

다중 로봇 시스템에서의 내력 해석

정재현*, 이병주*, 김희국**
 한양대학교 전자컴퓨터 공학부, 고려대학교 제어계측공학과

Analysis of Internal Loading at Multiple Robotic Systems

*Jae Heon Chung, *Byung-Ju. Yi, **Wee Kuk Kim

* School of Electrical Engineering and Computer Science, Hanyang University

**Department of Control and Instrumentation Engineering, Korea University

Abstract - 다중 로봇 시스템에는 multiple arms, 다족 보행, 다중 손 등이 있다. 이러한 시스템들은 여러 개의 부속체인 로봇들이 물체를 파지하는 특징을 지닌다. 그러나 이러한 적용분야에서 물체를 파지하는 내력에 대한 개념은 각각 다르게 해석되어져 왔음을 살펴볼 수 있다. 본 논문에서는 내력은 로봇 말단에서의 움직임에 영향을 주지 않지만, 정적 평형을 이루며 내부적으로 작용하는 힘과 모멘트라고 정의 하였고, 이러한 개념이 현존하는 다중 로봇 시스템에 일반적으로 적용할 수 있음을 제시한다. 또한 최소 수 해에 있어서 내력이 존재하지 않는 조건과, 내력을 구성하는 기저를 밝혔고, 다양한 다중 로봇 시스템의 내력 해석에 사용할 수 있음을 제시하였다.

1. 서 론

다중 로봇 시스템에서 내력에 대한 해석은 여러 가지 방법이 있다. Walker[1]는 grasping 영역으로부터 object 영역으로 투영을 해서 내력을 없애는 알고리즘을 제안 했다. Albert[2]는 grasping 영역에서 원하지 않는 모멘트를 최소화하기 위해서 가중치행렬에서 모멘트와 관련되어 있는 항에 가중치를 주었다. Kumar[5]는 다족 보행로봇의 보행과 다중 손가락 로봇이 물체를 파지하는 구조에서 내력을 해석했다. Nakamura[4]는 가상의 일 개념을 이용해서 내력을 정의 하였고, 최적화된 내력을 정지 마찰 구속조건을 통해서 정의했다. Uchiyama[3]는 두개의 매니플레이터가 작업하는 환경에서 네가지의 내력의 형태에 대해서 언급하였다. 현재까지 내력에 대한 다양한 연구가 발표되었지만 내력의 정의가 일치되지 않고 있으며 내력이 존재하지 않는 조건을 수식적으로 보이지 못했다. 본 논문에서는 첫 번째로 내력의 정의, 두 번째로 예를 통한 내력의 형태, 셋 번째로 내력이 존재하지 않는 조건을 유도하였고, 예제를 통해서 그 의미를 확인 하였다.

2. 본 론

2.1 내력의정의

다중 로봇 시스템에서는 여러 개의 매니플레이터 간에 힘과 모멘트가 작용한다. 본 논문에서는 내력을 말단장치에서 각각의 매니플레이터의 행동에 영향을 주지 않는 힘과 모멘트라고 정의한다. 이것은 grasping 영역에서 정의한 내력을 나타낸다. 내력을 찾기 위한 식은

$$\underline{P} = G\underline{F} \quad (1)$$

여기에서

$$\underline{E}_i = [f_{x1} \ f_{y1} \ f_{z1} \ n_{x1} \ n_{y1} \ n_{z1}]^T \quad (2)$$

$$\underline{F} = [F_1^T \ F_2^T \ \dots \ F_n^T]^T \quad (3)$$

$$\underline{P} = [f_x \ f_y \ f_z \ n_x \ n_y \ n_z]^T \quad (4)$$

가 된다. \underline{F}_i 와 \underline{F} 는 i 번째 매니플레이터 그리고 전체 매

니플레이터 말단장치의 힘/모멘트이고, \underline{P} 는 물체의 질량 중심에서의 발생하는 힘과 모멘트이다. 식(1)의 일반해는

$$\underline{F} = G^+ \underline{P} + (I - G^+ G) \underline{\epsilon} \quad (5)$$

가 되며, $\underline{\epsilon}$ 는 임의의 $(6n) \times 1$ 벡터이고, n 은 매니플레이터의 수이다. 여기에서

$$G = \begin{bmatrix} I_3 & 0 & I_3 & 0 & \dots & I_3 & 0 \\ S_1 & \bar{I}_3 & S_2 & \bar{I}_3 & \dots & S_n & \bar{I}_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$S_i = \begin{bmatrix} 0 & -r_{z_i} & r_{y_i} \\ r_{z_i} & 0 & -r_{x_i} \\ -r_{y_i} & r_{x_i} & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

가 되고, 파지된 물체의 질량 중심으로부터 i 번째 매니플레이터의 말단장치까지의 위치벡터는

$$\underline{r}_i = [r_{x_i} \ r_{y_i} \ r_{z_i}]^T \quad (8)$$

가 된다. I_3 는 3×3 단위행렬이고, 0 는 3×3 영행렬이며, S_i 는 i 번째 매니플레이터의 skew 대칭 행렬이다. 또한 가중치 의사 역행렬은 G 의 행이 완전계수 일 때

$$G^+ = W^{-1} G^T (GW^{-1} G^T)^{-1} \quad (9)$$

으로 정의되며, 여기에서 W 는 가중치 행렬이다. 식(5)에서 $G^+ \underline{P}$ 는 특수해(particular solution)이며 움직임에 기여하는 항이고, $(I - G^+ G) \underline{\epsilon}$ 는 제차해(homeogenous solution)이며 내력에 영향을 주는 항이다. 그래서 본 논문에서는 $(I - G^+ G)$ 에 대한 해석을 수행하고자 한다.

2.2 내력의 형태

2.2.1 평면에서 대칭한 두 개의 매니플레이터

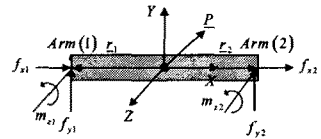


그림 1. 평면운동

XYZ좌표계는 물체의 질량 중심에 있고, XY 평면에 있는 물체를 질량 중심으로부터 동일한 거리에 있는 두 개의 로봇이 파지한다고 가정한다. 평면에서는

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -r_{y1} & r_{x1} & 1 & -r_{y2} & r_{x2} & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

그리고

$$\underline{P} = [f_x \ f_y \ n_z]^T \quad (11)$$

로 주어지며, 두 개의 매니플레이터의 말단 힘과 모멘트는

$$\underline{E}_1 = [f_{x1} \ f_{y1} \ n_{z1}]^T, \quad \underline{E}_2 = [f_{x2} \ f_{y2} \ n_{z2}]^T \quad (12)$$

로 정의한다. 그리고 전체 힘벡터와 위치벡터는 각각

$$\underline{F} = [F_1^T \ F_2^T]^T \quad (13)$$

$$\tau_1 = [-1 \ 0]^T, \tau_2 = [1 \ 0]^T \quad (14)$$

으로 주어진다. 이 경우에 제차해는 $I - G^+G$

$$= \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0.25 & 0 & -0.25 & 0.25 \\ 0 & 0.25 & 0.75 & 0 & -0.25 & -0.25 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.25 & -0.25 & 0 & 0.25 & -0.25 \\ 0 & 0.25 & -0.25 & 0 & -0.25 & 0.75 \end{bmatrix} \quad (15)$$

와 같이 6×6 정방행렬로 주어지며, 계수(rank)는 3이고, 따라서 세 개의 내력 기저를 가지고 있다. 식(15)에서 내력은 첫 번째와 넷 번째 열로부터 X방향 힘, 2번째와 3번째 열로부터 Y방향 힘, 5번째와 6번째 열로부터 Z방향 모멘트의 내력을 찾을 수가 있다. 그 결과는 식(16)~(18) 형태로 나타낼 수 있고, 이 세 벡터는 내력 기저를 형성한다.

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T: X\text{-힘} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 1 & 0 & -0.5 & 0 \end{bmatrix}^T: Y\text{-힘} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}^T: Z\text{-모멘트} \quad (18)$$

식(16)~(18) 벡터의 형태는 그림2에 도식하였다. X 방향의 힘은 서로 반대 방향의 힘으로 작용하고, Y 방향의 힘은 서로 반대 방향으로 작용하면서 시계방향으로는 모멘트가 생긴다. Y 방향 힘 평형을 이루려면 부가적인 모멘트 m_{z1} 이 존재함을 보여준다. Z 방향의 모멘트는 역시 반대 방향으로 작용해서 서로 상쇄된다.

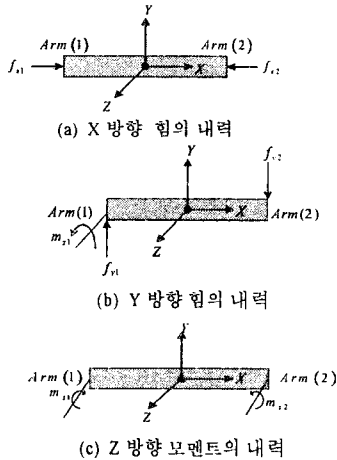


그림 2. 평면형 이중 로봇에서의 내력

2.2.2 공간에서 대칭한 두 개의 매니플레이터

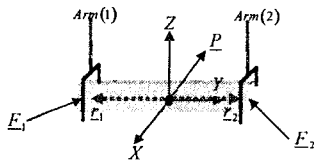


그림 3. 공간 운동

공간에서 질량의 중심으로부터 동일한 거리에 있는 두 개의 로봇이 하나의 물체를 파지 할 때, P와 G는

$$P = [f_x \ f_y \ f_z \ n_x \ n_y \ n_z]^T \quad (19)$$

$$G = \begin{bmatrix} I_3 & 0 & I_3 & 0 \\ S_1 & I_3 & S_2 & I_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

로 정의한다.

그리고 두 개의 매니플레이터의 힘과 모멘트는 각각

$$F_1 = [f_{x1} \ f_{y1} \ f_{z1} \ n_{x1} \ n_{y1} \ n_{z1}]^T \quad (21)$$

$$F_2 = [f_{x2} \ f_{y2} \ f_{z2} \ n_{x2} \ n_{y2} \ n_{z2}]^T \quad (22)$$

$$F = [F_1^T \ F_2^T]^T \quad (23)$$

으로 주어진다. 위치벡터가

$$\tau_1 = [0 \ -1 \ 0]^T, \tau_2 = [0 \ 1 \ 0]^T \quad (24)$$

일 때, 내력 행렬 $(I - G^+G)$ 는

$$\begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.25 & -0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.25 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.25 & 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0.75 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.25 & -0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \\ -0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.75 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.25 \\ -0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \\ 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.25 & -0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & -0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & -0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.25 & 0.75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ -0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.25 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.75 \end{bmatrix} \quad (25)$$

이 된다. 이 행렬은 12×12 정방행렬이며, 계수는 6이고 내력 기저는 여섯 개가 된다. 식(25) 열의 조합으로부터 독립된 여섯 개의 벡터를 찾으면, 먼저 7번째 열과 12번째 열로부터 X 방향, 2번째와 7번째 열로부터 Y 방향, 3번째와 4번째 열로부터 Z 방향 힘의 내력을 구할 수 있다. 세 방향의 내력 모멘트는 9번째와 10번째 열로부터 X 방향, 5번째와 11번째의 열로부터 Y 방향, 1번째와 6번째 열로부터 Z 방향을 찾을 수 있다. 식(26)~(31)은 구해진 여섯 개의 기저 벡터를 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T: x\text{-힘} \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T: y\text{-힘} \quad (27)$$

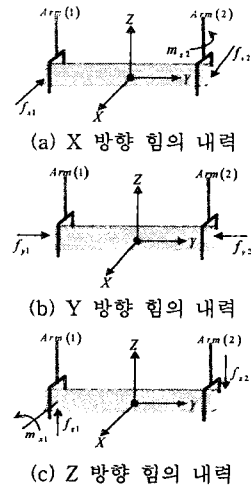
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T: z\text{-힘} \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T: x\text{-모멘트} \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 \end{bmatrix}^T: y\text{-모멘트} \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}^T: z\text{-모멘트} \quad (31)$$

그림 4는 여섯 개의 기저 벡터들의 형태를 나타낸다. X 방향으로는 각각 반대 방향의 힘이 작용하고, 이 결과 시계방향의 Z 방향 모멘트가 생기기 때문에 두 번째 매니플레이터에서 그것과 동일한 크기의 반대 방향 Z 방향 모멘트로 평형을 유지한다. Y 방향의 힘은 각각의 반대 방향의 힘이 작용한다. Z 방향으로는 각각 반대 방향의 힘이 작용하고, 이 결과 시계방향의 X 방향의 모멘트를 상쇄하기 위해서 반대 방향의 X 방향 모멘트가 첫 번째 매니플레이터에서 발생한다. X, Y, Z 각 방향의 모멘트는 각각의 서로의 반대 방향에서 생김을 알 수 있다. 일반적으로는 공간에서는 6×(N-1)의 내력이 존재한다. 여기에서 N은 매니플레이터의 수이다.



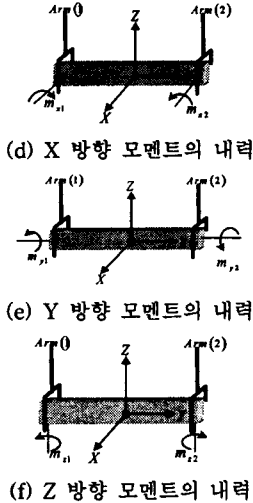


그림 4. 공간형 이중 매니플레이터의 내력

2.3 내력이 존재하지 않는 조건

일반적으로 내력을 해석하면서 가중치 행렬을 적용하게 된다. 그런데 가중치 행렬을 임의로 주게 되면 특수해 부분에서 원하지 않는 내력이 나타날 수 있다. 따라서 내력이 존재하지 않는 가중치 행렬에 대하여 살펴보고자 한다. 식(2)에서 행 공간과 제로공간은 서로 수직이라고 가정하면, 여기에서 내력은

$$G^+T(I - G^+G) = 0 \quad (32)$$

가 된다. 그리고 식(32)를 전개하면

$$(GW^{-1}G^T)^{-T}GW^{-T} \quad (33)$$

$$-(GW^{-1}G^T)^{-T}GW^{-T}W^{-1}G^T(GW^{-1}G^T)^{-1}G = 0$$

을 만족시키는 조건은

$$W^{-T}W^{-1} = W^{-1} \quad (34)$$

그리고

$$(GW^{-1}G^T)^{-T}G(W^{-T} - I) = 0 \quad (35)$$

이 된다. 또한 식(35)에서 $GW^{-1}G^T \neq 0$ 라고 가정하면, $(W^{-T} - I)$ 는 0이 되게 된다. 따라서

$$W^{-T} = I \quad (36)$$

가 된다. 식(36)은 가정 식(34)을 만족하면서, 가중치 행렬이 단위행렬 일 때만 Grasping 영역에서 내력이 존재하지 않음을 보여준다. 즉, 만약 가중치 행렬이 임의의 형태로 주어지게 된다면, Grasping 영역에서 내력이 존재하게 된다.

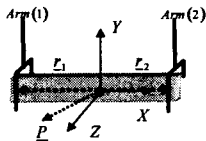


그림 5. 공간에서 두개의 매니플레이터

또한 공간에서 위치가

$$r_1 = [-1 \ 0 \ 0]^T, r_2 = [1 \ 0 \ 0]^T \quad (37)$$

이고, 가중치 행렬이 12×12 단위행렬이면, 표 1에서 같이 내력이 존재하지 않는다.

표 1. 공간에서 단위행렬일 때 힘 분배

구분	Case 1	Case 2
\underline{P}	$[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
\underline{F}_1	$[0 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	$[0 \ 0 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
\underline{F}_2	$[0 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	$[0 \ 0 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
Case 3		Case 4
\underline{P}	$[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$	$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]^T$
\underline{F}_1	$[0 \ 0.5 \ 0.25 \ 0 \ 0.25 \ 0]^T$	$[0 \ -0.25 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0.25]^T$
\underline{F}_2	$[0 \ 0.5 \ -0.25 \ 0 \ 0.25 \ 0]^T$	$[0 \ 0.25 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0.25]^T$

그러나 가중치 행렬

$$W = \begin{bmatrix} W_1 & 0 \\ 0 & W_1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

에서 W_1 이 단위행렬이 아닌 $W_1 = \begin{bmatrix} 0 & I_3 \\ I_3 & 0 \end{bmatrix}$ 로 주어진 경우에는 표2에서 보인바와 같이 내력이 존재함을 살펴볼 수 있다.

표 2. 공간에서 단위행렬이 아닐 때 힘 분배

구분	Case 1	Case 2
\underline{P}	$[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
\underline{F}_1	$[0 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.5]^T$	$[0 \ 0 \ 0.5 \ 0 \ -0.5 \ 0]^T$
\underline{F}_2	$[0 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0.5]^T$	$[0 \ 0 \ 0.5 \ 0 \ 0.5 \ 0]^T$
Case 3		Case 4
\underline{P}	$[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$	$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]^T$
\underline{F}_1	$[0 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0.5 \ 0.5]^T$	$[0 \ 0 \ 0.5 \ 0 \ -0.5 \ 0.5]^T$
\underline{F}_2	$[0 \ 0.5 \ 0 \ 0 \ 0.5 \ -0.5]^T$	$[0 \ 0 \ 0.5 \ 0 \ 0.5 \ 0.5]^T$

3. 결 론

일반적으로 내력은 말단 장치에서 각각의 매니플레이터가 파지하는 물체의 동작에 영향을 주지 않는 힘과 모멘트라고 정의한다. 내력 기저는 공간형인 경우 $6 \times (N-1)$ 이고, 여기에서 N은 매니플레이터의 숫자이다. Grasping 영역에서 내력이 존재하지 않는 조건은 가중치 행렬이 단위행렬이어야 함을 살펴보고, 예제를 통하여 다중 로봇 시스템에서 정의하는 내력에 대한 해석을 수행하였다.

[참고 문헌]

- [1] I.D. Walker, R.A. Freeman and S. I. Marcus, "Internal Object Loading for Multiple Cooperating Robot manipulators", IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, pp.606-611, 1989.
- [2] T.E. Albert and D. I. Soloway, "Force Control of a Multiple-Arm Robot System", IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, pp. 1490-1496, 1988.
- [3] M. Uchiyama and P. Dauchez, "A Symmetric Hybrid Position/Force Control Scheme for the Coordination of Two Robots", IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, pp.350-356, 1988.
- [4] Y. Nakamura, K. Nagai and T. Yoshikawa, "Mechanics of Coordinative Manipulation by Multiple Robotic Mechanisms", IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, pp.991-356, 1987.
- [5] V. Kumar and K. Waldron, "Force Distribution in Closed Kinematic Chains", IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol. 4, No. 6, pp.657-664, 1988.