

압전체 작동기와 PID 제어를 이용한 유연 외팔보의 능동 진동 제어

최 수영\*, 안 재홍\*, 이 종성\*\*, 박 기현\*  
 성균관대학교\*, 부천대학\*\*

Active Vibration Control of Flexible Cantilever Beam Using Piezoceramic Actuators and PID Controller

Sooyoung Choi\*, Jaehong Ahn\*, Jongsung Lee\*\*, Kiheon Park\*  
 \*Sungkyunkwan University, \*\*Bucheon college

**Abstract** - This paper presents the active vibration control of flexible cantilever beam using piezoceramic actuators. The transfer function from the force input to the bending displacement was obtained via modal analysis results and piezoelectric constitutive equations. For the active vibration control, piezoceramic actuators and sensors were used to construct a flexible smart cantilever beam. To further enhance the sensing and actuation properties of the piezoceramics, a typical interdigitated electrode pattern was fabricated. The PID controller was designed via various simulation and experiment trials. It was shown that the PID controller could suppress vibration of the beam effectively. Simulations and experiments verified good performances of the designed controller.

외팔보의 능동 진동 제어에 적용하였다. 본 연구에서는 대표적인 압전체인 PZT-5H소자를 이용하여 감지기와 작동기를 직접 제작하고, 외팔보 시스템에 부착하여 능동 진동 제어 실험을 수행하였다.

2. 외팔보 시스템의 모델링 및 제어기 설계

2.1 모델링

외팔보 시스템의 구성도를 그림 1에 나타내었다. 본 실험의 제어목적은 압전체 작동기의 전압을 제어하여 종방향 형태의 외팔보에 발생하는 진동을 감쇠 시키는 데 있으며, 외팔보의 굽힘 변위를 압전체 감지기로 측정하였다. 보에 부착된 압전 작동기에 인가되는 전압으로부터 감지기의 굽힘 변위까지의 전달함수를 모달 해석과 압전 구성 방정식을 이용하여 구하고, 감지기의 굽힘 변위로부터 출력되는 전압까지의 전달함수는 시뮬레이션과 실험을 통하여 구한다.

1. 서 론

능동 진동 제어는 구조물 자체에 감지기와 작동기를 표면에 부착하거나 구조물의 한 부분으로 삽입하여 진동은 능동적으로 제어하는 개념을 말한다. 감지기와 작동기, 그리고 능동 진동 제어회로를 구조물에 포함시킨 구조물을 일반적으로 지능 구조물(Smart Structure)이라고 말하며, 지능 구조물의 재료로 쓰이는 것으로는 전기유체, 형상기억합금(shaped memory alloy), 압전체(piezoelectric material) 등이 있다. 가해지는 전압에 비례해서 변형을 일으키는 압전체는 구조물의 적절한 위치에 부착되어 수축, 팽창을 유발하여 발생된 변위 에너지를 모구조물에서 제어력으로 작용시켜, 설계자가 원하는 반응을 얻고자 하는데 응용되고 있다. 널리 쓰이고 있는 압전체로는 PZT(Lead Zirconia Titanium)와 PVDF(Polyvinylidene fluoride)가 있다. PZT는 다른 압전체에 비하여 높은 감도를 가지며, 잡음성분이 적게 나타나고 열변화에 민감하지 않고, 가벼운 중량비와 넓은 주파수대역을 가지고 있으며 또한 높은 강성과 뛰어난 선형성 때문에 취성이 큰 단점에도 불구하고 감지기 및 작동기로서 가장 널리 사용되고 있다. 압전체를 진동 제어에 이용한 연구는 1980년대 Swigert와 Forward[1]가 인공 위성체의 안테나 굽힘을 제어하는데에 압전체를 도입하면서 시작되었다. Bailey와 Hubbard[2]는 외팔보 전체에 PVDF를 부착하고 Lyapunov기법에 의한 진동제어 방법을 소개하였으며, Fanon과 Caughey[3]는 진동 변위 되먹임을 사용하는 PPF(Positive Position Feedback) 제어방법을 제안하였고 외팔보에 PZT 압전 가진기와 센서를 부착하여 진동제어를 수행하였다. Sim[4]은 가속도 되먹임에 의한 유연 구조물의 진동제어 방법을 제안하였으며, Hanagud와 Obal[5]은 최적 진동제어 알고리즘을 개발하여 그 성능에 대한 효과를 확인하였다. Shen[6]은 유전 알고리즘을 이용한 LQG/LQR 제어기를 유연 구조물에 적용하였으며, Abreu[7]는 적응 퍼지 제어기를

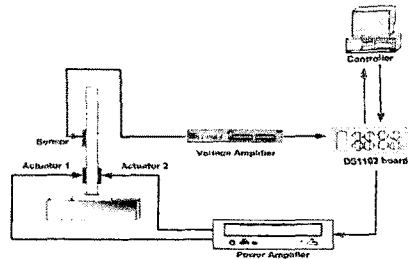


그림 1 능동 진동 제어 외팔보 시스템  
 Fig.1 Active vibration control cantilever beam system

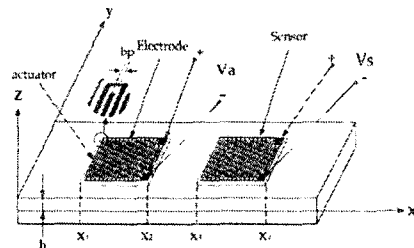


그림 2 압전체가 부착된 보  
 Fig.2 The beam with piezoceramics

외팔보 시스템의 전달 함수를 구하기 위해 보에 가해지는 힘을  $f(x, t)$ , 굽힘 변위를  $z(x, t)$ 로 표기하기로 하고, 그림 2와 같이 압전체의 작동기와 감지기가 부착된 보 구조물을 고려하자. 그림 2에서 보이는 것처럼 압전 작동기가 보의  $x_1$ 과  $x_2$ 사이에 위치하며, 감지기가  $x_3$ 와  $x_4$ 사이에 위치한다. 실제로 작동기의 경우는 반대쪽에

한 개의 작동기가 더 부착되어 있으며, 고정단 부분이 가깝게 위치한다. 또한 감지기는 보의 중앙부근에 위치하여 보의 변형을 감지하는데 용이하도록 하였다. 보의 진동에 대한 방정식을 오일러-베르누이 보(Euler-Bernoulli beam) 모델을 이용하여 다음의 미분 방정식과 같이 놓을 수 있다[8].

$$-EI \frac{\partial^4 z(x, t)}{\partial x^4} + f(x, t) = m \frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial t^2} \quad (0 < x < L) \quad (1)$$

모달 해석에 의해 이 방정식의 해를 다음과 같이 놓을 수 있으며,

$$z(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(x) \cdot q_n(t) \quad (2)$$

여기서  $Z_r(x)$ 는 보의  $r$ 번째 모드 함수를 나타내며,  $q_n(t)$ 는 시간 함수를 나타낸다. 실제 시스템에서 존재하는 감쇠효과를 고려하여 방정식을 나타내면

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \cdot \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 \cdot q_n(t) = \int_0^L Z_n(x) \cdot f(x, t) dx, \quad n=1, 2, \dots \quad (3)$$

의 식을 얻게 된다. 보의 표면에 입혀진 전극의 두께가 일정하다고 하면, 압전체에 전압을 인가 시에 압전체의 경계면에 굽힘 모멘트  $M(x, t)$ 가 발생하여 보가 변형되는데 식(3)의  $f(x, t)$ 항을  $M(x, t)$ 로 둘 수 있다[9]. 압전체의 굽힘 모멘트  $M(x, t)$ 는 다음의 식(4)과 같으며,

$$M(x, t) = -E_p d_{33} n b_p h V(x, t) \quad (4)$$

여기서  $E_p$ 는 압전체의 영계수(Young's modulus),  $d_{33}$ 는 압전 변형 상수,  $n$ 은 interdigitated된 전극의 갯수,  $b_p$ 는 전극의 폭,  $h$ 는 보의 표면으로부터 중심축 면까지의 거리,  $V(x, t)$ 는 보 전체의 전압 분포이다. 식(3)의 우변에 식(4)를 대입하면 다음과 같다.

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \cdot \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 \cdot q_n(t) = -E_p d_{33} n b_p h \int_0^L Z_n(x) \cdot V(x, t) dx \quad (5)$$

작동기가 보 구조물의  $x_1$  위치에서  $x_2$  위치의 사이에 부착될 때, 압전체에 인가된 전압  $V_a(t)$ 에 대한 보 전체의 전압분포  $V(x, t)$ 는 다음의 식과 같다.

$$V(x, t) = [H(x - x_1) - H(x - x_2)] V_a(t) \quad (6)$$

여기서  $H(\cdot)$ 는 Heaviside 함수이다. 식(6)을 식(5)의 우변에 대입하면

$$\begin{aligned} \ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \cdot \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 \cdot q_n(t) \\ = -E_p d_{33} n b_p h V_a(t) \int_0^L Z_n(x) \cdot [H(x - x_1) - H(x - x_2)] dx \end{aligned} \quad (7)$$

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \cdot \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 \cdot q_n(t) = -E_p d_{33} n b_p h V_a(t) \cdot [Z_n(x_2) - Z_n(x_1)] \quad (8)$$

가 되고 따라서,

$$Q_n(s) = \frac{-E_p d_{33} n b_p h V_a(s) \cdot [Z_n(x_2) - Z_n(x_1)]}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2} \quad (9)$$

가 된다. 여기서  $Q_n(s)$ 와  $V_a(s)$ 는 각각  $q_n(t)$ 와  $V_a(t)$ 의 라플라스 변환을 나타낸다. 식(2)로부터 압전체의 작동기가 부착된 위치에서 굽힘 변위는 다음과 같으며,

$$z(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(x) q_n(t) \quad (10)$$

여기서  $x_s$ 는 감지기의 위치로  $x_3$ 와  $x_4$ 의 중간 위치로 잡았다. 식(10)을 라플라스 변환하면 다음 식과 같다.

$$Z(x_s, s) = \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-Z_n(x_s) E_p d_{33} n b_p h \cdot [Z_n(x_2) - Z_n(x_1)]}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2} \right) \cdot V_a(s) \quad (11)$$

이제  $-E_p d_{33} n b_p h = K_a$ 로 두고, 압전체의 작동기에 인가되는 전압으로부터 감지기의 굽힘 변위까지의 전달함수는 제 1차 모드와 2차 모드에 대해서만 고려하여 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\frac{Z(x_s, s)}{V_a(s)} = K_a \cdot \left( \frac{Z_1(x_s)[Z_1(x_2) - Z_1(x_1)]}{s^2 + 2\zeta_1 \omega_1 s + \omega_1^2} + \frac{Z_2(x_s)[Z_2(x_2) - Z_2(x_1)]}{s^2 + 2\zeta_2 \omega_2 s + \omega_2^2} \right) \quad (12)$$

압전 감지기에 출력되는 전압과 감지기의 굽힘 변위  $Z(x_s, s)$  사이에 전달함수를 다음 식과 같이 두면,

$$V_s(s) = K_s \cdot Z(x_s, s) \quad (13)$$

압전 작동기에 가해지는 전압으로부터 감지기의 출력 전압까지의 전달함수는 다음과 같다.

$$\alpha(s) = \frac{V_s(s)}{V_a(s)} = K_a \cdot K_s \cdot \left( \frac{Z_1(x_s)[Z_1(x_2) - Z_1(x_1)]}{s^2 + 2\zeta_1 \omega_1 s + \omega_1^2} + \frac{Z_2(x_s)[Z_2(x_2) - Z_2(x_1)]}{s^2 + 2\zeta_2 \omega_2 s + \omega_2^2} \right) \quad (14)$$

여기서  $K_s$ 는 압전 감지기의 비례상수,  $\zeta_1, \zeta_2$ 는 각각 1차 모드, 2차 모드의 감쇠비,  $\omega_1, \omega_2$ 는 각각 1차 모드, 2차 모드의 고유주파수를 나타낸다. 전체 전달함수의 최종적인 방정식은 다음과 같다.

$$\alpha(s) = 823.56 \cdot \left( \frac{0.0518s}{s^2 + 9.0176s + 4811.7} + \frac{0.377s}{s^2 + 51.1326s + 154710} \right) \quad (15)$$

여기서  $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.065$ ,  $\omega_1 = 69.3664(\text{rad/sec})$ ,  $\omega_2 = 393.3274(\text{rad/sec})$ 이다.

## 2.2 PID 제어기 설계

2.1절에서 구한 전체 전달 함수를 이용하여 페루프 시스템의 진동 감쇠를 개선시키는 PID 제어기를 설계한다. PID 제어기의 구조는 다음과 같으며  $K_p$ 는 비례 이득,  $K_I$ 는 적분 이득,  $K_D$ 는 미분 이득을 각각 나타낸다.

$$C(s) = (K_p + K_I \cdot \frac{1}{s} + K_D s) \quad (16)$$

시뮬레이션과 실험을 통하여 여러 번의 시행 착오를 거쳐 구한 PID 계수 값들은 다음과 같다.

$$K_p = 1, K_I = 2000, K_D = 0.001 \quad (17)$$

## 3. 실험 결과 및 고찰

능동 진동 제어를 위한 실험은 먼저 임펄스 신호를 0.01초간 외팔보에 인가하는 경우에 그 진폭의 크기와 안정화 시간이 자유진동 때보다 제어기를 동작시키는 경우에 효과적으로 줄어드는 지에 대하여 알아보았다. 다음으로 외팔보의 진동에 가장 크게 영향을 미치는 1차 모드 주파수인  $f_1 = 11.04\text{Hz}$ 와 2차 모드 주파수인

$f_2=62.6\text{Hz}$ 의 정현파 신호를 계속해서 외팔보에 인가하는 상태에서 제어기가 동작하는 경우에 대한 진동 감쇠의 효과를 알아보았다. 그림 3은 0.01초 동안의 임펄스 전압을 압전체의 작동기에 가했을 때 개루프에서의 응답을 나타내며, 그림 4는 PID 제어기가 동작한 경우의 임펄스 응답을 나타낸다.

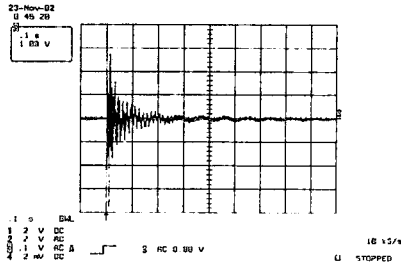


그림 3 개루프에서의 임펄스 응답  
Fig.3 Impulse response at open loop

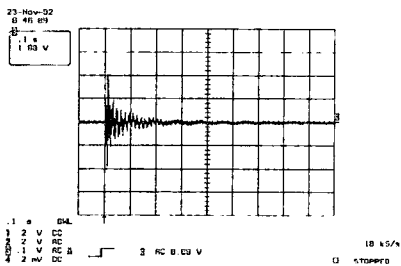


그림 4 폐루프에서의 임펄스 응답  
Fig.4 Impulse response at closed loop

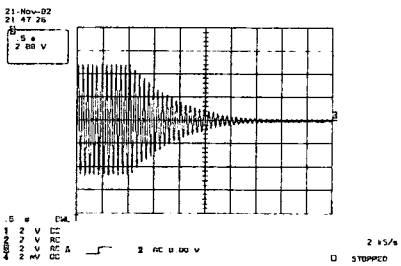


그림 5 1차 모드 주파수의 정현파 입력 응답 (PID 제어기가  $t=1$ 초에서 동작한 경우)  
Fig.5 The response to the sinusoidal input of the first mode frequency (The PID controller is switched on at  $t=1\text{sec}$ )

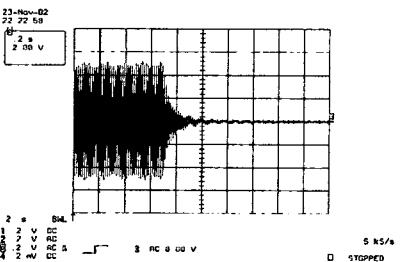


그림 6 2차 모드 주파수의 정현파 입력 응답 (PID 제어기가  $t=0.68$ 초에서 동작한 경우)  
Fig.6 The response to the sinusoidal input of the second mode frequency (The PID controller is switched on at  $t=0.68\text{sec}$ )

그림 5는 1차 모드 주파수의 정현파 신호를 외팔보에

가진시킨 상태에서 PID 제어기가 1초에서 동작한 경우의 응답을 나타내며, 그림 6은 2차 모드 주파수의 정현파 신호를 외팔보에 가진시킨 상태에서 PID 제어기가 0.68초에서 동작한 경우에 대한 응답이다. 실험 결과에서 보는 것처럼 0.01초간의 임펄스 전압에 대한 응답에서 최대 진폭의 크기가 자유진동 때인 경우에 3.6(V)이던 것이 제어기가 동작한 경우에는 2(V)로 줄어들었으며, 정상 상태에 도달하는데 걸리는 안정화 시간이 제어기가 동작한 경우에 0.6초로 자유진동 때보다 0.3초 이상 빨라진 것을 알 수 있다. 또한 1차 모드와 2차 모드 주파수의 정현파 신호에 대한 응답에서 제어기가 동작한 두 가지 경우 모두 진동에 대한 감쇠효과가 90% 이상 일어나는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 압전체 중에서 PZT-5H 소자를 작동기와 감지기로 사용하여 유연 외팔보의 능동 진동 제어 실험을 수행하였으며, 기존에 많은 연구에서 사용한 전극 패턴 형태가 아닌 새로운 Interdigitated한 전극 패턴 형태로 직접 제작 사용하였다. 능동 진동 제어 실험을 통하여 제작한 감지기의 감지 능력과 작동기의 작동 성능을 검증하였다. 또한 증방향 형태의 외팔보 시스템의 1차 모드와 2차 모드를 고려한 전체 전달함수를 모델 해석 방법과 압전 구성 방정식을 이용하여 실험적으로 구하였으며, PID 제어기를 설계하여 외팔보에 진동이 발생하는 경우에 이를 효과적으로 감쇠 시켰다. 이후 본 연구의 결과들은 압전체를 부착한 접촉식 형태의 지능 구조물에 대한 응용 연구나 보 구조물보다 형상이 좀 더 복잡한 유연 구조물의 능동 진동 제어에 좋은 자료로 활용될 수 있을 것으로 생각된다.

- 본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2000-000 252-0)지원으로 수행되었음.

#### [참 고 문 헌]

- [1] Swigert, C. J., and Bailey, R. L., "Electrical Damping of Orthogonal Bending Modes in a Cylindrical Mast Theory," Journal of Spacecraft and Rockets, vol. 18, pp.5-10, 1981.
- [2] Bailey, T., Hubbard, J. E., "Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control a Cantilever beam," AIAA Journal of Guidance and Control, vol. 8, no. 5, pp.8-15, 1990.
- [3] Fanson, J. L., Caughey, T. K., "Positive Positive Feedback Control for Large Space Structure," AIAA Journal, vol. 28, no. 4, April 1990.
- [4] Eunsup Sim, and Sung W. Lee, "Active Vibration Control of Flexible Structures with Acceleration Feedback," Journal of Guidance and Control, vol. 16, no. 2, 1992.
- [5] Hanagud, S., Obal, M. W. and Calise, A. J., "Optimal Vibration Control by the Use of Piezo-ceramic Sensors and Actuators," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 15, no. 5, pp.1199-1206, September-October 1992.
- [6] Yashi Shen Homaiyar, A., "Active control of flexible structure using genetic algorithms and LQG/LTR approaches," Proceedings of the American Control Conference, vol. 6, pp. 4398-4402, June 1999.
- [7] Abreu, G. L. C. M., and Ribeiro, J. F., "Active control of flexible structures using adaptive fuzzy controllers and piezoelectric patches," IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, vol. 3, pp.1764-1769, July 2001.
- [8] Daniel J. Inman, Engineering Vibration Prentice-Hall, 1996.
- [9] Preumont A., Vibration control of active structures, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997.
- [10] 최수명, "전자회로 압전체를 이용한 유연 구조물의 능동 진동 제어에 관한 연구," 성균관대학교 공학 박사 학위 논문, 2002.