불확실성하에서의 가스공정 최적화를 위한 감도분석에 대한 연구

최승준, 정기택, 이동언, 윤인섭
서울대학교 응용화학부

Sensitivity Analysis For Gas Process Optimization Under The Uncertainty

Seung-june Choi, Ki-taeg Jung, Dong-eon Lee, En-sup Yoon
School of Chemical Engineering, Seoul National University

1. 서론

최적화를 기반으로 하는 가스공정의 모델은 매개변수 추정치의 불확실성으로 인해 영향을 받기 쉽다. 이 매개변수의 불확실성은 공장의 측량오차와 공정모델과 실제공정와의 차이 등으로 인해서 발생한다. 게다가 이 측정되거나 측정되지 않은 외란의 효과는 매개변수 추정값이 유효한 운전조건으로부터 최적해의 값을 벗어나게 해 결국 모델링의 에러를 증가시키게 된다.

감도분석의 목적은 바로 이런 모델 매개변수에서 예상되는 에러가 주어졌을 때 최적해의 변화를 추정하는데 있다.

만약 매개변수 값에 작은 변화에도 최적해 값이 큰 변화를 하는 매우 민감한 해일 경우 일반적으로 이러한 해는 바람직하지 않다. 이것은 실시간 최적화 시스템에서 작은 모델 불일치에도 이 시스템이 가질 수 있는 해의 범위가 매우 클 수 도 있다는 의미를 포함한다. 즉, 최적해에 비교적으로 큰 영향을 줄 수 있는 모델의 매개변수는 더 정확한 측정치가 필요하다는 것을 의미한다.

이렇게 감도 정보(Sensitivity information)는 모델 에러에 강건한 설계를 하고 실시간 최적화에서 공정모델의 적합한 결정기준을 결정하는데 도움을 준다.

이번 연구의 목적은 온라인 가스 공정 최적화에서의 감도분석을 위한 시스템 방법론을 제시하고자 하였다. 여기서 주된 관심은 여러 가지 매개변수의 이상이

발생하는 불확실성 하에서, 최적 변수값과 최적 목적함수 값의 변화를 연구하는 데 있다. 이를 통해 최적해와 매개변수 이상과의 관계에 대한 정보를 얻을 수 있을 것이다.

이를 위해, 이번 연구에서 제안된 방법론을 여러 개의 장치를 수반하는 수정된 Williams-Otto 공정에 적용하여 비선형의 감도 분석을 실행해 보았다.

2. 이론

2.1 감도 분석(Sensitivity Analysis)

모든 선형계획법 문제에서는 목적함수와 제약조건에 사용되는 계수들이 입력데이터로 주어지게 된다. 단체법을 사용해 문제를 푼다는 것은 이 계수들이 문제를 풀기 전에 모두 주어진다는 것을 기본 전제로 한 것이다. 그러나 많은 경우에 이 계수들은 문제를 푸는 동안에도 변하는 경우가 많다. 예를 들어 제품의 수요가 변한다던가, 원료비가 변한다던가 하는 경우에는 지금 풀어낸 최적해가 반드시 최적이라고 말할 수는 없게 된다. 이 변화에 따른 최적해를 구하려면 문제의 계수들이 바뀔 때마다 다시 풀어내는 수밖에 없게 된다. 따라서, 이러한 상황을 피하려면 선형계획법 문제를 풀 때 단순히 주어진 문제의 최적해를 구하는데서 끝나는 것이 아니라, 문제에서 주어진 계수들의 변화가 원래 문제를 어떻게 바꾸고, 결국 최적해에 어떤 영향을 미치는지 살펴보아야만 한다. 이것을 감도분석(Sensitivity Analysis)라고 부른다. 또한 그 중요성은 다음과 같이 설명될 수 있다.

(a) 매개변수의 변화가 일어날 때 최적해의 안정성이 깨어질 수도 있다. 한 예로 변화되기 전의 최적점을 사용하면 어떤 한 방향에서 매개변수의 작은 변화가 상대적으로 새로운 최적해에 목적함수에서 바람직하지 못한 큰 차이를 초래할 수도 있다. 반면에 또 다른 방향에서 매개변수의 큰 변화가 작은 차이를 가져올 수도 있다. 모델에서 고려되지 않는 공정과 원료의 어떤 고유한 변화가 있는 산업환경에서 근원적인 수정을 필요로 하지 않아도 되는 해를 얻기 위해서 최적해로부터 이동하는 것이 바람직 할 수도 있다.

(b) 입출력 계수, 목적함수의 계수, 우변상수의 값은 조정 가능할 수도 있고 이런 경우 이들 변수가 변함으로써 발생하는 결과의 효과에 대해 알기를 원한다.

입출력 계수, 목적함수의 계수, 우변상수의 값이 조정 가능하지 않을 지라도 이

들 값에 대한 추정은 어림잡을 수 있고, 해가 최적상태를 유지하는 값의 변화범위가 어떤지 아는 것은 중요하다. 만약 최적해가 이들 값에 대해 매우 민감하다면 더 좋은 추정치를 얻는 것이 필요하게 될 수 있다.

2.2 비선형 매개변수 계획법

비선형 매개변수 계획법은 비선형 계획법에 따르는 매개변수화된 해의 거동을 알 수 있다. 비선형 계획법의 해는 KKT(Karush-Kuhn_Tucker) point 조건을 만족하는 일차 최적화에 의해 표현된다.

3. 사례연구

Williams-Otto 공정에서 최적해에서 다중 매개변수 변화가 있을 때에 그 영향에 대해 최적해 경로를 구해보았다.

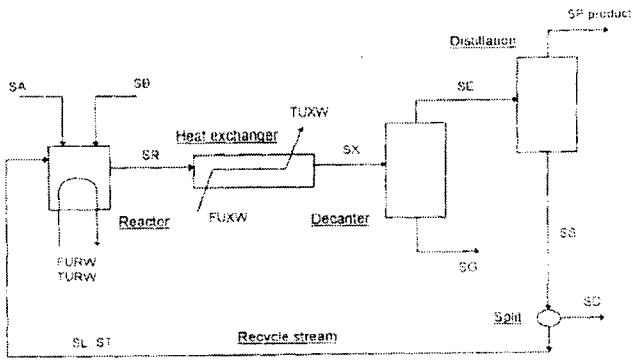

그림 1 Williams-Otto 공정도

이 공정의 목적함수는 다음의 식을 최대화 시키는 것이다.

$$\%return = \sum_{i}^{nstr} (price_i FLOW_i) - A(FUXW + FURW) - B(TURW - T_{tar})^2$$

이 공정을 FORTRAN 서브프로그램인 PITCON을 이용하여 감도분석을 실행하여 보았다.

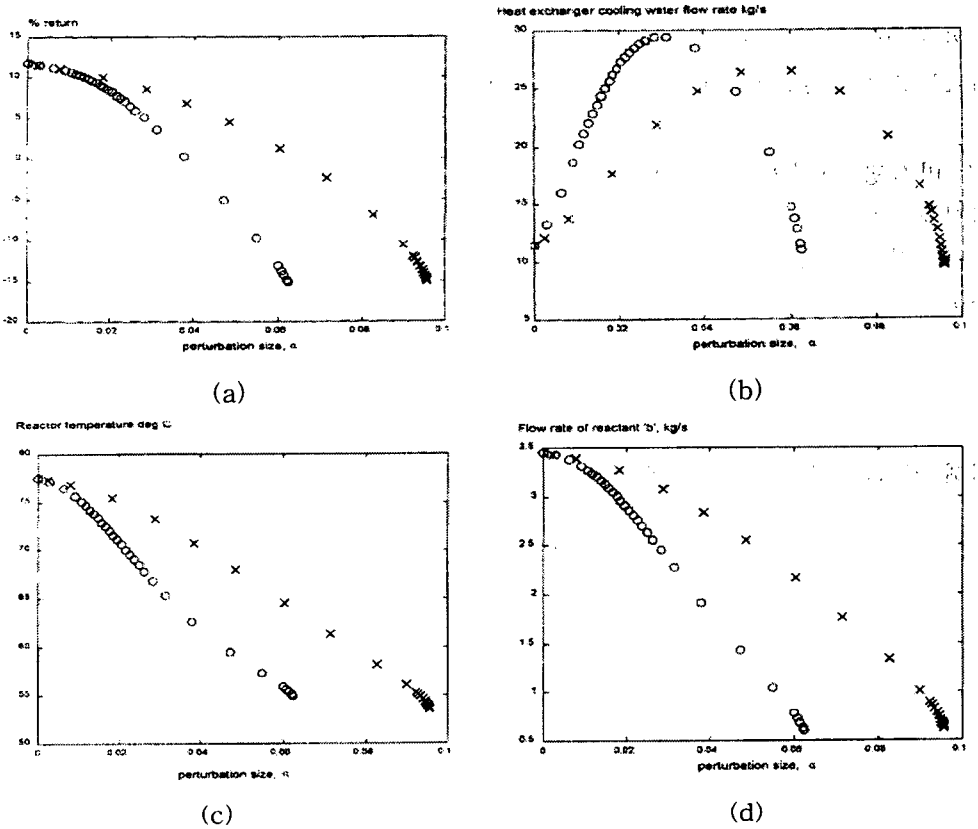

그림 2 Optimal solution path for (a) objective function value; (b) heat exchanger cooling water flowrate (c) Reactor's temperature; (d) flowrate of reactant 'b'

냉각수의 유속은 공정이상의 크기가 0.03 그리고 0.054가 될 때 까지 빠르게 증가 했다. 열교환기에 유입되는 냉각수의 온도가 1.7%만 증가해도 FUXW의 최적값은 세배가까이 상승한다. 또한 그림 (a)를 통해서 이익가능한 한계 매개변수 값을 구할 수 있다.

4. 결론

이번 감도 계산을 통한 사례연구의 주된 이익은 단계사이즈를 통한 공정의 제어와 최적해 획득이 가능해 졌다는 것이다. 또한 이번 제안된 방법을 통해서 공정의 이익을 낼 수 있는 한계 이상점에서의 매개변수의 값을 찾을 수 있었다. 이를

통해 외란과 불확실성 내에서의 가스공정의 운전가능한 범위를 결정할 수 있었다.

5.참고문헌

1. 박순달, "선형계획법", 제4판 113~141, (1999)

2. 이인법 외 6명, "화학공정최적화", 164~168 (1999)

3. Bailey J. K., A. N. Hrymak, S. S Treiber and R. B. Hawkins, Nonlinear optimization of a hydrocracker fractionation plant. Computer chem. Eng, 123~138 (1993)