

## 수정 B-spline 근사를 통한 역공학 적용에 관한 연구

### A Study on Application of Reverse Engineering using Modified B-spline approximation

황 중 대\*

Jong Dae Hwang

정 중 윤\*\*

Jong-Yun Jung

정 윤 교\*\*\*

Yoon Gyo Jung

#### ABSTRACT

Reverse Engineering is to find CAD model through measured data of a physical model which is not available in CAD model. The measured data are obtained from measuring with Coordinate Measuring Machine or Laser Scanner. This paper introduces efficient methods of reconstruction through the application of the Reverse Engineering using Modified B-spline approximation.

#### 1. 서론

CAD 모델이 존재하지 않는 복잡하고 다양한 자유곡면 형상의 제품을 신속하고 정확하게 개발하기 위한 효과적인 방법의 하나로 역공학(reverse engineering)기법이 제시되어 현재 상당한 기술적 진전이 이루어졌다[1]~[7]. 접촉식 좌표측정기는 비접촉식에 비해 매우 정밀하며 측정물이 복잡한 형상으로 꼬여있을 경우에도 회전프로브들의 보정을 통해 하나의 좌표계를 사용할 수 있어 복잡형상의 역공학에 적합하다. 그런데 자동 스캐닝 측정이 불가능할 경우에는 수동 측정을 해야하는 어려움이 있으며 이과정에서 오차가 발생한다. 따라서 수동측정 과정에서 발생하는 오차를 최소화하는 방법으로 '수정 B-spline 근사 알고리즘'을 제안하고 이 알고리즘을 통해 생성된 데이터로 다시 프로그램 측정의 과정을 거쳐, 최종의 적합화된 근사곡선을 얻는 방법을 찾아내는 것을 본 논문의 주목적으로 한다. 이렇게 찾아낸 근사곡선 데이터는 NUBS surface 알고리즘에 적용하여 곡면생성에 사용하며, 생성된 곡면의 오차를 비교하기 위해 CATIA(Dassalt system. France)를 사용하여 각각의 오차를 분석함으로써 본 연구에서 제시한 알고리즘의 신뢰성을 검증하고자 한다.

---

\*창원대학교 대학원 기계공학과

\*\*창원대학교 산업시스템공학과

\*\*\*창원대학교 메카트로닉스공학부

## 2. 단면곡선의 적합화

### 2.1 B-spline과 B-spline의 근사 곡선

B-spline curve fitting은 주어진 점데이터를 모두 지나는 보간(interpolation)곡선법으로 Fig. 1과 같이 도시할 수 있으며 식(1)과 같이 나타낼 수 있다[1].

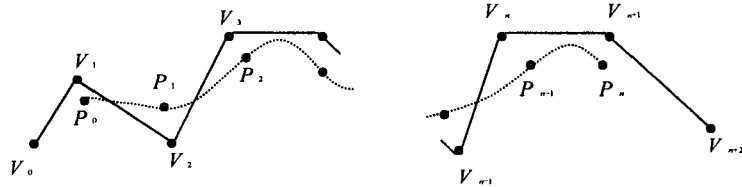


Fig. 1 Construction of Composite B-spline curve

$$r^i(u) = U N R^i \quad \text{for } i=0,1,2,\dots,n-1, \quad \text{where, } U=[1 \ u \ u^2 \ u^3],$$

$$N = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad R^i = [V_i \ V_{i+1} \ V_{i+2} \ V_{i+3}]^T \quad (1)$$

B-spline 곡선은 주어진 데이터나 측정점을 지나는 보간 곡선이다. 그런데 본 논문에서 필요로 하는 곡선은 들쭉날쭉하게 산포된 측정점의 사이를 지나는 부드러운 근사(approximation) 곡선이다. 따라서 '측정점을 조정점으로 하는 B-spline 곡선'의 근사 방법을 제안한다. 식(1)과 같이 도출된 복합 B-spline은 free end condition에 의한 곡선의 양끝 tangents 및 주어진 측정점을 가지고 조정점을 구하는 과정을 필요로 한다. 측정점을 조정점으로 하여 B-spline 곡선을 근사하기 위해서 단순히 식(1)의  $R^i = [V_i \ V_{i+1} \ V_{i+2} \ V_{i+3}]^T$ 를  $R^i = [P_i \ P_{i+1} \ P_{i+2} \ P_{i+3}]^T$ 로 대체한다.

### 2.2 수정 B-spline curve

Fig. 2와 같이 '측정점을 조정점으로 하는 B-spline의 근사' 방식은  $P_1$ 과  $M_0$ 를 잇는 곡선의 1/3인 점과  $P_2$ 와  $M_1$ 을 잇는 곡선의 1/3인 점을 곡선의 시작과 끝점으로 하는 근사 곡선이다. 그런데 측정점의 사이를 최대한 근사하며 지나는 곡선을 fitting하기 위해서는 1/3인 지점보다는 Fig. 3과 같이 1/2인 지점을 지나는 것이 근사의 목적에 더욱 부합할 것이다. Fig. 3과 같은 수정 B-spline curve 를 정의하기 위한 경계조건은 아래와 같다.

- i)  $M_0 = (P_0 + P_2)/2$  ;  $M_1 = (P_1 + P_3)/2$  ;  $P'_0 = (P_1 + M_0)/2$  ;  $P'_1 = (P_2 + M_1)/2$ .
- ii) It starts from  $P'_0$  and ends at  $P'_1$

- iii) The start tangent vector  $t_0$  at  $P_0'$  is equal to  $(M_0 - P_0)$
- iv) The end tangent vector  $t_1$  at  $P_1'$  is equal to  $(P_3 - M_1)$

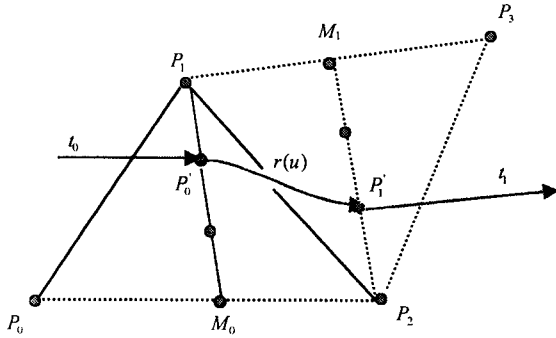


Fig. 2 측정점을 조정점으로 하는 B-spline

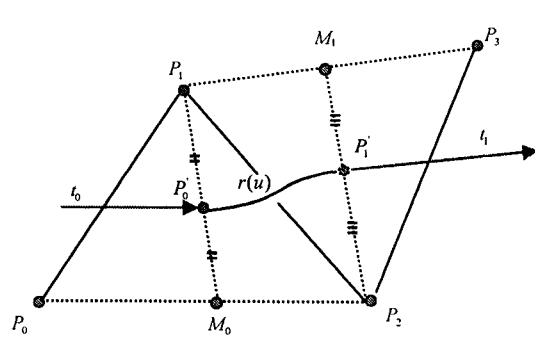


Fig. 3 수정 B-spline 근사 곡선

수정 B-spline의 경계조건을 수식으로 표현하면 식(2)의 'Boundary condition'과 같고 Ferguson curve 식에 대입하면 구하고자 하는 수정 B-spline의 행렬식이 완성된다. Curve segment가 n개로 확장되면 주어진 측정점을 모두 사용하여 composite modified B-spline curve의 일반식을 식(3)과 같이 구할 수 있다.

Boundary condition

$$\begin{cases} P_0' = r(0) = [2P_1 + (P_0 + P_2)]/4 \\ P_1' = r(1) = [2P_2 + (P_1 + P_3)]/4 \\ t_0 = \dot{r}(0) = (P_2 - P_0)/2 \quad ; \quad t_1 = \dot{r}(1) = (P_3 - P_1)/2 \end{cases} \longrightarrow S = \begin{bmatrix} P_0' \\ P_1' \\ t_0 \\ t_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = K_m R$$

Ferguson curve

$$\begin{cases} r(u) = UA = UCS \quad \text{with } 0 \leq u \leq 1 \\ = \begin{bmatrix} u & u^2 & u^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ t_0 \\ t_1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

Modified B-spline curve

$$\begin{cases} r(u) = UCS = UC(K_m R) = U(CK_m)R = UNR \\ \text{with } 0 \leq u \leq 1 \\ \text{where, } U = \begin{bmatrix} u & u^2 & u^3 \end{bmatrix} \\ N_m = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ R = [P_0 \ P_1 \ P_2 \ P_3] \end{cases} \quad (2)$$

$$r^i(u) = U N_m^i R^i \quad \text{for } i=0,1,2,\dots,n-1, \quad \text{where, } U = [1 \ u \ u^2 \ u^3],$$

$$N_m^i = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R^i = [P_i \ P_{i+1} \ P_{i+2} \ P_{i+3}]^T \quad (3)$$

### 2.3 수정 B-spline의 검증과 근사곡선을 사용한 프로그램측정

수정 B-spline의 타당성을 검증하기 위하여 수동측정에 의해 산포된 점들을 입력점으로 하여 1) B-spline 보간곡선 2) 측정점을 조정점으로 하는 B-spline 근사곡선 3) 수정 B-spline 근사곡선의 알고리즘을 적용하여 Fig. 4와 같이 Visual C++과 OpenGL 라이브러리를 통해 구현하였다. fitting 결과 수정 B-spline이 가장 부드럽게 근사되었음을 알 수 있다. 가시적으로 표현된 결과와 더불어 수치적으로 비교하기 위하여 CATIA를 사용한 곡률해석을 수행하였다. 곡률해석 결과 수정 B-spline의 최대곡률이 아래 표와 같이 가장 작았으며 따라서 가장 부드럽게 근사되었음을 알 수 있다.

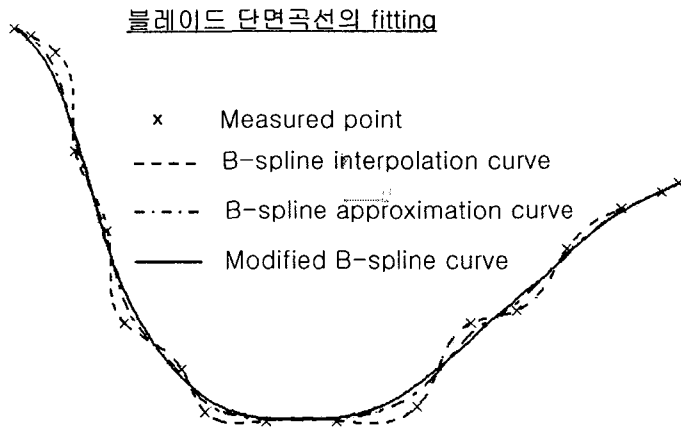


Fig. 4 Fitting 방식에 따른 곡선의 비교

구분	B-spline 보간곡선	B-spline 근사곡선	수정 B-spline 근사곡선
최대곡률	0.159	0.0951	0.0514

수정 B-spline을 통해 생성한 곡선은 곡면상에서 들쭉날쭉하게 산포되어 있는 측정점의 사이를 지나는, 부드러운 근사곡선이긴 하지만 실제 곡면상의 곡선이 아닌 곡면의 상하를 통과하는 부정확한 곡선이기 때문에 프로그램 측정과정을 통해 실제 곡면상의 곡선으로 보상해줄 필요가 있다. Fig. 5는 이와같이 근사곡선의 점데이터를 입력점으로 하여 다시 CMM에서 프로그램 측정을 하여 얻어진 임펠러 단면의 보간곡선 형상으로 그림과 같이 부드럽게 근사되었다. 이는 NUBS 곡면생성 알고리즘에 입력할 최종의 적합화된 점데이터를 얻기 위한 단면곡선이 된다.

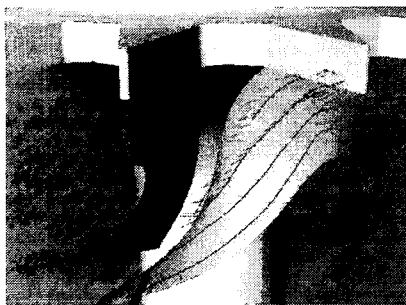


Fig. 5 근사곡선의 프로그램 측정

### 3. NUBS 곡면생성

NUBS(Non-Uniform B-spline) 곡면 생성 알고리즘은 식(4)와 같다.<sup>[1]</sup>

$$r^{ij}(u, v) = U N_s B^j N_t^T V^T \quad (4)$$

Fig. 6의 (a)와 Fig. 7의 (a)는 각각 버켓블레이드와 임펠러의 블레이드면을 수동측정

한 후 적합화를 거치지 않고 NUBS fitting한 그림이다. Fig. 6의 (b)와 Fig. 7의 (b)는 적합화를 거친 입력점으로 NUBS fitting한 그림으로 각각 Visual C++과 OpenGL 라이브러리를 통해 구현하였다.

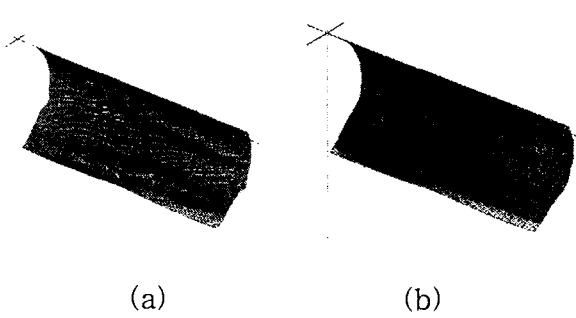


Fig. 6 버킷블레이드의 곡면 모델링

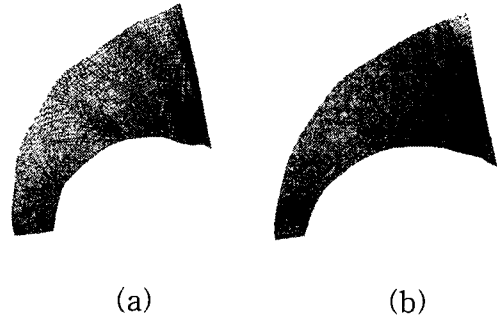
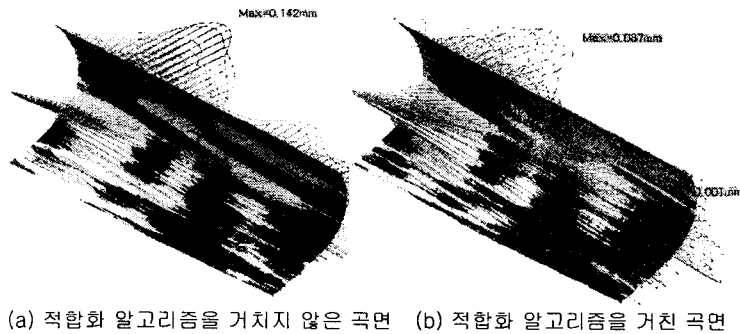
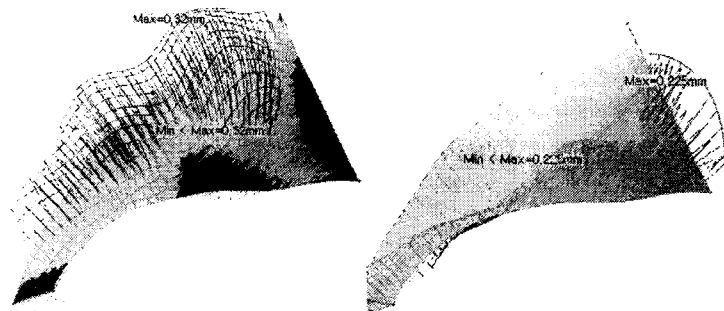


Fig. 7 임펠러 블레이드 곡면 모델링

#### 4. 결론 및 분석



(a) 적합화 알고리즘을 거치지 않은 곡면 (b) 적합화 알고리즘을 거친 곡면  
Fig. 8 표준곡면과의 오차비교(Bucket Blade)



(a) 적합화 알고리즘을 거치지 않은 곡면 (b) 적합화 알고리즘을 거친 곡면  
Fig. 9 표준곡면과의 오차비교(Impeller Blade)

Fig. 6과 Fig. 7을 통하여 본 논문에서 제시한 수정 B-spline 알고리즘과 프로그램 측정 프로세스를 통해 적합화된 NUBS 곡면이, 그렇지 않은 곡면보다 부드럽게 fitting된 것을 확인하였다. 곡면에 대한 가시적인 비교와 더불어 Fig. 8과 Fig. 9에서는 표준모델과의 오차비교를 수행하였다. 표준모델은 측정점과의 오차가 0.02mm 이내로 fitting된 CATIA에 의한 표준곡면이다. Fig. 8의 (a)와 Fig. 9의 (a)는 표준곡면과 적합화를 거치지 않은 곡면과의 오차를, Fig. 8의 (b)와 Fig. 9의 (b)는 적합화를 거친 곡면과의 오차를 비

교한 것으로 비교결과 블레이드의 경우, 적합화를 거친 곡면은 허용오차인 0.1mm(녹색 선) 이내로 모두 fitting되었고, 임펠러의 경우도 적합화를 거친 곡면은 곡면의 끝부분을 제외한 대부분의 영역에서 0.1mm 이내로 fitting된 것을 확인할 수 있다. 이상의 과정으로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. 수동측정에 의한 에러를 최소화하기 위하여 '수정 B-spline 근사 알고리즘'을 개발하고, 이 때 출력된 점데이터를 통한 프로그램측정 프로세스를 거쳐 최종의 적합화된 단면곡선을 얻을 수 있었다.
2. 적합화된 점데이터를 입력점으로 하는 NUBS 곡면생성 알고리즘을 적용하여 Visual C++와 OpenGL에서 곡면을 구현한 결과 허용오차 이내로 fitting되었다.
3. 본 논문에서 제시한 알고리즘을 사용하여 출력된 점데이터는 CAM을 위한 CC(cutter contact) 데이터로 사용할 수 있으며 CATIA등의 상용소프트웨어에 입력하여 Fig. 10 및 Fig. 11과 같은 솔리드 모델링을 위한 기초 데이터로 활용할 수 있다.

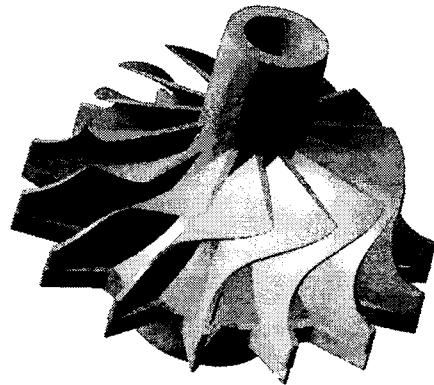
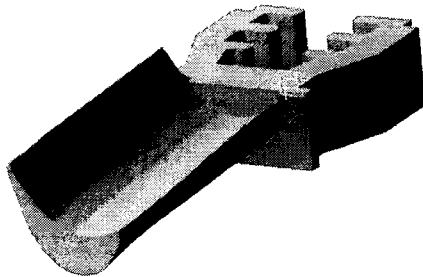


Fig. 10 Bucket blade의 솔리드 모델링      Fig. 11 Impeller의 솔리드 모델링

### 참고문헌

- [1] 최병규, Surface Modeling for CAD/CAM, 1991.
- [2] 한동구, 이기현, 허성민, 이석희, "Reverse Engineering을 위한 단면데이터의 영상처리", 한국정밀공학회 99년도 춘계학술대회논문집, 계명대학교 pp.414~417, 1999.
- [3] 박정환, 고태조, "CAD 모델에 기초한 기상측정 시스템", 한국정밀공학회지, 제18권, 제6호, pp37~pp42, 2001.
- [4] 박연근, 고태조, 김희술, "역공학에서 센서융합에 의한 효율적인 데이터 획득", 한국정밀공학회지, 제18권 제9호, 2001.
- [5] Les Piegl and Wayne Tiller, "Algorithm for approximate NURBS skinning," Computer-Aided Design, Vol. 28, No. 9, pp. 699~706, 1996.
- [6] 허성민, 최재원, 이석희, "자유곡면 생성을 통한 역공학 적용에 관한 연구", 한국정밀공학회지, 제18권, 제10호, pp168~177, 2001.
- [7] 이현직, 고태조, 김희술, "점데이터의 Rational B-spline 근사를 통한 역공학", 한국정밀공학회지, 제16권 제5호, 1999.

---

### 후기

본 연구는 과학기술부 · 한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계기술연구센터의 지원에 의해 수행되었습니다.