

침단 질량을 갖는 선형 원뿔대의 자유진동

On the Free Vibration of Immersed Linearly Tapered Beam with a Tip Mass

신 영 재* · 성 경 윤** · 윤 종 학***
Young-Jae Shin, Kyung-Yun Sung and Jong-Hak Yun

Key Words : Linearly tapered column(선형 원뿔대), tip mass(침단질량), Bernoulli-Euler beam (베르누이 오일러 빔), natural frequency(고유진동수)

Abstract

A linearly tapered beam immersed partially in other material is considered and is modelled as a linearly tapered Bernoulli-Euler beam fixed at the bottom with a concentrated mass at the top. Its governing equations is derived and its free vibration analysis is performed for various boundary conditions. And the rotatory inertia of the eccentric lumped tip mass is considered.

The problem of determining the natural frequencies leads to an eighth order determinant. The solutions of the frequency equations are obtained numerically. The non-dimensional frequency parameters are given in tabular form and the influence of non-dimensional parameters on natural frequency is discussed for various conditions.

1. 서론

항구 갑문의 지지물, 댐, 타워, 전신주 등과 같이 일부가 다른 물질속에 들어 있는 구조물의 경우 바람, 유체의 흐름 혹은 지진이 발생하는 지역에서는 이들의 영향에 의해 여러 가지 동적 하중을 받게 된다. 해안 구조물은 파도의 영향을 가장 많이 받으며, 파도에 의한 힘은 수정 모리슨 식에 의해 계산된다.⁽¹⁾ 이러한 구조물을 설계하거나 파도에 의한 동적 응답을 해석하기 위해서는 고유진동수의 해석 및 계산이 선행되어야 한다.

일반적으로 물에 잠긴 파이프나 타워와 같은 해안 구조물의 설계시에는 침단 질량을 갖는 외팔보로 모델링하여, 외팔보의 일부분이 물에 잠겨 있기 때문에 외팔보를 두 부분으로 구성되어 있는 것으로 간주하여 해석하고 있다.^(2,3) 즉, 물에 잠긴 부분은 물에 의한 질량 부가의 효과가

있으므로 보의 밀도보다 높은 등가밀도 (equivalent specific density)를 가지는 보로 해석한다.

대부분의 연구는 균질의 외팔보 및 선형 단면 변화를 가지는 외팔보에 관한 것이고, 밀도가 다른 두 부분으로 이루어진 균일 단면의 보에 대한 연구는 소수의 논문에서만 다루고 있다.^(4~8)

침단 질량을 가지는 구조물에 대한 연구로는 Mabie와 Rogers가 침단에 집중 질량(lumped tip mass)을 가지는 외팔보에 대한 정해를 Bessel 함수의 형태로 구하였으며, 이를 응용하여 Auciello가 침단 질량을 가지는 보의 단면이 선형적으로 변하는 경우의 해를 구하였다.^(7,9) To는 침단의 하중이 편심이 되어 있는 외팔보의 진동에 대해서 연구를 하였다.⁽¹⁰⁾

또한 Laura와 Gutierrez는 고전 Rayleigh-Ritz 방법을 사용하여 침단질량을 갖는 가변단면의 외팔보의 고유진동수를 구하였으며, Grossi 등은 양단에 침단질량과 스프링을 갖는 보의 고차 모드의 고유진동수를 상당히 정확하게 구하였다.^(11,12) 그 밖에도 Chan과 Wang 등은 밀도가 부분적으로 다른 보에 대한 해석을 수행하였다.⁽¹³⁾

본 논문에서는 밀도가 다른 물질에 묻혀있는

* 정희원, 안동대학교 기계 공학부
E-mail : yjshin@andong.ac.kr
Tel:(054)820-5495, Fax: (054)823-5495
** 경북대학교 대학원 기계공학부
*** 안동대학교 대학원 기계공학부

첨단 질량을 갖는 선형 원뿔대 (truncated circular cone)의 지배방정식을 유도하여 주파수 방정식 (frequency equation) 및 해를 구하였으며, 선형 원뿔대의 제반 무차원 변수인 무차원 직경(dimensionless diameter), 무차원 잠긴 길이(dimensionless immersed length), 무차원 질량 관성모멘트(dimensionless mass moment of inertia), 무차원 모멘트(dimensionless moment) 및 무차원 밀도(dimensionless density)에 대한 수치해석을 통하여 원뿔대의 진동특성 등을 분석, 고찰하였다.

2. 지배방정식

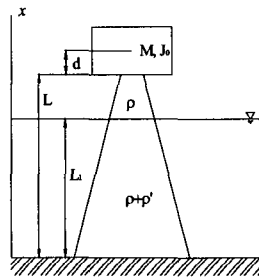


Fig. 1. Structural system under study

갑문을 지지하는 원통형 지지물이나 연못 등에 설치되는 조형물 혹은 전신주와 같은 구조물을 Fig.1과 같이 단면의 크기가 선형적으로 변하는 구조물로 모델링할 수 있다. 여기서 갑문을 지지하는 구조물의 경우 갑문의 질량을 원뿔대 위에 설치된 추가 질량(additional mass)으로 간주하였다.

원뿔대의 지배방정식을 수립하기 위해서는 원뿔대가 부분적으로 다른 물질에 묻혀 있기 때문에 묻힌 부분의 밀도에 외부의 밀도를 고려하여 계산하여야 한다. 그래서 원뿔대의 묻힌 부분 (I-부분)과 나머지 부분 (II-부분)으로 나누어 지배방정식을 유도할 필요가 있다.

I-부분에서의 원뿔대의 지배방정식은 식(1)과 같이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w_1(x,t)}{\partial x^2} \right] + (\rho + \rho') A(x) \frac{\partial^2 w_1(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad 0 \leq x \leq L_1 \quad (1)$$

II-부분은 다음 식과 같은 지배방정식을 얻게 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial x^2} \right] + \rho A(x) \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad L_1 \leq x \leq L \quad (2)$$

상기 식에서 EI 는 굽힘 강성(bending stiffness), ρ 는 원뿔대의 밀도, ρ' 는 원뿔대를 묻고 있는 물질의 밀도, A 는 원뿔대의 단면, $w_1 = w_1(x, t)$ 은 I-부분에서의 변위함수이며, $w_2 = w_2(x, t)$ 는 II-부분에서의 변위함수이다.

상기 지배방정식 (1), (2)에 부가되는 경계조건과 연속조건은 구조물의 양단 상황과 구조물의 연속성을 고려하여 얻게 된다.

경계조건은 우선 원뿔대의 아래쪽 첨단 ($x=0$)이 고정되어 있으므로 변위와 기울기가 0이 되므로 이를 수학적으로 표현하면

$$w_1(x,t) = 0 \quad \text{at } x = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial w_1(x,t)}{\partial x} = 0 \quad \text{at } x = 0 \quad (4)$$

로 되고, 원뿔대의 위쪽 첨단 ($x=L$)은 자유단이기 때문에 모멘트와 전단력에 관한 조건이 부가되어 다음과 같은 경계조건식을 얻게 된다.

$$EI(x) \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial x^2} = -(J_0 + Md^2) \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial x \partial t^2} - Md \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial t^2} \quad \text{at } x = L \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [EI(x) \frac{\partial w_2(x,t)}{\partial x}] = M \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial t^2} + Md \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial x \partial t^2} \quad \text{at } x = L \quad (6)$$

여기서 첨단 질량을 M , 질량중심에 대한 관성모멘트를 J_0 , 원뿔대의 길이를 L 그리고 원뿔대의 위쪽 첨단에서 첨단 질량의 중심까지의 거리를 d 로 나타내었다.

연속조건은 원뿔대를 I, II부분으로 나눠서 해석하였지만, 실제로는 하나의 구조물이므로 경계인 $x = L_1$ 에서 두 부분의 변위, 기울기, 모멘트 및 전단력이 같은 값을 가진다는 조건으로부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$w_1(x,t) = w_2(x,t) \quad \text{at } x = L_1 \quad (7)$$

$$\frac{\partial w_1(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial w_2(x,t)}{\partial x} \quad \text{at } x = L_1 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 w_1(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial x^2} \quad \text{at } x = L_1 \quad (9)$$

$$\frac{\partial^3 w_1(x,t)}{\partial x^3} = \frac{\partial^3 w_2(x,t)}{\partial x^3} \quad \text{at } x = L_1 \quad (10)$$

여기서 L_1 은 원뿔대의 묻힌 부분의 길이를 나타낸다.

원뿔대의 횡방향 변위함수인 $w_1(x,t)$, $w_2(x,t)$ 을 다음 식과 같이 변수분리를 하였다.

$$w_1(x, t) = W_1(x)e^{i\omega t} \quad 0 \leq x \leq L_1 \quad (11)$$

$$w_2(x, t) = W_2(x)e^{i\omega t} \quad L_1 \leq x \leq L \quad (12)$$

여기서 $W_1(x)$ 과 $W_2(x)$ 는 각각 원뿔대의 I-부분과 II-부분의 모드 형상이다.

식(11)과 (12)을 식(1)과 (2)에 대입하면 $W_1(x)$ 과 $W_2(x)$ 에 대한 미분방정식을 얻게 된다.

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI(x) \frac{d^2 W_1(x)}{dx^2} \right] - w^2(\rho + \rho')A(x)W_1(x) = 0 \quad 0 \leq x \leq L_1 \quad (13)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI(x) \frac{d^2 W_2(x)}{dx^2} \right] - w^2 \rho A(x)W_2(x) = 0 \quad L_1 \leq x \leq L \quad (14)$$

원뿔대의 단면 크기와 관성모멘트를 위치 x 의 함수로 나타내면

$$A(x) = A_1 \left[(\alpha - 1) \frac{x}{L} + 1 \right]^2 \quad (15)$$

$$I(x) = I_1 \left[(\alpha - 1) \frac{x}{L} + 1 \right]^4 \quad (16)$$

로 되고, 여기서 α 는 직경비(diameter ratio, $d(L)/d(0)$)이고, A_1 과 I_1 은 각각 $x = 0$ 에서의 단면 크기와 관성모멘트로서,

$$A_1 = \frac{\pi}{4} [d(0)]^2, \quad I_1 = \frac{\pi}{64} [d(0)]^4 \quad \text{이다.}$$

식(15)와 (16)를 식(13)과 (14)에 대입하여 정리하면 식(17)과 (18)과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d^4 W_1}{dx^4} + \frac{8}{L} \frac{\alpha - 1}{X} \frac{d^3 W_1}{dx^3} + \frac{12}{L^2} \frac{(\alpha - 1)^2}{X^2} \frac{d^2 W_1}{dx^2} - \frac{u^4}{X^2 L^4} W_1 = 0 \quad (17)$$

$$\frac{d^4 W_2}{dx^4} + \frac{8}{L} \frac{\alpha - 1}{X} \frac{d^3 W_2}{dx^3} + \frac{12}{L^2} \frac{(\alpha - 1)^2}{X^2} \frac{d^2 W_2}{dx^2} - \frac{u^4}{X^2 L^4} W_2 = 0 \quad (18)$$

여기서 X 는 무차원 변수로서 $X = (\alpha - 1) \frac{x}{L} + 1$ 이

고, $u^4 = \frac{(\rho + \rho')A_1}{EI} L^4 w^2$, $u^4 = \frac{\rho A_1}{EI} L^4 w^2$ 이다.

식(11)과 (12)을 경계조건식과 연속조건식(식(3) ~ 식(10))에 대입하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_1(x) = 0 \quad \text{at } x = 0 \quad (19)$$

$$\frac{dW_1(x)}{dx} = 0 \quad \text{at } x = 0 \quad (20)$$

$$EI(x) \frac{d^2 W_2(x)}{dx^2} = w^2 (J_0 + Md^2) \frac{dW_2(x)}{dx} + w^2 MdW_2(x) \quad \text{at } x = L \quad (21)$$

$$EI_1 X^3 \left[X \frac{d^3 W_2(x)}{dx^3} + 4 \left(\frac{\alpha - 1}{L} \right) \frac{d^2 W_2(x)}{dx^2} \right] = -w^2 MW_2(x) - w^2 Md \frac{dW_2(x)}{dx} \quad \text{at } x = L \quad (22)$$

$$W_1(x) = W_2(x) \quad \text{at } x = L_1 \quad (23)$$

$$\frac{dW_1(x)}{dx} = \frac{dW_2(x)}{dx} \quad \text{at } x = L_1 \quad (24)$$

$$\frac{d^2 W_1(x)}{dx^2} = \frac{d^2 W_2(x)}{dx^2} \quad \text{at } x = L_1 \quad (25)$$

$$\frac{d^3 W_1(x)}{dx^3} = \frac{d^3 W_2(x)}{dx^3} \quad \text{at } x = L_1 \quad (26)$$

식(17)과 (18)를 무차원 변수 X 를 사용하여 무차원화하면 다음과 같은 무차원 지배방정식을 구할 수 있다.

$$X^2 \frac{d^4 W_1}{dX^4} + 8X \frac{d^3 W_1}{dX^3} + 12 \frac{d^2 W_1}{dX^2} - \left[\frac{u'}{\alpha - 1} \right]^4 W_1 = 0 \quad (27)$$

$$X^2 \frac{d^4 W_2}{dX^4} + 8X \frac{d^3 W_2}{dX^3} + 12 \frac{d^2 W_2}{dX^2} - \left[\frac{u}{\alpha - 1} \right]^4 W_2 = 0 \quad (28)$$

식(27)과 (28)의 일반해는

$$W_1(X) = X^{-1} [A_1 J_2(q'X^{0.5}) + B_1 Y_2(q'X^{0.5}) + C_1 I_2(q'X^{0.5}) + D_1 K_2(q'X^{0.5})] \quad (29)$$

$$W_2(X) = X^{-1} [A_2 J_2(qX^{0.5}) + B_2 Y_2(qX^{0.5}) + C_2 I_2(qX^{0.5}) + D_2 K_2(qX^{0.5})] \quad (30)$$

로 표현된다.

여기서 J_n 는 제1종 Bessel 함수(Bessel function of the first kind)이며, Y_n 는 제2종 Bessel 함수(Bessel function of the second kind, Neumann function)이고, I_n, K_n 는 수정된 Bessel 함수(modified Bessel function)이다. 그리고 $q' = 2u'/(\alpha - 1)$, $q = 2u/(\alpha - 1)$ 이며, $A_i, B_i, C_i, D_i (i=1, 2)$ 는 적분 상수이다.

상기의 경계조건과 연속조건식을 무차원화하면 다음과 같이 표현된다.

$$EI_1 \alpha^4 \frac{(\alpha - 1)^2}{L^2} \frac{d^2 W_2(\alpha)}{dX^2} = w^2 (J_0 + Md^2) \frac{\alpha - 1}{L} \frac{dW_2(\alpha)}{dX} + w^2 MdW_2(\alpha) \quad (31)$$

$$EI_1 \alpha^3 \left(\frac{\alpha - 1}{L} \right)^3 \left[\alpha \frac{d^3 W_2(\alpha)}{dX^3} + 4 \frac{d^2 W_2(\alpha)}{dX^2} \right] = -w^2 MW_2(\alpha) - w^2 Md \frac{\alpha - 1}{L} \frac{dW_2(\alpha)}{dX} \quad (32)$$

$$W_1(1) = 0 \quad (33)$$

$$\frac{dW_1(1)}{dX} = 0 \quad (34)$$

$$W_1(X_1) = W_2(X_1) \quad (35)$$

$$\frac{dW_1(X_1)}{dX} = \frac{dW_2(X_1)}{dX} \quad (36)$$

$$\frac{d^2 W_1(X_1)}{dX^2} = \frac{d^2 W_2(X_1)}{dX^2} \quad (37)$$

$$\frac{d^3 W_1(X_1)}{dX^3} = \frac{d^3 W_2(X_1)}{dX^3} \quad (38)$$

여기서 $x_i = (\alpha - 1) \frac{L_i}{L} + 1$ 이다.

원뿔대의 지배방정식의 일반해인 식(29)와 (30)을 경계조건식과 연속조건식 (식(31)~(38))에 대입하여 정리하면

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & \dots & C_{17} & C_{18} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & \dots & C_{27} & C_{28} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & \dots & C_{37} & C_{38} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{73} & \dots & C_{77} & C_{78} & \dots & \dots \\ C_{81} & C_{82} & C_{83} & \dots & C_{87} & C_{88} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ \dots \\ C_2 \\ D_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (39)$$

와 같은 $A_1, B_1, C_1, \dots, C_2, D_2$ 에 관한 행렬 형태의 방정식을 구할 수 있다.

행렬 C_{ij} 의 행렬식을 구하면 진동수 ω 의 함수로 나타내어지는 원뿔대의 특성방정식은 식(40)과 같이 표현된다.

$$|C_{ij}| = 0, \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, 8 \quad (40)$$

따라서, 상기 식(40)의 해가 첨단 질량을 갖는 선형 원뿔대의 고유진동수가 되고, 이 값을 다시 식(39)에 대입하게 되면 각 진동수에 대한 진동모드를 구할 수 있다.

3. 수치해석 결과 및 고찰

본 연구의 수치해석은 참고문헌에 주어진 물성치인 $L=15m, L_1=5m, d=0.5m, D=0.3m, \rho=7850kg/m^3, \rho'=1000kg/m^3, E=2.068 \times 10^{11} Pa$ 등을 사용하여 여러 조건하에서 원뿔대의 고유진동수를 구하였다. 본 해석시 사용된 무차원 변수는 총 5개로서 다음과 같이 표현된다.

α : 원뿔대의 무차원 직경

$\eta = \frac{L_1}{L}$: 원뿔대의 무차원 잠긴 길이

$P = \frac{J_0}{\rho AL^3}$: 원뿔대의 무차원 질량 관성모멘트

$Q = \frac{M}{\rho AL}$: 원뿔대의 무차원 모멘트

$k = \sqrt[4]{\frac{\rho}{\rho + \rho'}}$: 원뿔대의 무차원 밀도

참고문헌에서 사용한 물성치를 사용하여 구한 고유진동수는 참고 문헌과 일치함을 알 수 있었다.⁽⁸⁾

Table 1, 2, 3, 4, 5는 5가지의 무차원 변수 중 4가지를 고정시키고 나머지 값을 변화시킬 때 원뿔대의 고유진동수의 변화 경향을 나타내었다.

Table 1은 원뿔대의 특성치가 $\eta=1/3, P=0.1, Q=0.1, k=0.9704572$ 인 경우, 직경비 α 를 1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 1.6, 1.8 및 2.0로 변화시킬 때 원뿔대의 고유진동수를 1차에서 4차까지 나타내었다. 직경비의 변화에 따른 원뿔대의 고유진동수 특성은 직경비가 증가하면 원뿔대의 1차 고유진동수는 Fig.3에서 보는 바와 같이 감소하다가 일정한 값이 이상에서 증가하였다. 그리고 Fig.2에서 2차 고유진동수는 점차적으로 감소며, 3차 및 4차 고유진동수는 계속 증가한다는 것을 알 수 있다.

Table 1. Variation of frequencies with respect to the dimensionless diameter (α) for $\eta=1/3, P=0.1, Q=0.1, k=0.9704572$

α	1st	2nd	3rd	4th
0[12]	3.85290	11.6712	48.3657	117.188
1.1	3.72670	11.0422	49.2710	121.124
1.2	3.63748	10.3744	50.1970	125.041
1.4	3.56543	8.94051	52.1959	132.881
1.5	3.59240	8.17545	53.2097	136.821
1.6	3.67800	7.36540	53.3077	140.778
1.8	4.45934	5.18988	56.6427	148.746
2.0	-	-	59.1436	156.772

Table 2에서는 원뿔대의 특성치가 $\alpha=1.2, P=0.1, Q=0.1, k=0.9704572$ 인 경우, 길이비 η 를 0, 1/3, 1/2, 2/3 및 1로 변화시킬 때의 원뿔대의 고유진동수를 구한 것으로, 길이비 η 에 의한 원뿔대의 고유진동수의 변화가 거의 없이 거의 일정하다는 것을 알 수 있다.

Table 2. Variation of frequencies with respect to the dimensionless immersed length (η) for $\alpha=1.2, P=0.1, Q=0.1, k=0.9704572$

η	1st	2nd	3rd	4th
0	3.63801	10.3800	50.7912	127.994
1/3	3.63748	10.3744	50.197	125.041
1/2	3.63435	10.3474	49.1211	124.462
2/3	3.62395	10.2918	48.5592	122.792
1	3.55053	10.1711	48.2438	121.216

Table 3과 Table 4에서는 질량 관성모멘트와 모멘트에 따른 고유진동수의 변화 경향을 나타내고 있다. 1차 고유진동수에서는 P, Q의

변화에 상대적으로 적은 변화를 보이지만, P의 변화에 대한 2, 3, 4차 등의 고차 고유진동수에서는 0~0.1사이에서 큰 변화가 있으며, 그 이후에는 변화폭이 작았다. 따라서 무차원 질량 관성모멘트 및 모멘트의 영향으로 원뿔대의 고유진동수가 급격하게 감소하고, 관성모멘트가 일정값 이상에서는 감소폭이 적어지지만 여전히 고유진동수가 감소한다는 것을 알 수 있다.

Table 3. Variation of frequencies with respect to the dimensionless mass moment of inertia(P) for $\alpha=1.2$, $\eta=1/3$, $Q=0.1$, $k=0.9704572$

P	1st	2nd	3rd	4th
0	4.34079	32.0600	93.9808	188.720
0.1	3.63748	10.3744	50.1970	125.041
0.2	3.12074	8.65819	49.7330	124.815
0.3	2.75551	8.03993	49.5790	124.740
0.4	2.48769	7.72850	49.5022	124.702
0.5	2.28272	7.54257	49.4562	124.680

Table 4. Variation of frequencies with respect to the dimensionless moment(Q) for $\alpha=1.2$, $\eta=1/3$, $P=0.1$, $k=0.9704572$

Q	1st	2nd	3rd	4th
0	4.26055	10.7101	58.3841	134.931
0.1	3.63748	10.3744	50.1970	125.041
0.2	3.22128	10.2081	48.2950	125.416
0.3	2.91986	10.1095	47.2158	119.565
0.4	2.68914	10.0444	46.5218	118.449
0.5	2.50536	9.99819	46.0383	117.702

Table 2, 3, 4에서의 값은 Fig. 4, 5, 6을 통해 보다 쉽게 변화 경향을 확인할 수 있다.

Table 5는 원뿔대의 재료와 원뿔대를 둘러싸고 있는 재료에 따른 원뿔대의 고유진동수의 변화를 나타내고, 사용재료로는 알루미늄(2024-T4)-물, 알루미늄-콘크리트, 강철-물 그리고 강철-콘크리트 등 이지만, 이들 재질에 의한 원뿔대의 고유진동수의 영향은 작다는 것을 알 수 있다.⁽¹⁴⁾

Table 5. Variation of frequencies with respect to the dimensionless density(k) for $\alpha=1.2$, $\eta=1/3$, $P=0.1$, $Q=0.1$

k	1st	2nd	3rd	4th
0.859948 (Al+concrete)	3.61573	10.2844	46.8991	112.444
0.926496 (Al+water)	3.61767	10.3088	48.9008	119.776
0.937319 (steel+concrete)	3.63678	10.3657	49.4312	121.566
0.970457 (steel+water)	3.63748	10.3744	50.1970	125.041

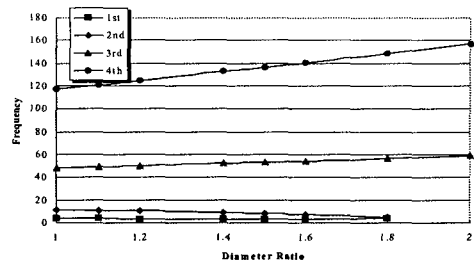


Fig. 2. Variation of frequencies with respect to the dimensionless diameter(α) for $\eta=1/3$, $P=0.1$, $Q=0.1$, $k=0.9704572$

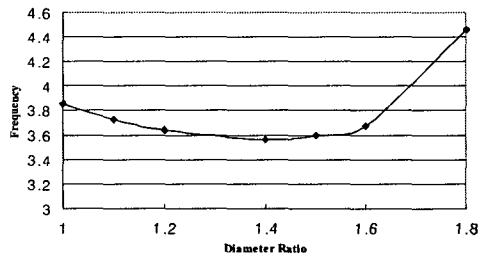


Fig. 3. First frequency with respect to the dimensionless diameter(α) for $\eta=1/3$, $P=0.1$, $Q=0.1$, $k=0.9704572$

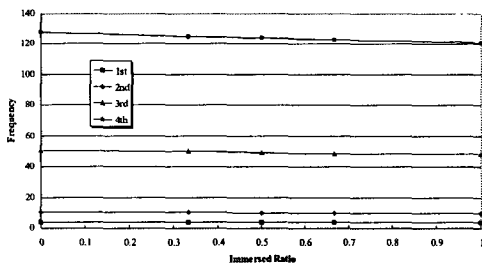


Fig. 4. Variation of frequencies with respect to the dimensionless immersed length(η) for $\alpha=1.2$, $P=0.1$, $Q=0.1$, $k=0.9704572$

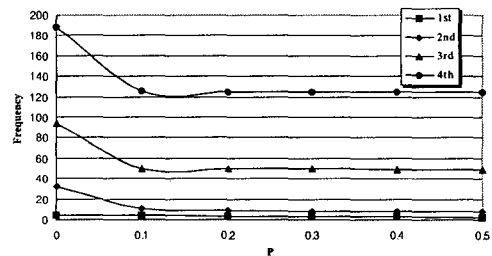


Fig. 5. Variation of frequencies with respect to the dimensionless mass moment of inertia(P) for $\alpha=1.2$, $\eta=1/3$, $Q=0.1$, $k=0.9704572$

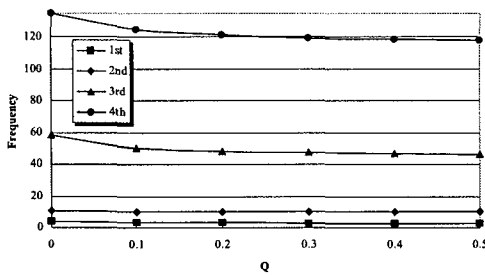


Fig. 6. Variation of frequencies with respect to the dimensionless moment (Q) for $\alpha=1.2$, $\eta=1/3$, $P=0.1$, $k=0.9704572$

4. 결론

본 연구에서는 단면의 크기가 선형적으로 변하고 첨단질량을 가지면서 다른 물질에 일부가 잠겨진 원뿔대의 지배방정식을 유도하여, 무차원 직경, 질량 관성모멘트, 모멘트 및 밀도 등의 다양한 조건에 따른 원뿔대의 고유진동수 해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 무차원 직경이 증가하면 원뿔대의 1차 고유진동수는 감소하다가 증가하고, 2차 자유진동수는 감소하며, 3차 및 4차 고유진동수는 계속 증가한다.

(2) 원뿔대의 잠긴 길이가 증가할수록 전체적으로 고유진동수가 감소한다.

(3) 무차원 질량 관성모멘트의 영향으로 원뿔대의 고유진동수가 급격하게 감소하고, 관성모멘트가 일정값 이상에서는 감소폭이 적어지지만 여전히 고유진동수가 감소한다.

(4) 원뿔대의 고유진동수에 미치는 무차원 모멘트의 영향도 질량 관성모멘트의 같은 경향을 나타낸다.

(5) 질량 관성모멘트와 모멘트의 영향은 첨단질량이 커거나 첨단 질량의 무게중심과 원뿔대의 첨단에서의 길이가 클수록 원뿔대의 고유진동수가 작아진다.

후 기

이 논문은 2002년도 두뇌한국21(BK21)사업에 의해 지원되었음

참고문헌

[1] Bar-Avi, P., and Benaroya, H., 1996, "Non-Linear Dynamics of an articulated Tower in the Ocean", *Journal of Sound and Vibration*, 190(1), pp. 77 ~ 103.
 [2] Chang, J. Y. and Liu, L. H., 1989,

"Some Studies on the Natural Frequencies of Immersed Restrained Column", *Journal of Sound and Vibration*, 130(3), pp. 516 ~ 524.

[3] Xing, J. T., Price, W. G., Pomfret, M. J., and Yam, L. H., 1997, "Natural Vibration of a Beam-Water Interaction System", *Journal of Sound and Vibration*, 199(3), pp. 491 ~ 512.

[4] Laura, P. A. A., Pombo, J. L., and Susemihl, E. A., 1974, "A Note on the Vibrations of a Clamped-Free Beam with a Mass at the Free End", *Journal of Sound and Vibration*, 37(2), pp. 161 ~ 168.

[5] B. R. Bhat and H. Wagner, "Natural Frequencies of a Uniform Cantilever with a Tip Mass Slender in the Axial Direction", *Journal of Sound and Vibration*, 45(2), 1976, pp. 304-307.

[6] Stephen, N. G., 1982, "Note on the Combined use of Dunkerley's and Southwell's Methods", *Journal of Sound and Vibration*, 83(4), pp. 585 ~ 587.

[7] Auciello, N. M., 1996, "Transverse Vibrations of a Linearly Tapered Cantilever Beam with Tip Mass of Rotatory Inertia and Eccentricity", *Journal of Sound and Vibration*, 194(4), pp. 25 ~ 34.

[8] Uscilowska, A., and Kolodziej, J. A., 1998, "Free Vibration of Immersed Column Carrying a Tip Mass", *Journal of Sound and Vibration*, 216(1), pp. 147 ~ 157.

[9] Mable, H. H., and Rogers, C. B., 1974, "Transverse Vibrations of Double-Tapered Beams with End Support and with End Mass", *Journal of Sound and Vibration*, 55, pp. 986 ~ 991.

[10] To, C. W. S., 1982, "Vibration of a Cantilever Beam With a Base Excitation and Tip Mass", *Journal of Sound and Vibration*, 83(4), pp. 445 ~ 460.

[11] Laura, P. A. A., and Gutierrez, R. H., 1986, "Vibrations of an elastically Restrained Cantilever Beam of Varying Cross Section with Tip Mass of Finite Length", *Journal of Sound and Vibration*, 108(1), pp. 123 ~ 131.

[12] Grossi, R. O., and Aranda, A., 1993, "Vibration of Tapered Beams with One End Spring Hinged and the Other End with Tip Mass", *Journal of Sound and Vibration*, 160(1), pp. 175 ~ 178.

[13] Chan, K. T., and Wang, X. Q., "Free Vibration of a Timoshenko Beam Partially Loaded with Distributed Mass", *Journal of Sound and Vibration*, 206(3), pp. 353 ~ 369.

[14] Ferdinand P. Beer and E. Russell Johnston, Jr., 1992, "Mechanics of Materials," McGraw-Hill.