

안정도 판별법과 유전자 알고리즘에 의한 PI 제어기 설계

조 준호, 최 정내, 이 원혁, 황 형수, 박 민정**
 원광대학교 제어계측공학과, **원광대학교 전기·전자·통신

PI controller design by stability criterion and Genetic algorithm

Joon-Ho Cho.* Jung-Nae Choi, Won-Hyok Lee, Hyung-Soo Hwang, Min-Jung Park
 Wonkwang Univ Engineering of control and Instrumentation

Abstract - One of the important problems in a control system design is the requirement that the system should have adequate relative stability. In this paper, We proposed a tuning algorithm PI controller for first order plus dead time system. It is determined the domain of the PI control parameters by Routh - Hurwitz criterion, and we tune parameters of the PI controller using genetic algorithm. A numerical example is also given to illustrate the method.

Keywords: PID, Routh-Hurwitz criterion, Genetic Algorithm.

1. 서 론

PID(Proportional and Integral and Derivative) 제어기는 이해하기 쉽고 구조가 간단하며 실제 구현이 용이하여 공정 산업분야에서 널리 사용되고 있는 제어기이다[1][2][3][4]. PID 제어기를 설계할 때 중요한 것은 파라미터를 결정하는 것이며, 그 중에서 가장 먼저 고려해야 할 사항은 시스템의 안정도이다. PID 제어기의 파라미터를 결정하는 방법에 대하여 많은 연구가 이루어지고 있으며 [5][6][7], 그 중에서 Ziegler -Nichols Rule, Cohen-Coon Method, IMC 방법들이 보편적으로 쓰이고 있다. 그러나 이러한 방법들 대부분은 경험적으로 파라미터를 결정하고, 또한 특정한 모델에 대해서는 적용할 수 있지만 광범위하게 모든 시스템에 적용할 수 없는 단점이 있다. 따라서 광범위하게 적용할 수 있는 방법들이 연구되어지고 있으며, 그 중 유전자 알고리즘을 이용한 제어 파라미터를 결정하는 방법이 연구되어 지고 있다[8]. 하지만 유전자 알고리즘을 이용하기 위해서는 우선 제어 파라미터의 범위, 선택확률, 교배확률, 돌연변이확률 등을 결정해야만 한다. 그 중에서 제어 파라미터의 범위는 시스템의 안정도와 밀접하게 관련되어 매우 중요하다. 최근까지도 제어파라미터의 범위는 대부분의 경우 설계자의 경험에 의해서 사용하고 있어서, 크고 작은 지연시간을 갖는 1차 모델에 대하여 제어 파라미터의 범위를 결정하는 것은 쉽지 않다. 본 논문에서는 지연시간을 갖는 1차 시스템에 대하여 Routh - Hurwitz 안정도 판별법을 기초로 하여 PI 제어 파라미터 범위를 결정하는 방법을 제시한다. 이렇게 결정된 제어 파라미터의 범위는 1차의 지연시간을 갖는 모든 모델에 광범위하게 적용할 수 있다. 또한 안정도에 근거한 제어 파라미터를 유전자 알고리즘에 적용하여 최적의 PI 제어기를 설계 방법을 제안하였다. 시뮬레이션 통하여 안정도에 근거한 제어 파라미터 범위를 결정할 수 있음을 확인하였다. 본 논문의 구성은 Routh- Hurwitz 안정도 판별법에 근거한 제어 파라미터 결정, 유전자

알고리즘을 이용한 PI 제어기 설계, 시뮬레이션 및 고찰, 결론으로 구성되어 있다.

2. 본 론

2.1 안정도에 근거한 PI 파라미터 범위 결정

단일 루프 폐환 시스템이 그림 1에서 보여진 것과 같이 1차의 지연시각을 갖는 공정 전달함수 $G(s)$ 또는 주파수 전달 응답 $G(j\omega)$ 를 알고 있다고 가정하자.

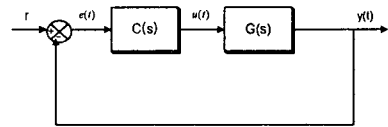


그림 1. 단일 루프 폐환 시스템

다양한 동특성을 갖는 일반적인 종류의 공정들에 대하여 PI 제어기가 좋은 성능을 갖도록 파라미터 k_c, T_i 를 결정해야하며, 시스템에 광범위하게 적용하기 위해서 유전자 알고리즘을 사용하여 PI 파라미터를 찾는 방법이 많이 연구되어지고 있다. 지연시간을 갖는 1차 시스템에 대하여 안정도에 기초로한 PI 제어 파라미터 범위를 결정하는 방법을 제시한다.

PI 제어기의 전달함수 $C(s)$ 을 식 (1)에 제어공정 전달함수를 식 (2)에 나타내었다.

$$C(s) = k_c(1 + \frac{1}{sT_i}) \tag{1}$$

$$G(s) = \frac{k_p}{1+s\tau} e^{-sL} \tag{2}$$

식(1)과 식(2)으로부터 개루프 전달함수 $C(s)G(s)$ 을 구한다.

$$C(s)G(s) = \frac{k_c k_p (1 + sT_i)}{sT_i(1 + s\tau)} e^{-sL} \tag{3}$$

특성방정식은 식 (4)와 같이 구할 수 있다.

$$T_i \tau s^2 + T_i(1 + k_c k_p e^{-sL})s + k_c k_p e^{-sL} = 0 \tag{4}$$

식 (4)의 지연시간을 Pade 근사식을 사용하여 나타내면 아래와 같다.

$$e^{-sL} \cong \frac{1 - \frac{L}{2}s}{1 + \frac{L}{2}s} \tag{5}$$

식 (5)를 식 (4)에 대입하여 s에 대해 정리하면 식 (6)과 같다.

$$\frac{T_i \tau L}{2} s^3 + \left(T_i \tau + \frac{L T_i}{2} - \frac{k_c k_p T_i L}{2} \right) s^2 + \left(T_i + k_c k_p T_i - \frac{k_c k_p L}{2} \right) s + k_c k_p = 0 \quad (6)$$

특성 방정식 식(6)를 Routh 표를 만들면 아래와 같다.

$$\begin{array}{l} s^3 \quad \frac{T_i \tau L}{2} \quad \left(T_i + k_c k_p T_i - \frac{k_c k_p L}{2} \right) = b \\ s^2 \quad \left(T_i \tau + \frac{L T_i}{2} - \frac{k_c k_p T_i L}{2} \right) = a \quad k_c k_p \\ s^1 \quad \left(\frac{k_c k_p T_i \tau L}{2} - ab \right) = c \quad 0 \\ s^0 \quad k_c k_p \quad 0 \end{array}$$

시스템이 안정하기 위해서는 Routh표의 제 1열의 부호가 같고, 부호 변화가 없어야 한다. 따라서 위의 Routh 표가 안정하기 위해서는 아래 4가지 조건을 모두 만족해야 한다.

i) $s^3 > 0$

$$\begin{aligned} \frac{T_i \tau L}{2} > 0 \text{ 인 조건에서} \\ : \frac{\tau L}{2} > 0 \text{ 인 가정에서 } \therefore T_i > 0 \end{aligned} \quad (7)$$

ii) $s^2 > 0$

$$\begin{aligned} \left(T_i \tau + \frac{L T_i}{2} - \frac{k_c k_p T_i L}{2} \right) > 0 \text{ 인 조건에서} \\ : T_i > 0 \text{ 이므로 } \left(\tau + \frac{L}{2} - \frac{k_c k_p L}{2} \right) > 0 \\ \therefore k_c < \frac{(2\tau + L)}{k_p L} \end{aligned} \quad (8)$$

iii) $s^1 > 0$

$$\frac{\left(\frac{k_c k_p T_i \tau L}{2} - ab \right)}{-a} > 0 \text{ 인 조건에서}$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } \left(\frac{k_c k_p T_i \tau L}{2} - ab \right) < 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\left(\frac{k_c k_p T_i \tau L}{2} - ab \right) = T_i (x + T_i y) < 0 \quad (9)$$

여기서 x, y는 각각 아래와 같다.

$$x = \left(k_c k_p L \tau + \frac{k_c k_p L^2}{4} - \frac{k_c^2 k_p^2 L^2}{4} \right) \quad (10)$$

$$y = \left(\frac{k_c^2 k_p^2 L}{2} - \frac{L}{2} - \tau - k_c k_p \tau \right) \quad (11)$$

식(9)에서 $T_i > 0$ 이므로 $x + T_i y < 0$ 을 만족해야 한다.

$$\therefore \textcircled{1} y > 0, T_i < -\frac{x}{y}, \textcircled{2} y < 0, T_i > -\frac{x}{y} \quad (12)$$

iv) $s^0 > 0$

$k_c k_p > 0$ 인 조건에서

$$k_p > 0 \text{ 인 가정에서 } \therefore k_c > 0 \quad (13)$$

위의 4가지 조건을 모두 만족하는 PI 제어 파라미터의 범위는 표1과 같이 정리할 수 있다.

표1 PI 제어 파라미터의 범위

k_c	T_i	
	$y > 0$	$y < 0$
$0 < k_c < \frac{(2\tau + L)}{k_p L}$	$0 < T_i < -\frac{x}{y}$	$T_i > -\frac{x}{y}$

2.2 GA를 이용한 최적의 PI 파라미터 결정

제어기 설계에서 가장 이상적인 것은 제어파라미터를 구하는 방법을 광범위하게 적용하는 것이다. 기존의 방법은 특정모델에 대해서만 적용 가능한 단점을 갖고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 많은 연구가 이루어지고 있고, 그 중 한가지 방법이 유전자 알고리즘을 이용하는 것이다. 유전 알고리즘이 다른 탐색이나 최적화 방법과 다른 점은 파라미터를 코딩한 것을 직접 이용한다는 것, 점(point)이 아닌 다점(multi points, : 군(population)) 탐색한다는 것, 탐색에 비용 정보(fitness function)를 이용하며, 미분값이나 다른 부가적인 지식을 요구하지 않다는 것, 결정론적인 규칙이 없고 확률적 연산자를 사용하여 수행된다는 것 등 크게 4가지의 특징을 가지고 있다. 이러한 특징은 복잡하고 심한 비선형을 갖는 공정에 대해서도 적용 가능하다.

2.1.1 단순 유전자 알고리즘

유전 알고리즘은 그동안 많은 발전을 하여 향상된 연산자들이 개발되었으며 각각의 문제에 맞도록 설계된 특수 연산자들도 등장하였다. 그렇지만 단지 인자 코드를 복제하고 부분적으로 교배시키고 확률적으로 돌연변이를 일으켜 부모보다 나은 개체를 생산하는 단순 유전자 알고리즘이 근간을 이루고 있으며 실제의 많은 문제에 적용되어 좋은 결과를 주고 있다. 그림2는 단순 유전자 알고리즘의 흐름도를 나타내었다.

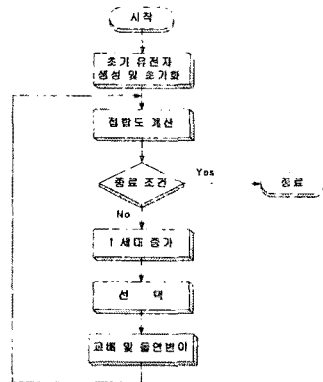


그림 2 단순유전자 알고리즘

재생산(Reproduction)이란 현재대 즉 탐색 상태를 고려해 주어 더 좋은 탐색으로 진행하기 위한 다음세대의 구성을 말하며, 그 결과 적자 생존의 원칙에 의하여 우수 인자들만 살아남게 된다. 단순히 재생산만을 한다면 현재대의 우수인 개체보다 더욱 뛰어난 세대를 찾을 수 없게 된다. 그러므로 우수인 개체를 찾기 위해서 재생산된 개체들 간의 교배(Crossover)를 행하게 된다. 그 결과 새로운 우수인 개체를 찾아내는 효과를 얻을 수 있다. 재생산과 교배 연산만을 수행하게 되면 지역 극소에 빠질 우려가 있다. 이 점을 보완한 연산이 돌연변이(Mutation)연산이다. 본 논문에서 사용된 선택연산은 룰렛방식, 교배연산은 단일교배 연산을 사용했고, 돌연변이 연산은 선택된 비트를 반전시키는 invert 방식을 적용했다. 또한 세대는 500세대, 군집은 60개체, 각 파라미터 문자열의 길이를 이진 형태로 10비트, 교배율은 70%, 돌연변이 발생율은 20%로 적용했다.

2.3 시뮬레이션 및 고찰

시뮬레이션을 통해 크고 작은 지연시간을 갖는 1차 시스템에 대하여 안정도에 기초로한 PI 제어 파라미터 범위를 결정하는 방법과 유전자 알고리즘 통하여 최적의 제어 파라미터를 결정을 하였고, 그래프를 통해 기존의 방법과 제안된 방법을 비교, 분석하였다.

ex1)

- 지연시간이 큰 1차 시스템.

$$G(s) = \frac{e^{10}}{s+1} \quad (14)$$

- Routh-Hurwitz 판별에 근거한 파라미터 범위 및 유전자 알고리즘을 이용한 최적의 파라미터 결정

표2. PI 제어기에 대한 동조 방법

k_c 의 범위	T_i 의 범위		k_c 값	T_i 값
	k_c	T_i		
$0 < k_c < 1.2$	1.199	$T_i > 547.9$	0.574	5.095

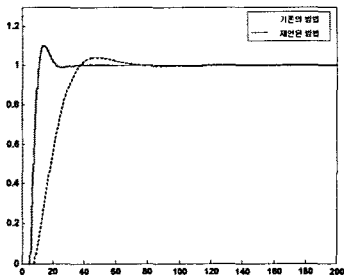


그림3 $\alpha(s) = \frac{e^{10}}{(s+1)}$ 에 대한 시간응답

ex2)

- 지연시간이 작은 1차 시스템.

$$G(s) = \frac{e^{0.1}}{s+1} \quad (15)$$

- Routh-Hurwitz 판별에 근거한 파라미터 범위 및 유전자 알고리즘을 이용한 최적의 파라미터 결정

표3. PI 제어기에 대한 동조 방법

k_c 의 범위	T_i 의 범위		k_c 값	T_i 값
	k_c	T_i		
$0 < k_c < 21$	20.999	$T_i > 9545.5$	4.13	0.98

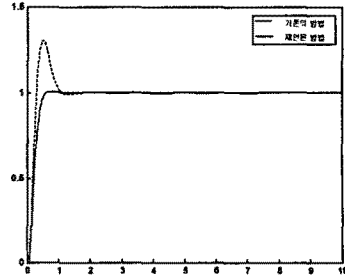


그림4 $\alpha(s) = \frac{e^{10}}{(s+1)}$ 에 대한 시간응답

지연시간이 크고 작은 1차 시스템에 대하여 Routh-Hurwitz 안정도 판별법에 근거한 제어 파라미터 결정, 유전자 알고리즘을 이용한 PI 제어기 설계를 표2, 표3에 나타내었고, 제안된 방법에 의해 구해진 PI 제어기에 대한 step응답을 그림 3, 그림 4에 나타내었다. 그림 3, 4에서 보면 기존의 방법보다 제안된 방법이 step응답에서 우수한 응답특성을 보이고 있다.

3. 결 론

PID 제어기를 설계할 때 중요한 것은 파라미터를 결정하는 것이며, 그 중에서 가장 먼저 고려해야 할 사항은 시스템의 안정도이다. 본 논문에서는 크고 작은 지연시간을 갖는 1차 시스템에 대하여 Routh-Hurwitz 안정도 판별법을 기초로 PI 제어기 파라미터 범위를 결정하는 방법과 유전자 알고리즘을 이용한 최적의 PI 제어기 파라미터 결정 방법을 제시하였다. 시뮬레이션 결과 우수한 방법임을 확인 할 수 있었다.

(참 고 문 헌)

- [1] K.J. Astrom and T. Hagglund, "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins", Automatica, vol. 20, no. 5, pp. 645-651, 1984.
- [2] W.K. Ho, C.C. Hang, W. Wojsznis, and Q.H. Tao, "Frequency domain approach to self-tuning PID control", Contr. Eng. Practice, vol. 4, no. 6, pp. 807-813, 1996
- [3] W.K. Ho, O.P. Gan, E.B. Tay, and E.L. Ang, "Performance and gain and phase margins of well-known PID tuning formulas", IEEE Trans. Contr. Syst. Technol., vol. 4, pp. 473-477, 1996
- [4] M. Zhuang and D.P. Atherton, "Automatic tuning of optimum PID controllers", Proc. Inst. Elect. Eng., vol. 140, pt. D, no. 3, pp. 216-224, May 1993
- [5] W.K. Ho, C.C. Hang, and L.S. Cao, "Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications", Automatica, vol. 31, no. 3, pp. 497-502, 1995.
- [6] Q.G. Wang, T.H. Lee, H.W. Fung, Q. Bi and Y. Zhang, "PID tuning for improved performance", IEEE Trans. Contr. Syst. Technol., vol. 7, no. 4, pp. 457-465, July 1999.
- [7] Y.G. Wang, H. He Shao, "PID Autotuner Based on Gain and Phase-Margin Specifications" Ind. Eng. Chem. Res. 38, 3007-3012, 1999.
- [8] J.J. Grefenstette, "Optimization of control parameters for genetic algorithms", IEEE Trans. System. Man, and Cybernetics, Vol. 1, pp. 122-128, 1986