

정보 Granules 기반 퍼지 시스템의 최적화

박건준*, 이동윤**, 오성권*
 *원광대학교 공과대학 전기전자및정보공학부
 **중부대학교 공과대학 정보공학부

Optimization of fuzzy systems based on information granules

Keon-Jun Park*, Dong-Yoon Lee** and Sung-Kwon Oh*

*Department of Electrical, Electronic and Information Engineering, Wonkwang Univ.

**Department of Information and Communications, Joongbu Univ.

Abstract - 본 논문은 비선형 시스템의 퍼지모델을 위해 정보 Granules 기반 퍼지추론 시스템 모델의 최적화를 제시한다. 퍼지모델은 주로 경험적 방법에 의해 추출되기 때문에 보다 구체적인 체계적인 방법에 의한 동정 및 최적화 될 필요성이 요구된다. 제안된 규칙베이스 퍼지모델은 HCM 클러스터링 방법, 컴플렉스 알고리즘 및 퍼지추론 방법을 이용하여 시스템 구조와 파라미터 동정을 수행한다. 두 가지 형태의 퍼지모델 추론 방법은 간략추론, 선형추론에 의해 시행된다. 본 논문에서는 퍼지모델의 입력변수와 퍼지 입력 공간 분할 및 입력 출력 데이터의 중심값을 구해서 후반부 다항식함수에 의한 정보 Granules 기반 구조 동정과 파라미터 동정을 통해 비선형 시스템을 표현한다. 전반부 파라미터의 동정에는 HCM 클러스터링 방법과 컴플렉스 알고리즘을 사용하고, 후반부는 표준 HCM 클러스터링과 표준 최소자승법을 사용하여 동정한다. 그리고 학습 및 테스트 데이터의 성능결과의 상호균형을 얻기 위한 하중값을 가진 성능지수를 제시함으로써 근사화와 예측성능의 향상을 꾀한다. 제안된 비선형 모델의 성능평가를 통해 그 우수성을 보인다.

1. 서 론

많은 연구자들은 자연 현상을 이해하고 그것을 이용하기 위한 연구가 이루어지고 있다. 그 중 1965년에 Zadeh[1]에 의해 창안된 "퍼지집합"이론은 비선형적이고 복잡한 실 시스템의 특성을 해석하는데 적용함으로써 수학적 모델보다 좋은 결과를 가져왔다. 설계할 시스템의 성능 및 기능의 요구조건에 따라 퍼지 모델은 애매 모호한 언어적 변수를 수치적으로 표시할 수 있어서 융통성 있는 시스템 설계를 가능하게 하고 시스템의 기능을 향상시키며 설계를 간단하게 해주는 장점이 있다. 그러나 데이터 특성에 맞는 퍼지 모델을 구축하는데 있어서는 전문가와 시행착오에 의존해야 하는 어려움이 있어 동적으로 변화하는 환경에서 적응적으로 대처할 수 있는 퍼지 모델을 구축하기가 힘들다. 이러한 문제를 해결하기 위한 방법으로 본 논문에서는 정보 Granules 기반 퍼지 시스템의 최적화를 제안한다.

제안된 정보 Granules 기반 퍼지 모델은 주어진 시스템의 입력력 데이터 특성을 해석하기 위해 HCM 클러스터링 방법[2]을 이용하여 입력력 데이터를 서로 유사한 특성을 가진 그룹으로 분류하고, 분류된 그룹은 퍼지 모델의 전반부 초기 파라미터를 동정하며, 후반부의 입력력 데이터의 중심값을 구해서 후반부 파라미터를 동정하게 된다. 데이터 특성 분류에 따른 퍼지 모델의 최적화를 위해 개선된 컴플렉스 방법[3]을 이용하여 멤버십 함수의 정점을 최적으로 동조한다. 또한 하중계수를 가진 목적함수[4]를 이용하여 모델의 근사화와 일반화 능력사이의 합리적 균형을 통하여 제안된 퍼지 모델의 성능을 평가함으로써 상호 연계된 최적 모델을 구축할 수가 있다.

본 논문에서 제안된 퍼지 모델은 후반부를 간략 추론과 선형 추론 두 가지 형태를 사용하였으며, 멤버십 함수의 형태로는 삼각형 형태를 사용하였다. 제안된 퍼지 모델의 성능을 평가하기 위해서 Box와 Jenkins가 사용한 가스로 공정 데이터[5]를 이용하였다.

2. 퍼지 모델

본 논문에서는 전반부 구조로 결정된 입력 변수와 규칙을 가지고, HCM 클러스터링과 개선된 컴플렉스 방법을 이용하여 전반부 멤버십 함수의 정점을 동정한다. 두 가지 형태의 구조로 표현된 후반부 구조는 표준 HCM 클러스터링을 이용하고, 후반부 파라미터 동정으로는 표준 최소 자승법을 사용한다.

2.1 전반부 동정

퍼지 모델링에서 전반부 동정, 즉 구조 동정 및 파라미터 동정은 비선형 시스템을 표현하는데 있어서 매우 중요하다. 왜냐하면 전반부 입력 변수의 선택과 선택된 입력 변수의 공간 퍼지 분할 그리고 파라미터 동정은 비선형 시스템의 성능을 결정하는데 많은 영향을 미치기 때문이다. 본 논문에서 전반부 멤버십 함수를 삼각형 형태를 이용한다. 기존의 방법은 멤버십 함수를 입력 변수의 최소값과 최대값 사이에서 임의의 개수로 등분하여 일률적으로 정의하였으나 이는 데이터들이 가지고 있는 특성을 제대로 반영하지 못하는 단점이 있다. 그래서 전반부 파라미터 동정을 위해 HCM 클러스터링과 개선된 컴플렉스 방법을 이용한다. HCM 클러스터링과 개선된 컴플렉스 방법을 이용함으로써 위에서 언급한 문제점을 해결할 수 있고 멤버십 함수의 정점과 같은 파라미터들을 최적으로 동정할 수 있다.

2.2 후반부 동정

퍼지 모델의 후반부 동정도 전반부와 마찬가지로 구조 동정과 파라미터 동정으로 나뉘어진다. 후반부 구조로는 퍼지추론에 의해 구별되는 구조 1(간략 추론)과 구조 2(선형 추론)를 사용하며, 각 구조에 대한 후반부 파라미터 동정은 표준 HCM 클러스터링과 최소 자승법을 이용하며 다음과 같다.

구조 1(간략 추론 - 상수)

후반부가 단일 상수항만을 가지는 것으로, 이와 같은 추론법을 간략 추론법이라 한다. 이 퍼지 모델은 식 (1)과 같은 형태를 가지는 구형 규칙들로 구성되며, 퍼지 추론에 의해 추론된 값 y_j^* 는 식 (2)와 같다.

$$R^n: IF x_1 \text{ is } A_{n1} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{nk} \text{ Then } y_n - m_n = a_{no} \quad (1)$$

$$y_j^* = \frac{\sum_{i=1}^n w_{ji} y_i}{\sum_{i=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{i=1}^n w_{ji} (a_{i0} + m_i)}{\sum_{i=1}^n w_{ji}} \quad (2)$$

후반부 파라미터는 a_{j0} 로써 입력력 데이터가 주어졌을

때 최소 자승법에 의해 구해진다. 최소 자승법에 의한 후반부 파라미터의 동정은 식 (3)에 의해 구해진다.

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3)$$

구조 2(선형 추론 - 일차 선형식)

후반부가 일차 선형식을 가지는 것으로, 이와 같은 추론법을 선형추론법이라 한다. 이 퍼지 모델은 식 (4)의 형태를 가지는 구현 규칙들로 구성된다.

R^n : IF x_1 is A_{n1} and ... and x_k is A_{nk}

$$\text{Then } y_n - m_j = a_{n0} + a_{n1}(x_1 - v_{n1}) + \dots + a_{nk}(x_k - v_{nk}) \quad (4)$$

선형 추론법에 의해 추론된 값 y_j^* 는 다음과 같다.

$$y_j^* = \frac{\sum_{i=1}^m w_{ji} y_j}{\sum_{i=1}^m w_{ji}} = \frac{\sum_{i=1}^m w_{ji} (a_{i0} + a_{i1}(x_1 - v_{i1}) + \dots + a_{ik}(x_k - v_{ik}) + m_i)}{\sum_{i=1}^m w_{ji}} \quad (5)$$

후반부 파라미터 동정은 구조 1의 식 (3)같이 최소 자승법에 의해 구해진다.

3. 정보 Granule 기반 퍼지 시스템의 최적화

3.1 HCM 클러스터링

본 논문에서는 데이터들간의 거리를 기준으로 근접한 정도를 측정하여 데이터를 특성별로 분류하는 HCM 클러스터링 알고리즘을 이용하였다. HCM 클러스터링에 의한 데이터 분류는 다음과 같다.

[단 계 1] 클러스터 개수 ($2 \leq c \leq n$)를 결정하고, 소속 행렬 U 를 $U^{(0)} \in M_c$ 으로 초기화 한다.

$$M_c = \left\{ U \mid u_{ij} \in (0, 1), \sum_{i=1}^n u_{ik} = 1, 0 < \sum_{k=1}^c u_{ik} < n \right\} \quad (6)$$

여기서, u_{ij} 는 소속행렬의 파라미터

[단 계 2] 각각의 클러스터에 대한 중심벡터 V_i 를 구한다.

$$V_i = \{v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{ij}, \dots, v_{im}\} \quad (7)$$

$$v_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n u_{ik} \cdot x_{kj}}{\sum_{k=1}^n u_{ik}} \quad (8)$$

여기서, i 는 i 번째 클러스터, j 는 j 번째 입력 변수 ($j=1, \dots, m$), n 은 data 수.

[단 계 3] 각각의 클러스터 중심과 데이터와의 거리를 계산하여 새로운 소속행렬 $U^{(n)}$ 을 생성한다.

$$d_{ik} = d(x_k - V_i) = \|x_k - V_i\| = \left[\sum_{j=1}^m (x_{kj} - v_{ij})^2 \right]^{1/2} \quad (9)$$

$$u_{ik}^{(r+1)} = \begin{cases} 1 & d_{ik}^{(r)} = \min\{d_{jk}^{(r)}\} \text{ for all } j \in c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

여기서, d_{ik} 는 k 번째 데이터 x_k 와 i 번째 클러스터 중심 V_i 의 기하학적 거리

[단 계 4] 만일 식 (11)을 만족한다면 종료하고, 그렇지 않으면 $r=r+1$ 로 놓고 [단 계 2]로 간다.

$$\|U^{(r+1)} - U^{(r)}\| \leq \epsilon \text{ (tolerance level)} \quad (11)$$

본 논문에서는 정보 Granules 기반 퍼지 모델의 전 반부 초기 파라미터 동정 및 후반부 입력력 데이터의 중심값을 구해서 후반부 파라미터를 동정하게 된다.

3.2 개선된 컴플렉스 방법을 이용한 최적화

개선된 컴플렉스 알고리즘(3)은 기존의 최적화 이론인 심플렉스 개념을 확장, 융합함으로써 목적함수를 최소화시키는 심플렉스 방법에 제약조건이 주어지는 경우

로 식 (12)의 형태의 수식을 풀기 위한 방법이다.

개선된 컴플렉스 알고리즘의 수행은 다음과 같다.

Minimize $f(X)$

Subject to

$$g_j(X) \leq 0, j=1, 2, \dots, m \quad (12)$$

$$x_i^{(l)} \leq x_i \leq x_i^{(u)} \quad i=1, 2, \dots, n$$

여기서, l 은 하한, u 는 상한을 나타낸다.

[단 계 1] 퍼지 모델의 멤버십 함수 정점을 포함하는 해집합 $X_k = (x_1^k, \dots, x_n^k; k=1, \dots, n, n+1, \dots, m)$ 을 선정한다.

[단 계 2] 심플렉스의 개념에서 반사(Reflection), 확장(Expansion), 축소(Contraction)의 기본 개념을 이용한다. 하여, α, β, γ 의 초기값을 다음과 같이 설정한다.

$$I) \text{ 반사(Reflection): } X_r = X_o + \alpha(X_o - X_k) \quad (13)$$

$$II) \text{ 확장(Expansion): } X_e = X_o + \gamma(X_r - X_o) \quad (14)$$

$$III) \text{ 축소(Contraction): } X_c = X_o + \beta(X_k - X_o) \quad (15)$$

[단 계 3] X_h 와 X_l 은 최대 함수값 $f(X_h)$ 와 최소 함수값 $f(X_l)$ 에 대응하는 정점이다. X_o 는 $i=h$ 를 제외한 모든 정점 X_i 의 중심이다. 반사 X_r 은 $X_h = \max f(X_i)$.

$X_o = \frac{1}{(m-1)} (\sum_{i=1}^m X_i - X_h)$, $\alpha = (\|X_r - X_o\|) / (\|X_o - X_k\|)$ ($i=1, \dots, k$)을 가지는 식 (13)에 의해 구해진다.

만약 X_r 이 조건을 만족하지 않으면, 새로운 점 $X_r = (X_o + X_r)/2$ 에 의해 구해진다. 이 과정은 X_r 이 조건을 만족할 때까지 반복된다.

[단 계 4] 만약 반사방법에서 $f(X_r) < f(X_o)$ 에 대해 점 X_r 이 발생한다면 $\gamma = (\|X_o - X_o\|) / (\|X_r - X_o\|) > 1$ 을 가지는 식 (14)에 의해 X_r 을 X_o 로 확장한다.

만약, X_o 가 조건을 만족하지 못하면, 새로운 점 $X_o = (X_o + X_r)/2$ 에 의해 구해진다. 이 과정은 X_o 가 주어진 조건을 만족할 때까지 반복된다. 만약 $f(X_o) < f(X_l)$ 이면 X_o 에 의해 점 X_h 를 다시 설정하고 반사 과정을 다시 수행한다. 반면에, $f(X_o) > f(X_l)$ 이면 X_h 를 X_r 로 대체하고 반사 과정을 다시 수행한다.

[단 계 5] 만약 반사 과정에서 점 X_r 이 $f(X_r) > f(X_l)$ ($i=h$ 를 제외한 모든 i) 그리고 $f(X_r) < f(X_h)$ 에 대해 발생한다면, X_o 에 의해 점 X_h 를 다시 설정한다.

이 경우, $\beta = \frac{\|X_c - X_o\|}{\|X_k - X_o\|}$ 를 가지는 식 (15)에서처럼 간

단하게 축소된다. 만약 $f(X_r) > f(X_h)$ 이면 이전의 점 X_h 를 변경하지 않고 X_o 를 이용한다. 만약 X_o 가 조건을 만족하지 않는다면, 새로운 점 $X_c = (X_o + X_r)/2$ 에 의해 구해진다. 이 과정은 X_c 가 조건을 만족할 때까지 반복 계산된다. 만약 축소 과정이 $f(X_c) < \min\{f(X_k), f(X_l)\}$ 에 대해 점 X_c 를 생성한다면 X_h 은 X_c 에 의해 다시 설정하고 다시 반사 방법을 수행한다. 반면에 만약 $f(X_c) \geq \min\{f(X_k), f(X_l)\}$ 이면, $(X_i + X_o)/2$ 에 대해 모든 X_i 를 다시 설정하고 반사 방법을 다시 수행한다.

[단 계 6] 이 방법은 한 정점에서 함수의 표준편차가 다음 식 (16)처럼 주어진 작은 값 ϵ 보다 작으면 수렴한다고 가정한다.

$$Q = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{(f(X_i) - f(X_o))^2}{n+1} \right\}^{1/2} \leq \epsilon \quad (16)$$

만약 Q 가 식 (16)를 만족하지 않으면 [단 계 6]으로 간다.

3.3 하중값을 가지는 합성 목적 함수

시스템을 모델링 할 때 가장 문제가 되는 것은 구축된 모델의 근사화와 일반화이다. 따라서 본 논문에서는 근사화 및 일반화의 상호 균형과 의존 능력을 가진 합성 목적 함수(4)를 이용하여 상호 연계된 최적의 모델 구조 생성에 의한 성능지수의 향상을 꾀하였다. 이를 위해 학습 및 테스트 데이터의 성능 결과에 대한 하중값

($\theta=0.5$)을 가진 합성 목적 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$f(PI, E_PI) = \theta \times PI + (1 - \theta) \times E_PI \quad (17)$$

PI는 학습 데이터, E_PI는 테스트 데이터에 대한 성능 지수, 그리고 θ 는 PI와 E_PI에 대한 비중을 나타낸다.

4. 실험 데이터를 통한 결과 고찰

4.1 가스로 공정

제안된 퍼지 모델에 Box와 Jenkins가 사용한 가스로 공정 데이터[5]를 이용하여, 입출력 데이터인 가스 흐름율과 연소된 이산화탄소 농도로 가스로 공정을 모델링한다.

입력 $u(t)$ 이 가스 흐름율이고 출력 $y(t)$ 이 이산화탄소 농도인 1입력 1출력의 가스로 공정 입출력 데이터 296쌍을 시뮬레이션을 위해 입력으로 $u(t-3), y(t-1)$ 를, 출력으로 $y(t)$ 를 사용하는 2입력 1출력으로 설정하여 사용한다. 성능지수는 식 (18)을 이용하였다.

$$PI = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (18)$$

본 논문에서는 클러스터 개수를 결정하여 HCM 클러스터링으로 입출력 데이터를 분류하고, 분류된 데이터를 기반으로 데이터 특성에 맞게 정보 Granules 기반 퍼지 모델을 구축한 후 개선된 컴플렉스 방법과 하중계수를 가진 목적함수를 통해 얻은 정보 Granules 기반 퍼지 모델의 최적화된 결과가 기존 모델보다 학습 성능 및 테스트 성능이 향상됨을 알 수 있었다.

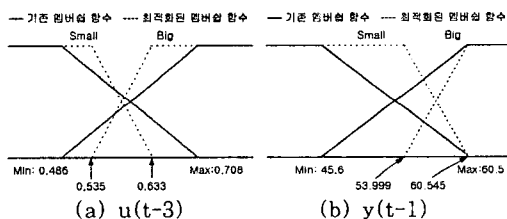


그림 1. HCM과 개선된 컴플렉스 방법에 의해 최적화된 멤버십 함수

그림 1은 표 1에서 규칙 4개와 선형추론일 때의 $u(t-3), y(t-1)$ 의 전반부 파라미터 동정과정을 보여주며 그림 2는 같은 경우에서의 성능지수를 보여준다.

표 1. 기존 모델과 성능지수 비교

모 델		규칙	PI	E PI
Neural Network			0.034	4.997
Oh's model [3,4]	간략	4	0.024	0.328
	선형	6	0.021	0.364
Mix-Max +GA[6]	간략	4	0.023	0.344
	선형	4	0.018	0.264
Mix-Max[6]	간략	4	0.022	0.335
		6	0.022	0.336
		4	0.024	0.358
HCM+GA[7]	선형	6	0.020	0.362
		4	0.035	0.289
		6	0.022	0.333
Our model $\theta=0.5$	간략	4	0.026	0.272
		6	0.020	0.264
		4	0.025	0.329
Our model $\theta=0.5$	선형	6	0.023	0.333
		4	0.019	0.266
		6	0.019	0.276

표 1은 Min-Max[3,4,6]를 기준으로 초기값을 설정한 기존의 방법들과 성능지수를 비교하여 보여주고 있다. 여기서 Oh의 모델[3,4]은 최적화 알고리즘인 개선

된 알고리즘만을 이용한 것이다. Min-Max를 초기값으로 한 유전자 알고리즘의 동정은 규칙이 6개일 때 데이터의 특징을 나타내지 못함으로써 시뮬레이션에 있어서 어려움을 발생시킨다. 그러나 제안된 모델은 데이터의 성질을 반영함으로써 좋은 결과를 얻을 수 있다.

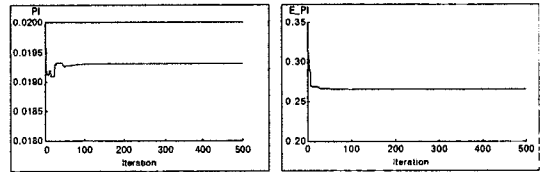


그림 2. 정보 Granules 기반 퍼지 모델의 최적화 과정

5. 결 론

비선형 공정에 대해 체계적이고 효율적인 모델을 얻기 위한 퍼지 모델을 제안하였다. 제안된 퍼지 모델은 입출력 데이터의 특징을 모델에 반영하기 위해 클러스터링 알고리즘을 사용하여 퍼지 입력 공간을 정의하였고, 또한 후반부 다항식함수에 의한 정보 Granule 기반 구조 동정을 하였으며, 개선된 컴플렉스 방법과 하중값을 가진 목적함수를 이용하여 퍼지 모델을 최적화하였다. 제안한 모델은 입출력 특징을 이용함으로써 복잡하고 비선형이 강한 공정에 기존의 퍼지 모델들보다 성능이 향상된 퍼지 모델을 설계할 수 있었고, 인간의 경험적 방법이 아닌 HCM 및 개선된 컴플렉스 방법을 이용하여 보다 체계적인 방법에 의한 객관적 모델을 획득할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호:R05-2000-000-00284-0) 지원으로 수행되었음.

[참 고 문 헌]

- [1] L. A Zadeh, "Fuzzy sets", Inf. Control 8, pp.338-353, 1965.
- [2] P. R. Krishnaiah and L. N. Kanal, editors. Classification, pattern recognition, and reduction of dimensionality, volume 2 of Handbook of Statistics. North-Holland, Amsterdam, 1982.
- [3] S. K. Oh, "Fuzzy Identification by Means of an Auto-Tuning Algorithm and a Weighted Performance Index", 한국 퍼지 및 지능 시스템학회 논문지, Vol. 8, No. 6, pp. 106-118, 1998.
- [4] S. K. Oh and W. Pedrycz, "Identification of Fuzzy Systems by means of an Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems", Fuzzy Sets and Syst., Vol. 115, No. 2, pp. 205-230, 2000.
- [5] Box and Jenkins, "Time Series Analysis, Forecasting and Control", Holden Day, San Francisco, CA.
- [6] 박병준, 박춘성, 오성권, 김현기, "유전자 알고리즘을 이용한 퍼지 시스템의 최적화", 한국퍼지 및 지능시스템학회 '98 춘계학술대회 학술발표논문집 Vol. 8, No.1, PP112-115, 1998.
- [7] 박병준, 오성권, 안대천, 김현기, "유전자 알고리즘과 하중값을 이용한 퍼지시스템의 최적화", 대한전기학회 논문지, 제 48권, 제 6호, pp.789-799, 6. 1999.