2003년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2003.7.21-23

다중 가우시안 함수 기반 퍼지 모델링

*홍찬영 **윤태성 *박진배
*연세대학교 전기전자공학과 **창원대학교 전기공학과

Fuzzy Modeling Based on Multiple Gaussian Functions

*Chan Young Hong **Tae Sung Yoon *Jin Bae Park
*Dept. of Electrical & Electronic Engineering, Yonsei Univ.
**Dept. of Electrical & Electronic Engineering, Changwon Univ.

Abstract - 본 논문은 다수의 가우시안(Gaussian) 함수를 가중치 함수로 이용하여 퍼지 소속 함수의 효율적인 동정기법을 제안한다. 먼저 데이터를 가장 잘 구분하는 특징 변수를 선정하고, 이에 대한 기본 소속 함수를 가우시안 함수로 설정한 후, 다수의 가우시안 함수를 곱하여 소속 함수를 동정한다. 해당 특징 변수에 대한 소속 함수의 동정 후, 다음 우선 순위의 특징 변수를 퍼지 규칙에 첨가하여 가장 높은 정확도를 획득할 때까지 반복적으로 소속 함수를 동정한다. 이러한 방법은 데이터의 분포 성향을 소속 함수에 반영시킬 수 있을 뿐만 아니라, 알고리듬의 고속 연산도 가능하다. 제안한 방법의 성능을 검증하기 위해 iris 데이터에 적용하여 모의실험의 예를 보인다.

1. 서 론

최근 수십년간 퍼지(Fuzzy) 이론은 수학적으로 정확히 표시하기 힘든 복잡하고 불확실한 시스템을 학습하는 방법으로 활발히 적용되어 왔으며, 데이터의 분류 방법으로써 중요하게 연구되고 있다. 특히 패턴 분류의 문제에서는, 데이터로부터 규칙을 추출하는 퍼지 분류 시스템(Fuzzy Classification System)이 성공적으로 적용되었다[1]. 따라서 데이터를 보다 정확히 분류하기 위한 퍼지 if-then 규칙을 얻기 위해 다양한 시도가 이루어졌는데, 최근에는 유전 알고리듬(Genetic Algorithm)이나 신경망(Neural Network) 기법이 복합되면서 정확성을 향상시켜왔다[2,3].

퍼지 규칙만을 고려할 때, 퍼지 데이터 분류 시스템의 성능을 향상시키기 위해서는 두가지 측면에서의 접근이 가능하다. 그 중 하나는 소속함수(membership function)의 학습이고 다른 하나는 특징(feature)의 선택이다[4]. 소속함수의 경우, 퍼지 수의 적절한 표현을 위해 지수 함수, 가우스 분포 함수 및 S형 함수, Z형 함수 등 다양한 형태의 소속함수가 제안되었으나, 계산의 편의상 삼각형(triangular)이나 사다리꼴(trapezoidal) 함수가 주로 이용된다. 한편 분류 성능을 향상시키기 위해 이러한 소속함수의 형태를 부분적으로 변경하는 방법에 대한 연구가 진행되었다[5].

본 논문에서는 가우스 분포 함수(Gauss distributed function)를 기반으로 하여, 소속함수를 효율적으로 결정하는 방법을 제안한다. 즉 데이터 전체에 대한 가우시안 함수를 설정한 후, 데이터에 해당하는 다수의 가우시안 함수를 곱하여 소속함수를 동정한다. 이러한 방법을 통해 데이터의 분포성향을 소속함수에 반영함으로써, 소속함수를 미세동정한다. 제안된 방법의 우수성을 확인하기 위하여 iris 데이터를 대상으로 모의 실험을 하였다.

2. 퍼지 분류 모델링

퍼지 이론은 Zadeh에 의해 처음 도입된 이후, 애매하고 불확실한 개념을 정량화하는 방법으로 인정되었다[6]. 퍼지 시스템은 퍼지 규칙과 퍼지 추론엔진, 그리고 fuzzifier, defuzzifier로 크게 구성되며, 그 구조를 도시하면 그림 1과 같다[7]. 일반적인 퍼지 규칙은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$Rule\ i:\ IF\ x_1\ is\ A_{i1},\ \dots,\ x_n\ is\ A_{in},\quad THEN\ y_i\ is\ w_i\quad (i=1,2,\dots,c) \tag{1}$$

식 (1)에서 $Rule\ i$ 는 i번째 규칙, x_j는 j번째 입력변수, y_i 는 i번째 출력 변수로 정의된다. 또한 A_{ij}는 j번째 입력의 i번째 규칙에 대한 소속함수이며, 결론부는 실수치 w_i로 정의된다.

식 (1)의 규칙들로 구성된 퍼지 모델에 k번째 입력이 주어지는 경우 출력 값의 결정, 즉 추론 과정은 다음과 같다.

a) k번째 입력 데이터에 대해 i번째 규칙의 적합도 μ_i는 식 (2)와 같이 정한다.

$$\mu_i = A_{i1}(x_{k1})\times A_{i2}(x_{k2})\times\cdots\times A_{in}(x_{kn}) \tag{2}$$

b) 퍼지 추론의 결과 y_k^*는 가중치 평균에 의해 식 (3)으로 얻는다.

$$y_k^* = \frac{\sum_{i=1}^{c}\mu_i w_i}{\sum_{i=1}^{c}\mu_i} \tag{3}$$

퍼지 모델의 평가는 실제 출력과 모델 출력의 평균 제곱오차로서 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$E = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(y_k - y_k^*)^2 \tag{4}$$

본 논문에서는 퍼지 분류 모델링을 위해, p번째 클래스(class)에 대한 퍼지규칙을 다음과 같이 표현한다.

$$IF\ x_1\ is\ A_{p1},\ \dots,\ x_n\ is\ A_{pn},\ THEN\ class\ p. \tag{5}$$

식 (5)에서 A_{pi}는 i번째 특징 변수에 대한 전건부 퍼지 집합이며, 그에 대한 소속함수는 가우시안 함수를 기본으로 한다. 처음에 설정되는 A_{pi}에 대한 가우시안 함수의 표현식은 다음과 같다.

$$A_{pi}(x_i) = \exp\left[-\frac{(x_i - m_{pi})^2}{2(\sigma_{pi})^2}\right] \tag{6}$$

식 (6)에서 m_{pi}와 σ_{pi}는 각각 p클래스의 특징 변수들의 평균과 표준편차를 의미한다.

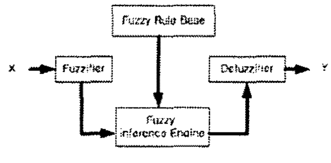

그림 1. 퍼지 시스템의 구조

3. 제안한 퍼지 모델링

3.1. 소속함수의 변경

본 논문에서는 퍼지 규칙을 형성함에 있어 퍼지 소속함수를 적절하게 동정해나가는 방법으로 여러 개의 가우시안 함수를 이용하였다. 즉, 소속함수로 다중 가우시안 함수를 써서 종형(bell-type) 가우시안 함수의 모양을 변경한다. 한 클래스 데이터 전체에 대한 평균과 표준편차를 각각 구하여 이를 식 (6)에 적용함으로써 얻어진 가우시안 함수를 편의상 기본 가우시안 함수(base Gaussian function) $G(x)$라고 칭하기로 한다. 그리고 각 데이터마다, 데이터의 위치를 평균으로 하고 데이터 간격의 α배 ($0<\alpha\le 1$)를 표준편차로 하는 가우시안 함수를 편의상 단위 가우시안 함수(unit Gaussian function) $g(x)$라고 칭하기로 한다. 그림 2에서 보는 바와 같이, 변경된 소속함수 $MG(x)$는 $G(x)$에 각각의 $g(x)$를 곱한 결과를 모두 더하여 정규화(normalization)함으로써 얻어진다. 수식으로 표현하면 다음과 같이 결정된다.

$$MG(x) = normalize\left(\sum_{i=0}^{n}\{G(x)\cdot g_i(x)\}\right) \tag{7}$$

이러한 방법은 개개의 데이터에 단위 가우시안 함수로써 가중치를 부여하여 기본 가우시안 함수를 조정하는 것으로, 데이터의 분포 경향을 소속함수에 반영시키게 된다.

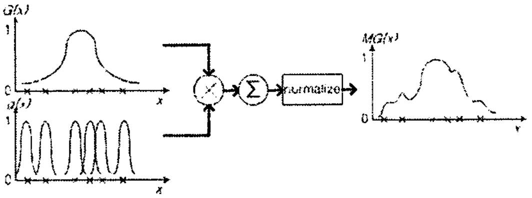

그림 2. 다수의 단위 가우시안 함수에 의한 기본 가우시안 함수의 조정

3.2. 퍼지 규칙 결정 알고리듬

퍼지 모델링의 성능평가 요소로 고려되는 것 중 하나는 규칙의 간결함(compactness)이다[8]. 따라서 가능한 한 간단한 형태의 규칙을 형성하기 위해 분류 성능이 좋은 특징(feature)을 선정하여 가우시안 함수로 가설 소속 함수를 우선 설정한다. 그리고 이를 이용하여 소속함수를 조정한 뒤, 그 결과를 평가해보고 순차적으로 다른 특징에 대해서도 반복적으로 소속 함수를 구성하여 평가한다. 제시한 알고리즘을 과정에 따라 순차적으로 서술하면 다음과 같으며, 순서도를 그림 3에 나타낸다.

과정 1) 데이터를 구성하는 특징 요소에 따라, 각 특징별로 전체 데이터의 평균값과 표준편차를 구한다. 여기서 구한 평균값과 표준편차로 높이가 1인 가우시안 함수를 구성한다. 이 때 각 특징들이 데이터를 얼마나 잘 구분하고 있는지 간단하게 평가한다. 평가 함수는 식 (8)과 같이 설정하며, 이는 가우시안 함수의 폭 ($\sum Std$)이 좁을수록, 그리고 겹치는 부분의 면적 ($\sum S_{cross}$)이 적을수록 높은 값을 가지도록 한 것이다.

$$eval_{feature} = \frac{1}{(\sum Std)\cdot(\sum S_{cross})} \tag{8}$$

과정 2) 위에서 제시한 식에 따라 각 특징 별로 평가값을 구하여 내림차순으로 정렬한 뒤, 가장 큰 값을 가지는 특징 요소의 가우시안 함수를 기본 가우시안 함수로 설정한다.

과정 3) 이제 주어진 데이터 하나 하나의 값에 대하여, 높이가 1이고 폭이 과정 2)의 가우시안 함수보다 작은 단위 가우시안 함수를 부여한다. 이 단위 가우시안 함수들을 과정 2)의 기본 가우시안 함수에 곱하고 모두 더한 뒤, 높이가 1인 함수가 되도록 정규화한다.

과정 4) 이러한 방식으로 조정된 소속 함수로 이루어진 퍼지 규칙을 이용하여 전체 데이터를 학습하여 정확도를 계산한다.

과정 5) 과정 2)로 돌아가 두 번째 우선 순위를 가진 특징 요소로 구성된 기본 가우시안 함수를 규칙에 첨가하여 같은 과정을 되풀이한다. 과정 4)에서 정확도를 계산해서 이전 정확도보다 높으면 규칙 확장을 계속하고, 낮으면 이전까지의 규칙을 최종 규칙으로 결정한다.

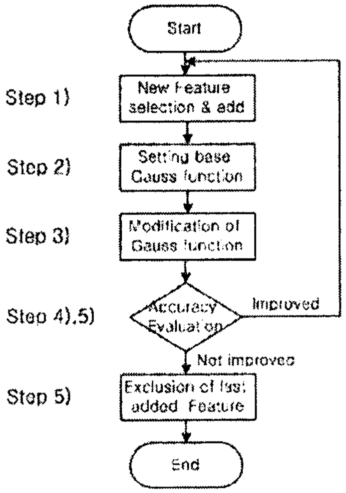

그림 3. 퍼지 규칙 결정 알고리듬

4. 모의 실험

본 논문에서 제안한 방법의 유용성을 검증하기 위해 잘 알려진 iris 데이터를 대상으로 모의실험을 하였다. iris 데이터는 세 종류의 붓꽃에 대하여, 꽃받침과 꽃잎의 길이와 너비에 따른 데이터를 제공한다. 여기서는 150개의 iris 샘플을 이용하여, 임의로 75개씩 두 집합으로 나누어 학습과 검증에 각각 이용하였다.

그림 4는 학습 데이터로써 임의로 선정된 75개의 iris 샘플을 x_1, x_2, x_3, x_4 네 개의 각 특징별로 평균값과 표준편차를 구하여 기본 가우시안 함수를 구성한 그림이다. 그림에서 알 수 있듯이 세 번째와 네 번째 특징이 클래스를 잘 분류하는 성향이 있음을 알 수 있다. 평가 함수를 통하여 네 번째 특징 x_4에 해당하는 가우시안 함수가 기본 가우시안 함수로 선택되었다.

선택된 기본 가우시안 함수는, 제안한 조정 방법에 의하여 조정되었다. 각 데이터에 주어지는 단위 가우시안 함수의 표준편차를 얼마로 설정하는가에 따라 조정된 소속 함수의 모양이 결정된다. 데이터 간격(0.1)의 α배 ($0<\alpha\le 1$)를 표준편차로 설정하여 α를 변경하며 실험한 결과, α가 약 0.7 이상일 때 안정적인 성능 향상이 확인되었다. 그림 5는 기본 가우시안 함수로 나타난 소속함수이며, 그림 6과 그림 7은 단위 가우시안 함수의 표준편차를 각각 0.06(α=0.6)과 0.08(α=0.8)로 주었을 때의 변형된 소속 함수이다. 본 모의실험에서는 표준편차를 0.08로 하여 실험을 계속하였다.

실험 결과, 특징 x_4로 소속 함수를 변경하여 데이터를 분류하면, 기본 가우시안 함수로 분류했을 때보다 성능이 향상됨을 확인하였다. 10번 반복 실험한 평균 분류 성공률은 표 1과 같다.

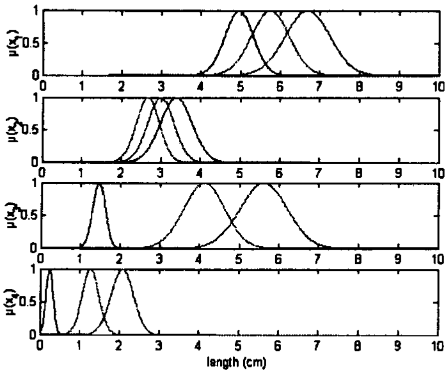

그림 4. iris 데이터의 각 특징별 가우시안 소속 함수

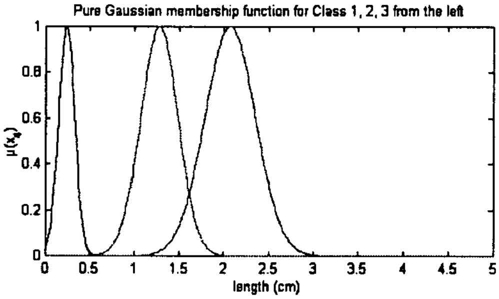

그림 5. 변형 전의 가우시안 소속 함수

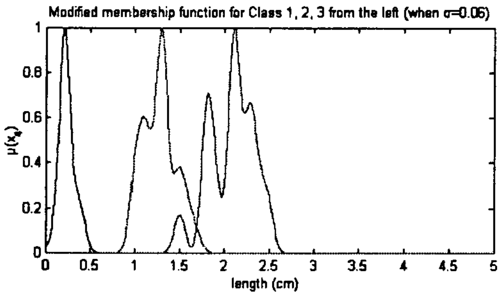

그림 6. σ=0.06일 때의 소속 함수

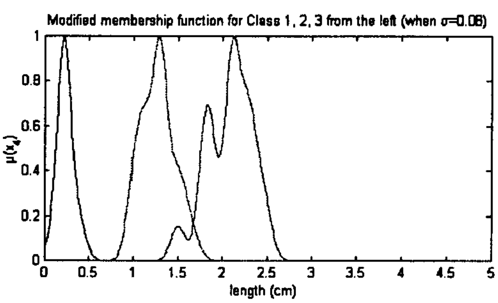

그림 7. σ=0.08일 때의 소속 함수

표 1. 분류 성능 실험 결과

	기본 가우시안 함수	제안한 방법
평균 성공률	94.53%	95.73%

특징 x_4에 대한 규칙 형성 이후에, 두 번째 우선 순위를 가졌던 특징 x_3에 해당하는 기본 소속 함수가 세 개의 규칙에 각각 추가되어 다시 평가되었으나, 선정된 데이터에 따라 포함되기도 하고 버려지기도 하였다. 처음보다 낮은 정확도를 나타내어 소속 함수가 더 추가되지 않은 경우 결과적으로 생성된 퍼지 규칙은 다음의 식 (9)과 같다.

$$\begin{aligned}&\text{IF } x_4 \text{ is narrow, THEN class}=1\\&\text{IF } x_4 \text{ is medium, THEN class}=2\\&\text{IF } x_4 \text{ is wide, THEN class}=3\end{aligned} \tag{9}$$

5. 결 론

본 논문에서는 퍼지 분류 시스템의 성능을 향상시키기 위한 퍼지 모델링 기법에 관하여 연구하였다. 각 특징에 대한 기본 가우시안 함수를 소속함수로 가설정하고, 각 데이터마다 단위 가우시안 함수를 부여하여 가설정된 함수에 곱함으로써 소속 함수를 동정하였다. 또한 간결한 퍼지 규칙을 형성하기 위해 각 특징에 대한 분류 성능을 평가하고, 성능이 좋은 특징부터 규칙에 포함시키면서 규칙을 갱신하는 알고리듬을 이용하였다. 제안한 방법을 iris 데이터에 적용하여 모의 실험한 결과, 단순한 가우시안 함수를 이용했을 때보다 분류 성능이 향상됨을 확인하였다.

※ 본 논문은 한국과학재단의 목적기초연구사업(R01-2001-00316)에 의해 지원되었습니다.

[참 고 문 헌]

[1] H. Ishibuchi, K. Nozaki, and H. Tanaka, "Distributed representation of fuzzy rules and its application to pattern classification", *Fuzzy Sets and systems*, Vol.52, No.1, pp.21-32, 1992.
[2] H. Ishibuchi, K, Kitaek, H. Tanaka, "A learning algorithm of fuzzy neural networks with triangular fuzzy weights", *Fuzzy sets and systems 71*, pp.277-293, 1995.
[3] M.Setnes and H. Roubos, "GA-fuzzy modeling and classification", *IEEE Trans. on Fuzzy system*. Vol.8, Issue 5, pp.509-522, 2000.
[4] T. Nakashima, Nakai, G. Ishibuchi, H. "Improving the performance of fuzzy classification systems by membership function leraning and feature selection", *Fuzzy systems, Proceedings of the 2002 IEEE International conference on*, Vol. 1, 2002.
[5] Hanqi Zhuang, Xiaomin Wu, "Membership function modification of fuzzy logic controllers with histogram equalization", *Systems, Man and Cybn. IEEE transactions on*, Vol. 31, Issue 1, pp. 125-132, 2001.
[6] L.A.Zadeh, "Fuzzy sets", *Information and Control*, No.8, pp.338-353, 1965.
[7] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control", *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, Vol. 15, pp. 116-132, 1985.
[8] M. Setnes and J.A. Roubos, "Transparent fuzzy modeling using fuzzy clustering and GA's", International conference of Fuzzy Information Processing Soc., 1999.
[9] H. Ishibuchi and T. Nakashima, "A study on generating fuzzy classification rules using histograms", *Proceedings KES 1998 second international conference on*, Vol. 1, pp.21-23, 1998.
[10] Saman K. Halgamuge, "Multiple shape basis function networks for rule based analysis of data", *Intelligent Information systems, Australian and New Zealand Conference*. pp.113-116, 1996.