

가변추출구간을 이용한 계수치 관리도의 수행도 평가

Evaluation of Performance on Attribute Control Chart using Variable Sampling Intervals

송서일*

Suh-Il Song

이보근**

Lee-Bo Geun

Abstract

In case of pn control chart often used in mass production system of plant industry and so on, we could evaluate it's performance by the approximation to normal distribution. It has many differences according to sample sizes and defective fraction, and have disadvantage that needs much samples to use the normal distribution approximation. Existent control charts can not detect the cause of process something wrong because it is taking the sampling intervals of fixed length about all times from the process.

Therefore, to overcome this shortcoming we use VSI(variable sampling intervals) techniques in this paper. This technique takes a long sampling interval to have the next sampling point if the sample point is in stable state, and if the sample point is near control lines, it takes short sampling interval because the probability to escape control limit is high. To analyze performance of pn control charts that have existent fixed sampling intervals(FSI) and that use VSI technique, we compare ATS of two charts, and analyze the performance of each control chart by the sample sizes, process fraction defective and control limits that Ryan and Schwertman had proposed.

1. 서론

통계적 공정관리도는 공정에서의 제품 품질의 변동을 초래하는 어떤 변화를 탐지하는 목적을 가지고 공정을 모니터링하는데 널리 사용되어졌다. 보통 현장에서는 정규적인 정해진 시점에서 공정으로부터 샘플을 취하는 것으로, 고정된 샘플링 간격을 사용

* 동아대학교 산업시스템공학과 교수

** 동아대학교 산업시스템공학과 박사과정 수료

하였다.

최근에 샘플링 간격을 공정으로부터 관측된 샘플에 따라 다양하게 사용하는 VSI 관리도에 대한 연구가 광범위하게 이루어졌으며, 그중 VSI 관리도의 기본 개념은 샘플을 취한 후에 다음 샘플의 간격을 결정하는 것으로, 다음 샘플까지의 샘플간격은 공정변화에 어떤 신호가 있다면 짧아질 것이고, 어떤 신호가 없다면 길어진다.

만약 공정 변화가 발생할 가능성이 충분히 크다면 그때 관리도는 표준 관리도와 같은 방법으로 신호가 나타난다. 본 연구에서는, 동일한 평균 샘플링율과 허위 경보율을 가졌을 때, VSI 관리도는 FSI 관리도보다 본질적으로 대부분의 공정변화를 더 빨리 탐지한다는 것을 보여주고자 한다.

따라서 본 연구에서는 계수치 관리도 중 불량개수 관리도에서 샘플사이의 샘플링 간격이 고정된 경우의 FSI pn 관리도와 신호가 발생함에 따라 샘플간격에 변화되는 가변추출구간을 가지는 VSI pn 관리도를 ATS로 그 수행도들을 비교·평가함으로써 기존 연구들에서 시도되지 않았던 계수치 관리도에 VSI 기법을 적용한 새로운 관리도 절차를 개발하여 통계적 공정관리의 실용성을 높이고자 한다.

또한, 꼬리영역의 확률값으로 계수치 관리도의 관리한계를 설계하고 있는 Ryan과 Schwertman이 제시하는 pn 관리도의 최적관리한계에서 정규분포의 가정으로 3σ 관리한계를 적용하고 있는 계수치 관리도에서의 수행도를 평가하기 위하여 기존의 방법으로 관리도의 수행도를 평가하는 평균 런 길이(ARL : average run length) 평가방법과 VSI 기법을 적용한 관리도에서의 ATS를 비교·검토하고자 한다.

2. 가변추출구간 pn 관리도

샘플 사이의 시간이 다양할 때, 현재의 샘플구간이 이전의 샘플에 의존하는 pn 관리도의 특성을 평가하고자 한다. 긴 샘플 구간은 현재 통계량 값이 공정 목표값 가까이 있을 때 사용되어지고, 반면에 짧은 샘플 구간은 통계량이 관리 한계선 가까이 있을 때 사용된다. 이상상태의 신호는 일반적으로 관리 통계량이 관리한계선을 초과했을 때 발생한다.

긴 샘플 구간 d_2 는 관리 통계량이 식 (2.1)의 영역 내에 있을 때 사용된다.

$$I_2 = [LWL, UWL] \quad (2.1)$$

여기서 $UWL = np + \gamma' \sqrt{np(1-p)}$ 는 경고 상한 관리한계를 나타내고, $LWL = np - \gamma' \sqrt{np(1-p)}$ 는 경고 하한 관리한계를 나타내며, γ' 을 1로 둔다. 유사하게, 짧은 샘플 구간 d_1 은 관리 통계량이 식 (2.2)의 영역에 떨어질 때 사용되어진다.

$$I_1 = [LCL, LWL] \cup (UWL, UCL] \quad (2.2)$$

여기는 $LCL = np - \gamma \sqrt{np(1-p)}$ 와 $UCL = np + \gamma \sqrt{np(1-p)}$ 는 각각 관리 하한과 상한을 나타내며, γ 는 주로 3인 경우이고, 공정이 이상상태로 생각되어지거나 x_i 가 관리 한계 영역밖에 떨어질 때는 조치를 취해야 한다.

이때 pn 관리도에서 샘플이 관리한계 밖에 떨어질 확률은 식 (2.3)과 같고,

$$\alpha = \Pr(x_i \leq np - 3\sqrt{np(1-p)}, \text{ or } x_i \geq np + 3\sqrt{np(1-p)}) \quad (2.3)$$

여기서, α 는 허위경보확률(false alarm)이고, 평균 런길이(ARL)는 평균이 $1/\alpha$ 이고 분산은 $(1-\alpha)/\alpha^2$ 인 기하분포를 따른다. 그러므로 ARL은 식 (2.4)과 같다.

$$ARL = \frac{1}{\alpha} \tag{2.4}$$

VSI 관리도의 연구에서 Cui와 Reynolds는 마코브 체인으로써 나타내어지는 관리도들에 대하여 공정의 목표값으로부터 지정된 이동을 감지하는데 두 개의 샘플 구간으로 두어 사용하였으며, 본 연구의 pn 관리도에서는 Table 1에 의해 d_1, d_2, d_3 의 세 개의 구간으로 나누어 사용하고자 한다.

Table 1. Values of the ATS for FSI and VSI charts for a representative number of intervals

mean shift	fixed interval	variable interval		
		$\eta=2$	$\eta=3$	$\eta=5$
0.030	364.24600	343.638259	370.750407	370.969077
0.031	327.25330	305.170328	330.473197	331.698517
0.032	268.41540	245.302178	267.623971	269.063023
0.033	208.02900	184.841471	203.838791	205.017249
0.034	156.96250	134.603913	150.476775	151.244782
0.035	117.57580	96.655887	109.814423	110.201362
0.036	88.39951	69.235301	80.115158	80.212209
0.037	67.08126	49.776112	58.769168	58.670877
0.038	51.50805	36.030254	43.468794	43.252314
0.039	40.05807	26.299095	32.458852	32.180462

*sampling intervals : fixed, $d=1$; $\eta=2, d_i=(0.1, 1.9)$ cutoff value =0.7
 $\eta=3, d_i=(0.1, 1.0, 1.9)$ cutoff value =0.2, 1.5
 $\eta=5, d_i=(0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 1.9)$ cutoff value =0.2, 0.5, 1.0, 1.7

이때 일반적인 FSI 관리도의 신호가 발생하기 까지의 시간은 런길이에 고정된 구간을 곱함으로써 쉽게 구할 수 있으나, VSI 관리도에서는 구간이 일정하지 않으므로 다음과 같이 구하여 진다.

VSI np 관리도의 ATS는 식 (2.5)과 같다.

$$\begin{aligned}
 ATS &= \sum_{j=1}^n d_j \frac{p_j}{\alpha(1-\alpha)} \quad \eta=1, 2, 3 \\
 &= d_1 \frac{p_1}{\alpha(1-\alpha)} + d_2 \frac{p_2}{\alpha(1-\alpha)} + d_3 \frac{p_3}{\alpha(1-\alpha)} \tag{2.5}
 \end{aligned}$$

여기서, p_1 은 샘플이 구간 I_1 에 속할 확률, p_2 는 샘플이 구간 I_2 에 속할 확률이고, p_3 는 샘플이 구간 I_3 에 속할 확률을 뜻한다.

3. 수행도 평가

1) 고정과 가변추출구간 pn 관리도의 수행도 평가

본 연구에서 pn 관리도의 수행도를 분석하기 위하여 Fortran IMSL 프로그램 BINDF를 이용하여 이항분포의 누적확률밀도 함수를 계산하고, 이때의 샘플크기 n 는 200이고, 불량률 p 는 0.05를 따른다고 가정한다.

Table 2는 샘플크기와 불량률을 200과 0.05로 고정시켜놓고 불량률이 0.001씩 0.064까지 증가할 경우의 두 관리도를 비교한 것이다. Table 2.에서도 보듯이 불량률이 변화함에 따라서 빠른 감지를 보여주고 있는 관리도는 VSI 기법을 이용한 pn 관리도이다. 따라서 기존의 관리도보다 세 개의 구간으로 나눈 VSI 기법을 사용한 관리도가 불량률 변화의 탐지와 정규분포에 근사할 경우에 더 좋은 수행도를 보여줄 수 있다.

2) 최적관리한계 내에서의 수행도 평가

본 연구에서는 Ryan과 Schwertman이 제시하고 있는 pn 관리도에서의 최적 관리한계에서 FSI pn 관리도와 VSI 기법을 이용한 pn 관리도에서의 수행도를 비교한다.

Table 5는 Ryan과 Schwertman이 제시하는 값을 적용하였을 때의 FSI pn 관리도에서 평균 불량률 변화에 따른 ARL의 변화와 세 개의 구간으로 나눈 VSI 기법을 적용한 pn 관리도에서의 평균 불량률 변화에 따른 ATS의 변화를 비교한 것이다.

Table 2. Comparison of the ATS for FSI and VSI pn charts
(in case shift p)

FSI pn -chart		VSI pn -chart	
p	ATS	p	ATS
0.050	370.42080	0.050	372.039363
0.051	298.50300	0.051	298.491215
0.052	241.27560	0.052	240.489141
0.053	196.55550	0.053	194.642704
0.054	161.15720	0.054	158.280555
0.055	132.98230	0.055	129.323732
0.056	110.42670	0.056	106.162974
0.057	92.26318	0.057	87.554229
0.058	77.55051	0.058	72.534700
0.059	65.56422	0.059	60.357335
0.060	55.74387	0.060	50.440492
0.061	47.65385	0.061	42.329533
0.062	40.95374	0.062	35.667601
0.063	35.37609	0.063	30.173383
0.064	30.70967	0.064	25.624159

Table 3는 Ryan과 Schwertman이 제시하고 있는 최적관리한계는 공정불량률 p 값에 따른 위·아래쪽의 꼬리영역에 대한 확률값을 계산하여 각각의 ARL이 $1/\alpha$ 로 740.7에 근사하는 관리한계를 구하므로 하한 관리한계의 폭이 좁아졌으며, 본 연구에서도 Ryan과 Schwertman이 제시하고 있는 최적관리한계에서 FSI pn 관리도의 관리한계 밖에 벗어날

확률 α 를 계산하여 ARL을 구하였으며, VSI 기법을 적용한 pn 관리도에서는 Table 2에서 제시된 3개의 구간으로 나누어 식 (2.5)에 의해 ATS를 구하였다.

Table 3에서 나타나듯이 안정상태에서 ARL과 ATS는 거의 유사하게 나왔으며, 공정평균 불량률이 변함에 따라 VSI 기법을 적용한 pn 관리도가 FSI pn 관리도 보다 더 수행도가 좋게 나타나고 있다. 따라서 정규분포에 근사할 경우에 FSI pn 방법을 사용하는 것 보다 본 연구에서 제시한 VSI 기법을 적용한 관리도를 사용하는 것이 더 낫을 것으로 본다.

그리고 Fig. 1.는 Table 1에 제시된 공정불량률이 0.03일 경우의 Ryan과 Schwertman이 제시하고 있는 관리한계내에서의 FSI pn 관리도와 3개의 구간으로 나눈 VSI pn 관리도를 비교한 그림이다. 그 결과 안정상태 즉, 공정평균 불량률이 0.03일 경우에는 모두다 거의 유사하게 나타나고 있으며, 공정평균 불량률이 0.001씩 증가함에 따라 3개의 구간으로 나눈 VSI pn 관리도가 수행도가 더 좋게 나타나고 있다.

Table 3. Comparison of the ATS for FSI and VSI pn charts using control limit by Ryan and Schwertman(in case of fixed $n=357$, shift $p=0.03$)

FSI pn - chart		VSI pn -chart	
p	ATS	p	ATS
0.030	364.2460	0.030	370.750407
0.031	327.2533	0.031	330.473197
0.032	268.4154	0.032	267.623971
0.033	208.0290	0.033	203.838791
0.034	156.9625	0.034	150.476775
0.035	117.5758	0.035	109.814423
0.036	88.39951	0.036	80.115158
0.037	67.08126	0.037	58.769168
0.038	51.50805	0.038	43.468794
0.039	40.05807	0.039	32.458852

* $\eta=3, d_i = (0.1, 1.0, 1.9)$ cutoff value =0.2, 1.5

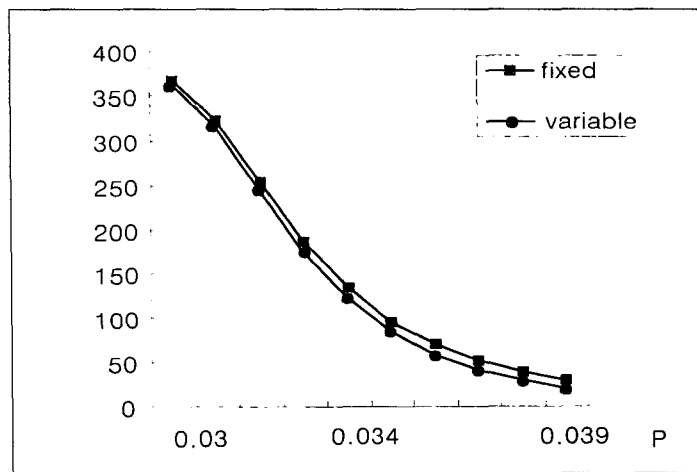


Fig. 1. Comparison of FSI and VSI pn control chart for ATS($n=474, p=0.03, \text{cutoff value} = 0.2, 1.5$)

따라서 Ryan과 Schwertman이 제시하는 관리한계내에서 FSI pn 관리도 보다 본 연구에서 제시한 3개의 구간으로 나눈 VSI pn 관리도의 수행도가 더 좋음을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 기존의 고정된 샘플구간을 갖는 pn 관리도와 VSI 기법을 이용한 pn 관리도의 수행도를 분석하고자, Ryan과 Schwertman이 제시하는 샘플크기, 공정불량률과 관리한계에서 각 관리도의 수행도를 ATS로 비교·분석하였다. 그 결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, Reynold 등은 VSI 기법을 이용한 \bar{X} 관리도에서 샘플링 구간을 2개로 나누었는데, 본 연구의 pn 관리도에서는 3개의 구간으로 나누는 것이 공정평균 불량률이 안정상태일 때와 변화가 발생하였을 때 모두 좋은 수행도를 보였다.

둘째, Ryan과 Schwertman이 제시하는 pn 관리도에서의 샘플크기와 공정불량률에 따른 최적 관리한계를 사용하여 분석한 결과, 고정된 샘플크기를 갖는 pn 관리도와 3개의 샘플링 구간을 갖는 VSI pn 관리도에서 각 공정불량률에 따른 안정상태일 때는, 두 관리도의 ATS가 유사하게 나왔으며, 공정에 변화가 발생하여 공정불량률이 증가하였을 때는, 본 연구에서 제시하는 3개의 샘플링 구간을 갖는 VSI pn 관리도가 더 우수함을 보여주고 있다.

따라서, pn 관리도를 사용하는 산업계에서 샘플링 구간을 고정시키는 것보다 본 연구에서 제시하는 가변추출구간을 적용하여 공정상에 발생하는 변화를 더 잘 탐지하고 이상상태에 대한 조치를 빨리 할 수 있으므로 VSI pn 관리도를 현장실무에 적용하는 것이 보다 더 바람직할 것으로 생각된다.

참고 문헌

- [1] Arnold. R. W.; "A Markovian Sampling Policy Applied to Quality Monitoring of Streams," Biometrics, Vol. 26, pp. 739-747, 1970.
- [2] Baxley. R. V., Jr.; "An Application Variable Sampling Interval Control Chart," Journal of Quality Technology, Vol. 27, pp. 275-282, 1995.
- [3] Soffer. S. B.; "Transformed p Chart for Variable Sample Size," Journal of Quality Technology, Vol. 13, No. 3, pp. 189-191, 1981.
- [4] Rocke. D. M.; "The Adjusted p Chart and u Chart for Varying Sampling Size," Journal of Quality Technology, Vol. 22, No. 3, pp. 206-209, 1990.
- [5] Ryan. T. P., and N. C. Schwertman.; "Implementing Optimal Attributes Control Charts," Journal of Quality Technology, Vol, 29, No. 1, pp. 99-104, 1997b.
- [6] Cui. R., and Reynolds. M. R., Jr.; " \bar{X} Chart With Runs Rules and Variable Sampling Intervals," Technical Report 88-1, Virginia Polytechnic Institute and State University, Dept. of Statistics, 1988.
- [7] Ryan. T. P.; Statistical Methods for Quality Improvement, John Wiley & Sons, New York, NY, 1989.