. 회귀다항식의 차수 형태

입력수 \ 다항식 차수(Type)	1	2	3
1(Type 1)	Linear	Bilinear	Trilinear
2(Type 2)		Biquadratic	Triquadratic
2(Type 3)	Quadratic	Modified Biquadratic	Modified Triquadratic

[단계 5] 선형 회귀분석에는 학습 데이터를 사용하고, 성능지수 즉 동정오차는 APE(Average Percentage-based Error)를 사용한 식 (1)을 이용한다.

$$E = \frac{1}{N_t} \sum_{m=1}^{N_t} \frac{|y_m - \hat{y}_m|}{\hat{y}_m} \times 100\% \quad (1)$$

여기서,  $N_t$ 는 학습데이터 총 수이다. 추정된 후반부 다항식에 테스트 데이터를 사용하여 식 (1)의 테스트 데이터에 대한 동정오차 에러를 계산한다. 얻어진 동정 오차값들에 대해서 2층 이상부터는 다음과 같이 값이 작은 순으로 배열한다.

- i) 노드 수가  $n!/((n-r)!r!) > W$ 일 경우, 다음 층의 노드 수를  $W$ 개로 설정하여,  $E_1, E_2, \dots, E_W$ 와 같이 재배열.
- ii) 노드 수가  $n!/((n-r)!r!) \leq W$ 일 경우, 다음 층의 노드 수를  $E_1, E_2, \dots, E_{n!/((n-r)!r!)}$ 과 같이 재배열.

여기서,  $n$ 은 전체 시스템 입력변수의 수,  $r$ 은 선택한 입력변수의 수,  $W$ 는 임의의 노드의 수.

[단계 6] 단계 5의 현재 층에서 얻어진 최소 동정오차  $E_1$ 이 다음의 부등식을 만족하는 경우에 알고리즘을 종료한다.

$$E_1 \geq E. \quad (2)$$

단,  $E$ 는 이전 층의 최소 동정오차이다.

[단계 7] 현재 층에서 보존된 노드의 출력들에서 다음 층의 새로운 입력들로 구성되고, [단계 4]로 간다. 이 후, [단계 4]부터 [단계 7]까지를 반복한다. 알고리즘이 종료할 경우, 최소 동정오차  $E$ 를 얻은 노드의 다항식에 전 층의 출력을 대입하고 동일한 조작을 제 1층까지 반복하여 최종 추정 모델  $\hat{y}$ 를 얻는다.

## 2.2 유전자 알고리즘

유전자 알고리즘(GAs)은 유전학과 자연 진화를 흉내 낸 적응 탐색법으로 1975년 Holland[5]에 의해 개발되었다. 유전자 알고리즘은 모든 진화 기반의 탐색 알고리즘 가운데 유연하고 강한 탐색능력으로 인해 불연속 함수 문제를 포함한 최적화문제를 해결할 수 있는 알고리즘이다[6]. 본 논문에서는 유전자 알고리즘을 시뮬레이션하기 위해 설정된 각각의 개체에 존재하는 염색체의 수와 군집의 크기에 대한 파라미터의 정의로써, 한 개체에 여러 변수의 정보를 담은 직렬 방식을 사용한다. 재생산(Reproduction)연산으로 roulette-wheel 방식, 돌연변이연산은 선택된 비트를 반전시키는 invert 방식, 교차(crossover)연산은 one-crossover 방식을 사용하였다. 그러나 roulette-wheel 방식은 확률적 속성 때문에 선택 과정에서 최적자를 반드시 선택하지 못하는 단점을 가진다. 이를 보완해줄 수 있는 한 방법이 엘리트 전략(Elitist strategy)이다. 본 논문에서는 기존의 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크가 가지고 있던 단점인 각 노드의 입력변수의 수와 이에 해당하는 입력변수 그리고 다항식 차수의 선택을 최적화 알고리즘인 유전자 알고리즘을 통해 탐색하여 경험자의 경험에 의존한 구조의 최적화를 객관적이고 효율적으로 구축하게 된다.

## 2.3 하중계수를 가진 목적함수

본 논문에서는 근사화 및 일반화의 상호 균형과 의존 능력을 가진 합성 목적 함수(성능지수)를 이용하여 상호 연계된 최적 모델 구조를 생성한다[7]. 이를 위해 학습 및 테스트 데이터의 성능 결과에 대한 하중계수를 가진 목적함수인 합성 성능지수로써 식 (3)과 같이 정의한다.

$$F(PI, EPI) = \theta \times PI + (1 - \theta) \times EPI \quad (3)$$

하중계수를 가진 목적함수인 식 (3)을 유전자 알고리즘과의 연계를 위해서 유전자 알고리즘의 적합도 함수로 다음과 같이 식 (4)을 사용한다.

$$F(\text{Fitness Function}) = \frac{1}{1 + F(PI, EPI)} \quad (4)$$

$\theta$ 는  $PI$ 와  $EPI$ 에 대한 하중계수를 나타내고,  $PI$ 는 학습 데이터에 대한 성능지수,  $EPI$ 는 테스트 데이터에 대한 성능지수를 나타낸다. 식 (3)과 같이 정의한 하중계수를

가진 목적함수는 하중계수의 설정에 따라 다음과 같은 특징을 가진다.

$\alpha \in [0, 1]$ 에 대해서  $\theta = \alpha$ 이면 학습과 테스트 모두를 포함하고,  $\alpha$ 의 선택은 모델의 근사화와 일반화 사이에서 상호 균형에 의한 최적화를 시도한다. 이 의미는 학습 데이터에 의한 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크의 성능지수  $PI$ 를 구하고, 학습 데이터에 의해 생성된 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크에 테스트 데이터를 가하여 테스트용 성능지수  $EPI$ 를 구하는 것이다. 구해진  $PI$ 와  $EPI$  각각에 하중계수  $\theta$ 와  $1 - \theta$ 을 곱한 다음, 합에 의한 목적함수  $f(\cdot)$ 을 최적화시키는 방향으로 모델을 구축한다. 이것은 모델 자체의 근사화 능력과 일반화 능력을 상호 고려한 목적함수의 형태로 적절한 하중계수 설정에 따라 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크를 구축할 수 있다.

## 3. GA 기반 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크

유전자 알고리즘을 이용한 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크의 최적화 설계방법은 다음과 같다.

[단계 1] 출력변수  $y$ 에 관계하는  $n$ 개의 시스템 입력변수를 결정한다.

[단계 2] 전체 입출력 데이터를 학습용 데이터와 테스트용 데이터로 분할한다.

[단계 3] SOPNN 구조를 구축하는 있어서 기본적인 정보를 결정한다.

[단계 4] 유전자 알고리즘을 이용한 SOPNN 구조 결정 및 입력변수 수와 회귀 다항식 차수 그리고 입력변수를 선택한다. 기존의 SOPNN 구조[3, 4]에서는 하나의 층에서 모든 노드가 모두 똑같은 입력변수의 수와 다항식 차수를 가지고 모델 구축에 있어서 다양성과 데이터 특성에 맞는 모델을 구축하지 못하는 단점이 있었다. 이에 비해 본 논문에서 제안한 유전자 알고리즘을 이용한 SOPNN 구조는 위에서 살펴본 그림 3과 같은 염색체 처리를 SOPNN 전체 층의 모든 노드에 각각 실행함으로써 기존의 SOPNN 구조의 일률적인 입력변수의 수와 다항식 차수에서 벗어나 모델을 최적화하기 위한 입력변수의 수와 그에 해당하는 입력변수 그리고 다항식 차수가 유전자 알고리즘에 의해 모델이 최적화되기 위해 선택되어진다.

[단계 5] SOPNN 모델의 구축과 테스트 그리고 노드의 선택을 한다. 기존의 SOPNN에서는 모델의 구축은 앞에서 설명하였듯이 일반적인 설계방법이었으나 본 논문에서는 유전자 알고리즘을 이용하여 모델의 최적화에 맞게 각 노드들을 유연하게 구축할 수 있다.

[단계 6] 단계 5의 현재 층에서 얻어진 최적 노드의 최대 적합도 값  $F_1$ 이 다음 부등식을 만족하는 경우에 알고리즘을 종료한다.

$$F_1 \leq F. \quad (5)$$

단,  $F$ 는 이전 층의 최적 노드인 최대 적합도 값이다.

[단계 7] 현재 층에서 보존된 노드의 출력들( $z_{1i}, z_{2i}, \dots, z_{wi}$ )에서 다음 층의 새로운 입력들( $x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{wj}$ )로,  $x_{1j} = z_{1i}, x_{2j} = z_{2i}, \dots, x_{wj} = z_{wi}$ 으로 구성하고, [단계 4]로 간다(여기서,  $j=i+1$ ). 이 후, [단계 4]부터 [단계 7]까지를 반복한다. 알고리즘이 종료할 경우, 마지막 층의 최적 적합도 값  $F$ 를 얻은 노드의 다항식에 입력이 되는 전 층의 출력을 대입하고 동일한 조작을 제 1층까지 반복하여 최종 추정 모델  $\hat{y}$ 를 얻는다.

## 4. 시뮬레이션 및 결과고찰

제한된 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크의 성능을 판단하기 위해서 3입력 1출력 비선형 함수 데이터[8-10]를 사용하였다. 사용된 비선형 함수는 다음 식 (6)과 같이 구성되며, 성능지수 식은 식 (4)을 이용한다.

$$y = (1 + x_1^{0.5} + x_2^{-1} + x_3^{-1.5})^2 \quad (6)$$

전체 40개 데이터 중 처음 20개 데이터는 학습 데이터로 나머지 20개 데이터는 테스트 데이터로 사용한다.

그림 1은 층의 증가에 따른 SOPNN의 성능지수를 나타낸 것이다.

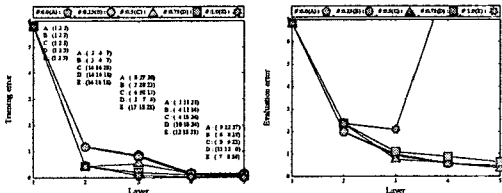


그림 1. 층의 증가에 따른 SOPNN의 성능지수

그림 1에서 알 수 있듯이 층이 증가할수록 모델의 근사화와 일반화 능력이 뚜렷하게 향상되는 것을 알 수 있다. 비선형 데이터를 이용하여 제안한 방법으로 모델을 구축하였을 경우, 하중계수 값이  $\theta=0.5$ 일 때  $PI=0.124$ ,  $EPI=0.337$ 인 값을 얻을 수 있다. 그림 2는 하중계수 값이  $\theta=0.5$ 인 경우에 3층에서 네트워크를 나타낸 것이다.

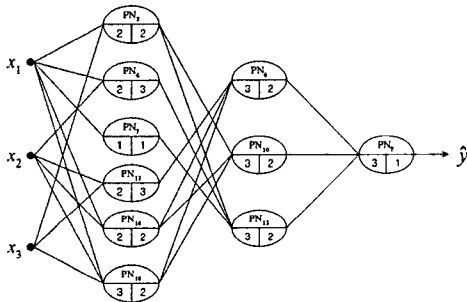


그림 2. 최적의 SOPNN 구조( $\theta=0.5$ )

그림 3은 하중계수 값이  $\theta=0.5$ 인 경우에서 5층일 때의 주어진 데이터의 출력값과 모델의 출력값을 비교한 그림이다.

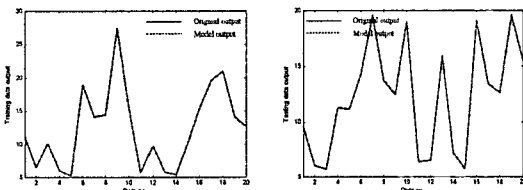


그림 3. 비선형 함수 데이터의 출력값과 모델의 출력값

표 2. 기존 모델방법과의 동정 오차비교

Model		Performance Index		
		PI	EPI	
GMDH[11]		4.7	5.7	
Linear model[10]		12.7	11.1	
Shinichi's model[8]	Type 1	0.84	1.22	
	Type 2	0.73	1.28	
Sugeno's model[9]	Model I	1.5	2.1	
	Model II	1.1	3.6	
Our model		$\theta=0.5$	0.124	0.337

표 2는 3입력 1출력 비선형 함수 데이터를 사용하여 얻은 성능 지수로 기존의 모델과 본 논문에서 제시한 유전자 알고리즘을 이용한 SOPNN 모델과의 성능비교할 한 것이다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 유전자 알고리즘을 이용하여 자기구성 다항식 뉴럴 네트워크의 최적 구조를 설계하였다. 기존의 SOPNN 알고리즘은 층을 구성하는 노드의 입력변수의 수와 다항식 차수 그리고 고정된 입력변수 선택을 설계자의 경험에 의해서 결정함으로써 객관적이고 주어진 데이터의 특성에 맞는 최적의 모델을 구축하지 못하였고, 또한 최적의 모델을 구축하기 위해서 많은 시행착오를 필요로 하였다. 이러한 SOPNN 모델의 구조의 한계를 극복하고자 본 연구에서는 최적화 방법인 유전자 알고리즘을 이용하여 노드의 입력변수의 수와 그에 해당하는 입력변수 그리고 다항식 차수 등의 파라미터를 최적 선택하여 모델 구축에 있어서 유전성과 정확성을 가지며 더욱 정확한 예측 능력을 가진 최적화된 SOPNN 모델 구조를 구축할 수가 있었다. 시뮬레이션을 통해서 알 수 있듯이 제안한 모델은 유전자 알고리즘을 이용한 각 노드들의 유기적인 조직으로부터 기존의 다른 모델들보다 성능이 우수함을 알 수 있다.

### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목격기초연구(과제번호:R05-2000-000-00284-0) 지원으로 수행되었음.

### [참 고 문 헌]

- [1] A. G. Ivakhnenko, "Polynomial theory of complex systems", IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-1, pp. 364-378, 1971.
- [2] A. G. Ivakhnenko and H. R. Madala, Inductive Learning Algorithms for Complex Systems Modeling, CRC Press, London, 1994.
- [3] S. K. Oh and W. Pedrycz, "The design of self-organizing Polynomial Neural Networks", Information Science, Vol. 141, pp. 237-258, 2002.
- [4] S.-K. Oh, W. Pedrycz and B.-J. Park, "Polynomial Neural Networks Architecture: Analysis and Design", Computers and Electrical Engineering, 2002(in press).
- [5] Holland, J. H., Adaptation in Natural and Artificial Systems. The University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [6] D. E. Goldberg, Genetic Algorithm in search, Optimization & Machine Learning, Addison wesley, 1989.
- [7] S. K. Oh and W. Pedrycz, "Identification of Fuzzy Systems by means of an Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems", Fuzzy sets and Systems, Vol. 115, No. 2, pp. 205-230, 2000.
- [8] S. Horikawa, T. Furuhashi, and Y. Uchigawa, "On Fuzzy Modeling Using Fuzzy Neural Networks with the Back Propagation Algorithm", IEEE trans. Neural Networks, Vol.3, No.5, pp.801-806, 1992.
- [9] G. Kang and M. Sugeno, "Fuzzy modeling", Trans. SICE, vol. 23, No. 6, pp.106-108, 1987(in Japanese).
- [10] M. Sugeno, Fuzzy Control. Tokyo, Japan:Nikkan Kogyo Shimbunsha, 1988(in Japanese).
- [11] T. Kondo, "Revised GMDH algorithm estimating degree of the complete polynomial", Tran. of the Society of Instrument and Control Engineers, Vol. 22, No. 9, pp. 928-934, 1986.
- [12] H. S. Park, B. J. Park and S. K. Oh, "Optimal Design of Self-Organizing Polynomial Neural Networks By Means of Genetic Algorithms", Journal of the Research Institute of Engineering Technology Development, Vol. 22, pp. 111-121, 2002.