

개선된 충격해머의 동역학적 모델 Improved dynamic model of the impact hammer

임병덕* · 최정현** · 허준혁**

Byoung-Duk Lim, Jung-Hyun Choi, and Jun Hyeok Heo

Key Words : Modal testing(진동 모드 시험), Impact hammer(충격해머), Structural dynamics(구조 동역학)

ABSTRACT

Impact hammer is widely used as a convenient excitation tool in structural modal testing though, little is known about the dynamic characteristics of its impulse mechanism. Transmission of the impulsive force to the structure depends on the dynamic properties of the impact hammer as well as the stiffness of the tip. In this study an improved dynamic model of the impact hammer is proposed with the consideration of structure to be tested. The deformation masses of hammer tip and structure are as well as their contact stiffness. Numerical results show that this model is useful for the prediction of the impulse duration and the condition of rebound..

기호설명

하첨자 i : impactor
 하첨자 s : 구조물
 m_i : impactor의 질량
 m_s : 1자유도로 등가된 구조물의 질량
 μ_i : impactor의 변형질량
 μ_s : system의 변형질량
 k_i : impactor의 stiffness
 k_s : structure의 접촉강성
 k_b : 구조물 지지부의 stiffness
 x_i : impactor의 질량의 변위
 x_s : 구조물 질량의 변위
 δ_i : impactor 변형 질량의 변위
 δ_s : 구조물 변형 질량의 변위
 $X_i, X_s, \nabla_i, \nabla_s$: 변위의 Laplace 변환
 f_n : impactor와 구조물 사이의 접촉력

V_0 : impactor의 초기속도
 ω_i : impactor의 고유진동수 $\sqrt{k_i/m_i}$
 ω_s : 구조물의 고유진동수 $\sqrt{k_s/m_s}$

1. 서론

구조물의 동특성을 시험할 때 가장 간편하게 가진할 수 있는 도구가 충격해머이다. 진동 시험 관련 문헌에는 충격해머를 사용할 때 여러 가지 유의해야 할 사항들이 제시되어 있는데 구조물에 가해지는 충격은 해머의 질량에 따라 변동되며, 가진력의 주파수 범위는 접촉부의 강성과 해머 질량에 따라 변한다. 즉 충격 해머의 접촉 고유진동수에 의해 결정된다. 이 주파수보다 높은 주파수는 가진되기 어렵다. 해머의 끝부분이 구조물을 가격할 때 가진력의 파형은 대략 정현파의 반주기 모양을 갖는 것으로 단순화하여 표현한다. 따라서 충격의 유지시간이 최대 유효 주파수 범위를 결정하게 된다. 충격 유지시간은 접촉 강성과 충격해머 헤드의 질량에 따라 결정되는데 접촉 강성이 클수록 접촉시간이 짧아 지므로 주파수 범위가 넓어지며 충격부 질량이 작을수록 접촉시간이 늘어나게 된다. 접촉 강성이 지나치게 크면 유효 주파수 범위는 커지는 대신에 강성이 이보다 낮은 구조물에 충격력을 효과적으로 전달하지 못한다. 이외에도 충격해머의 질량이 대상 구조물의 질량과 비슷한 정도의 크기를 가질 경우 충격해머가 구조물과 재차 접촉하는 "rebound"가 발

* 영남대학교 기계공학부
 E-mail : bdlim@yu.ac.kr
 Tel : (053)810-2571, Fax : (053) 813-3703
 ** 영남대학교 대학원 기계공학과

생할 수 있는데 이는 바람직하지 못한 현상이므로 가능한 한 피하도록 해야 한다. 또한 접촉강성이 구조물의 접촉강성 및 구조물의 강성보다 작으면 충격력은 구조물로 충분히 전달되지 못한다.[1],[2]

이상과 같은 현상들에 대해 해석적인 모델을 제시한 사례는 McConnell[3], Han and McConnell[4] 등이 있다. 본 연구에서는 앞서 열거한 사항들을 종합적으로 설명할 수 있도록 이들 모델을 개선하고자 하였다.

2. 해머 충격 과정의 동역학적 모델

2.1 McConnell의 충격해머 모델 [3]

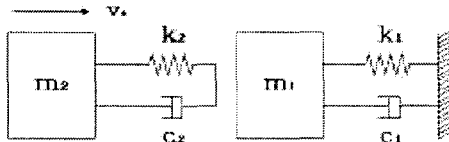


그림 1. McConnell의 충격해머 모델

McConnell은 그림 1과 같은 충격해머 모델을 사용하여 충격 가진의 특성을 설명하였다. 여기서 구조물을 등가 1자유도계로 단순화시켜 m_1, c_1, k_1 의 질량, 감쇠, 강성으로 나타내었고 충격 해머의 선단을 포함한 질량과 접촉강성을 m_2, c_2, k_2 로 표현하였다. 이 모델에서는 구조물의 고유진동수 $\omega_{11} = \sqrt{k_1/m_1}$ 이 충격해머의 고유진동수 $\omega_{22} = \sqrt{k_2/m_2}$ 보다 현저하게 크고 또한 구조물의 질량 m_1 이 m_2 보다 상당히 큰 것으로 가정하였다. 이와 같은 조건에서 충격 가진력은

$$F(t) = \begin{cases} \frac{m_2 V_0 \omega_n}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi) & \text{for } 0 < t < T/2 \\ 0 & \text{for } t > T/2 \end{cases}$$

$$\text{여기서 } \omega_n = \omega_{22}, \quad \zeta = \frac{c_2}{2\sqrt{k_2 m_2}}, \quad \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\text{그리고 } \tan \phi = \frac{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}}{1 - 2\zeta^2} \text{ 이다.}$$

와 같이 표현될 수 있고 감쇠비가 작은 경우에 이것은 보다 간단하게

$$F(t) = \begin{cases} m_2 V_0 \omega_n \sin(\omega_n t) & \text{for } 0 < t < T/2 \\ 0 & \text{for } t > T/2 \end{cases}$$

와 같이 쓸 수 있다. McConnell은 충격 후에 충격해머와 구조물이 재차 접촉하게 되는 rebound를 두 질점 간의 단순한 충돌로 모델링하였다. 질량비 M 과 반발률 e 로 표현되는 두 질점의 충돌 후 속도로부터

$$v_1 = \left(\frac{m_2(1+e)}{m_1+m_2} \right) V_0 = \left(\frac{M(1+e)}{M+1} \right) V_0$$

$$v_2 = \left(\frac{m_2}{m_1+m_2} - \frac{m_1 e}{m_1+m_2} \right) V_0 = \left(\frac{M-e}{1+M} \right) V_0$$

$$M = m_2/m_1$$

즉 충돌 후 자유진동의 크기는 충돌시에 결정되는 두 질점의 속도 v_1 과 v_2 로부터 결정되므로 v_1 과 v_2 의 크기를 비교하여 v_2 가 작고 v_1 이 크면 rebound가 발생하는 것으로 설명하였다. 따라서 질량비 M 이 0.2 이상 될 경우에는 반발률과 크기가 비슷해지므로 rebound 가능성이 높아지며 충격해머의 질량이 대개 1/5~1/10 정도가 되도록 하는 것이 좋다고 볼 수 있다.

McConnell의 모델은 단순한 모델을 사용하여 현상들을 설명할 수 있다는 장점이 있는 반면에 충격력, 유효주파수, 및 rebound를 분리하였으므로 매개 변수가 극한이 아닌 경우에 어떠한 현상이 일어날지에 대해 설명하기 곤란한 단점을 갖고 있다. 또한 ω_{22} 가 ω_{11} 보다 상당히 작다고 하는 가정도 구조물의 고유진동수보다 높은 접촉 고유진동수를 가져야 한다는 일반적인 상황과 잘 맞지 않는다.

2.2 개선된 충격해머 모델

충격해머에서 구조물의 강성과 접촉 강성은 서로 다를 수 있다. 본 연구에서는 McConnell의 모델에서 구조물의 접촉 강성을 별도로 취급하는 모델을 고려하였다. 그림 2는 개선된 충격해머 모델로서 충격해머와 구조물의 접촉강성 및 변형질량을 고려하였다.

접촉력이 양의 부호를 갖는 동안 접촉질량은 하나의 질점으로 역할하므로 충돌시 접촉질량 간의 반발계수는 0으로 가정하였다. 충돌 후에 구조물과 충격해머가 재차 접촉하는지의 여부는 충돌 후의 변위로서 판정하였다. 즉 충격해머 선단의 변위보다 구조물 접촉질량의 변위가 더 커지면 두 변위가 같아지는 순간에 재차 접촉이 일어나는 것으로 판정할 수 있다.

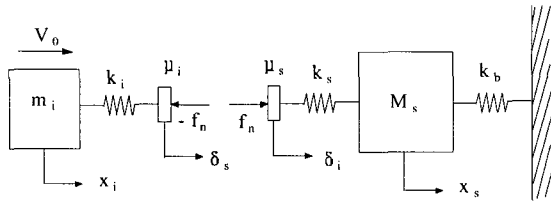


그림 2. 제한된 충격해머 모델의 도식도.

충격해머에 내장된 힘 변환기는 많은 경우 압전 변환기로서 기계적 임피던스가 금속이나 기타 구조재보다 크다. 따라서 변환기의 강성과 접촉강성이 직렬 연결된 것으로 단순화할 수 있는 등가강성 k_i 는 주로 접촉강성에 의해 결정된다고 볼 수 있다. 또한 변형질량이나 충격해머 선단의 질량도 일반적으로 해머 질량에 비해 상당히 작다고 볼 수 있다.

이러한 가정에 기초하여 수립된 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_i \ddot{x}_i + k_i(x_i - \delta_i) &= 0 \\ \mu_i \ddot{\delta}_i + k_i(\delta_i - x_i) &= f_n \\ \mu_s \ddot{\delta}_s + k_s(\delta_s - x_s) &= -f_n \\ m_s \ddot{x}_s + k_s(x_s - \delta_s) + k_b x_s &= 0 \end{aligned}$$

초기조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_i(0) &= 0, & \dot{x}_i(0) &= V_0 \\ x_s(0) &= 0, & \dot{x}_s(0) &= 0 \\ \delta_i(0) &= 0, & \dot{\delta}_i(0) &= \dot{\delta}_s(0^+) \\ \delta_s(0) &= 0, & \dot{\delta}_s(0) &= \dot{\delta}_s(0^+) \end{aligned}$$

접촉된 상태에서

$$\delta_i = \delta_s = \delta, \quad \dot{\delta}_i = \dot{\delta}_s, \quad \ddot{\delta}_i = \ddot{\delta}_s$$

접촉력 f_n 은 다음과 같이 표현되며 접촉하고 있을 동안 $f_n \geq 0$ 의 조건을 충족해야 한다.

$$\begin{aligned} f_n &= \mu_i \ddot{\delta}_i + k_i(\delta_i - x_i), \\ &= -\{\mu_s \ddot{\delta}_s + k_s(\delta_s - x_s)\} \end{aligned}$$

위 운동방정식을 라플라스 변환하여 초기조건을 대입하고 impactor 부분과 구조물 부분으로 분리하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} (m_i s^2 + k_i) & -k_i \\ -k_i & (\mu_i s^2 + k_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ \nabla_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_i V_0 \\ F_n + \mu_i \dot{\delta}_s(0^+) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (m_s s^2 + k_s + k_b) & -k_s \\ -k_s & (\mu_s s^2 + k_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_s \\ \nabla_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -F_n + \mu_s \dot{\delta}_s(0^+) \end{bmatrix}$$

두 접촉 질량의 충돌시 속도는 접촉이 유지되는 동안에 두 질점은 서로 결합되어 있다고 가정할 수 있으므로

$$\dot{\delta}_s(0^+) = \frac{\mu_i V_0}{\mu_i + \mu_s} = \dot{\delta}_i(0^+)$$

로 표현된다. 이 방정식의 해는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$X_i = A_{11}(s)V_0 + A_{12}(s)F_n$$

$$\nabla_i = A_{21}(s)V_0 + A_{22}(s)F_n$$

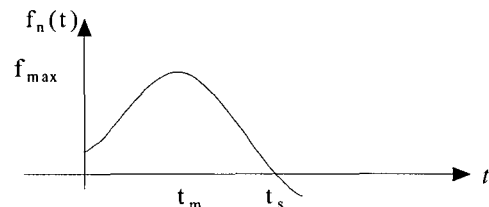
$$X_s = B_{11}(s)V_0 + B_{12}(s)F_n$$

$$\nabla_s = B_{21}(s)V_0 + B_{22}(s)F_n$$

$f_n \geq 0$ 인 동안 $\nabla_i = \nabla_s$ 의 관계를 가지므로 이로부터 F_n 에 대하여 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$F_n = \frac{B_{21} - A_{21}}{A_{22} - B_{22}} V_0$$

위 관계식을 역 변환하면 $f_n \geq 0$ 의 조건이 성립되는 시간 구간 t_s 를 계산할 수 있다.



t_s : 분리되는 시간

그림 3. 접촉시부터 시간에 따른 접촉력의 변화

$f_n(t) < 0$ 이 되면 즉 $t > t_s$ 일 때 두 시스템은 분리되므로 충격력 $f_n(t) = 0$ 이고 두 시스템은 독립적인 운동을 하게되며 분리되는 순간의 속도를 각 시스템의 초기속도로 갖는 자유진동을 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} (m_i s^2 + k_i) & -k_i \\ -k_i & (\mu_i s^2 + k_i) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_i \\ \nabla_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_i x_i'(\tau_s^+) \\ \mu_i \delta_i'(\tau_s^+) \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (m_s s^2 + k_s + k_b) & -k_s \\ -k_s & (\mu_s s^2 + k_s) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_s \\ \nabla_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_s x_s'(\tau_s^+) \\ \mu_s \delta_s'(\tau_s^+) \end{pmatrix}$$

일반적으로 $\mu_s / m_s \ll 1$ 이므로 $\mu_s k_s / m_s k_s \ll 1$ 이면(접촉 강성이 구조물의 강성보다 극단적으로 큰 특별한 경우를 제외하고 대부분의 경우에 이러한 조건을 충족한다.) 구조물 전달함수 행렬식의 근은 근사적으로 $\omega_s = \sqrt{k_b / m_s}$ 가 되어 충격해머의 접촉질량비 μ_i / m_i 가 아주 작다는 것을 고려하면 McConnell의 단순화된 모델과 같아진다.

3. 수치해석 결과

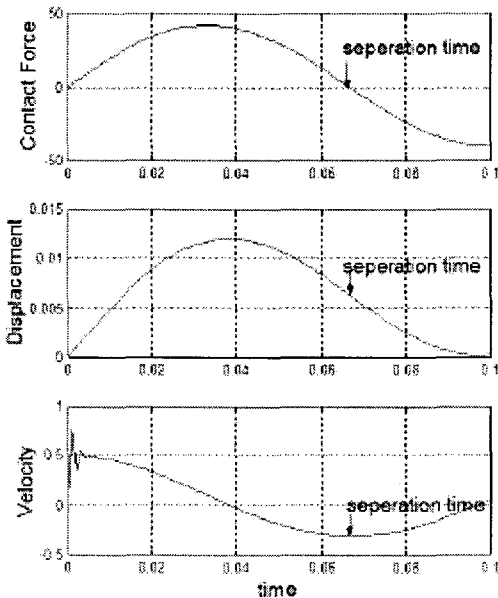


그림 4. 시간에 따른 접촉질량의 변위, 속도 및 접촉력

그림 4는 접촉부와 구조물 지지부의 감쇠를 고려한 경우에 충격해머 선단의 변형 질량 변위 δ_i 와 속도 δ_i' , 접촉력 $f_n(t)$ 의 한 예를 보여준다. 접촉력 곡선에서 화살표로 표시된 시점은 접촉력이 음의 부호를 갖게되는 시간으로서 이 이후에는 접촉력이 작용하지 않는, 즉 연속되지 않은 두 시스템은 서로 독립적으로 운동한다. 이 때 각 시스템 변위는 그림 4에서 화살표로 표시된 것과 같은 초기 조건을 갖게된다.

분리시간에서 충격해머 변형 질량의 변위는 양의 값을 나타내는데 이는 감쇠의 영향으로 접촉강성의 복원시 분리지점이 초기보다 구조물 쪽으로 이동하게 됨을 의미한다. 속도는 음, 즉 구조물로부터 이탈하는 방향으로 움직이고 있음을 알 수 있다. 분리시간에서 초기운동량에 대한 운동량의 변화가 최대가 된다는 사실에 비추어 볼 때 속도가 음의 최대치 부근에 있음은 상당히 타당성 있는 결과라고 할 수 있다.

k_b 가 증가 접촉 강성 $k_{eq} = k_i k_s / (k_i + k_s)$ 보다 상당히 작은 경우에는 k_b 의 영향이 작아서 m_s 가 자유질량처럼 거동하게되므로 m_i 와 m_s 가 탄성충돌 하는 것으로 볼 수 있다. 접촉 시 등가질량을 $m_e = m_s m_i / (m_s + m_i)$, 접촉고유주파수를 $\omega_n = \sqrt{k_s / m_e}$ 라 하면 접촉 시간은 대략 $\pi \sqrt{k_s / m_e}$ 정도이고 전달되는 힘은 $\sqrt{m_e k_e} V_0$ 정도가 된다.

표 1. 접촉시간과 최대충격력의 비교 ($k_b = 0.1 k_e$)

질량 m_s / m_i	본 연구의 모델		탄성 충돌 모델[5]	
	접촉시간 $\omega_n t_s / \pi$	최대충격력 $F_{max} / m_i \mu_i V_0$	접촉시간 $\omega_n t_s / \pi$	최대충격력 $F_{max} / m_i \mu_i V_0$
100	3.62	0.855	3.61	0.86
10	3.46	0.824	3.46	0.83
1	2.53	0.589	2.57	0.61
0.5	2.05	0.467	2.09	0.50
0.1	1.05	0.231	1.09	0.26

이는 Rajalingham등의 충돌에 대한 1자유도 모델 해석 결과[5]와 부합되는 것이다.

표 2는 k_b 가 접촉 강성의 10% 정도, $k_i = 3k_s$ 일 때 본 연구의 모델에 기초한 결과와 Rajalingham등의 모델에 기초한 결과를 비교한 것이다.

표 2. $k_b = 0.1k_s$ 인 경우 접촉시간과 접촉력의 크기

m_s / m_i	τ	F_{max}
100	0.0443	70.08
10	0.042	65.21
1	0.024 (0.0581)	19.14 (46.2)
0.5	0.0176 (0.0561)	11.57 (52.4)
0.1	0.0081 (0.0547)	4.47 (56.75)

다음으로 표 3은 $k_i = k_b = k_s$ 인 경우에 질량에 따라 접촉 시간과 충격력을 계산한 것이다.

이 표에서 m_s / m_i 가 1 이하 인 경우 접촉시간과 최대 충격력 F_{max} 의 괄호로 표시된 부분은 예상했던 충격보다 긴 유지시간을 갖고 진폭도 훨씬 큰 힘을 나타낸다. 즉 구조물 질량이 충격해머질량보다 작거나 같을 때 충격력은 작게 전달되고 보다 긴 주기의 가진력이 더 강해짐을 알 수 있다. 구조물의 고유진동수를 충격해머와 동일하게 유지한 상태에서 구조물 질량을 변화시켰을 때의 접촉시간과 충격력의 크기도 표 2 의 결과와 유사한 결과가 나타난다.

표 3. $k_b = k_s = k_i$ 일 때 접촉시간과 접촉력의 크기

m_s	τ	F_{max}
100	0.018	118.26
10	0.017	109.82
1	0.016	78.19
0.5	0.014	61.97
0.1	0.009	29.25

충격해머 주 질량의 고유진동수와 구조물의 고유진동수가 같을 때는 질량이 감소함에 따라 접촉시간이 길어지고 전달되는 힘의 크기도 작을 뿐 아니라 rebound가 나타나기 쉬운 경향이 있었다. 특히 구조물의 질량이 해머 질량과 비슷하거나 작을 경우 이러한 경향이 두드러진다. 구조물의 고유진동수가 충격해머의 고유진동수보다 현저하게 크면 구조물은 마치 강체처럼 작용할 것이다. 따라서 접촉시간은

접촉강성과 충격해머 질량에 의해서만 결정되므로 구조물의 질량과는 거의 무관하고 힘의 크기도 일정하게 된다. 이 경우 접촉시간과 구조물 고유진동수의 곱은 1보다 훨씬 커져서 가진력의 주파수 대역이 제한됨을 알 수 있었다.

표 4 는 구조물의 고유진동수가 충격해머 고유진동수의 10배인 경우에 질량에 따라 접촉시간과 충격력의 크기를 보여 주며 앞서의 추론을 뒷받침한다.

표 4. $\omega_s = 10\omega_i$ 일 때 접촉시간과 접촉력

m_s	τ_s	F_{max}
100	0.0445	70.45
10	0.0444	70.67
1	0.0445	70.52
0.5	0.0447	70.35
0.1	0.0455	68.99

표 5 는 구조물의 질량이 충격해머 질량의 100배이고 구조물 측의 접촉강성이 구조물 강성과 같을 때 충격해머 선단의 접촉 강성에 따라 접촉시간과 충격력의 크기를 계산한 것이다.

표 5. $m_s = 100m_i$ 일 때 impactor 강성에 따른 접촉시간과 접촉력의 변화

k_i / k_b	τ	F_{max}
100	0.0032	975.6
10	0.0033	936.9
1	0.0044	700.8
0.5	0.0054	573.3
0.1	0.0104	299.4

충격해머 선단의 강성이 구조강성 보다 2배 이상 큰 경우에는 접촉 시간이나 충격력의 크기에 별 차이가 없었다. 그러나 충격해머의 접촉 강성이 구조강성 보다 작아지면 접촉시간이 증가하고 전달되는 충격력의 크기도 현저히 작아짐을 볼 수 있다.

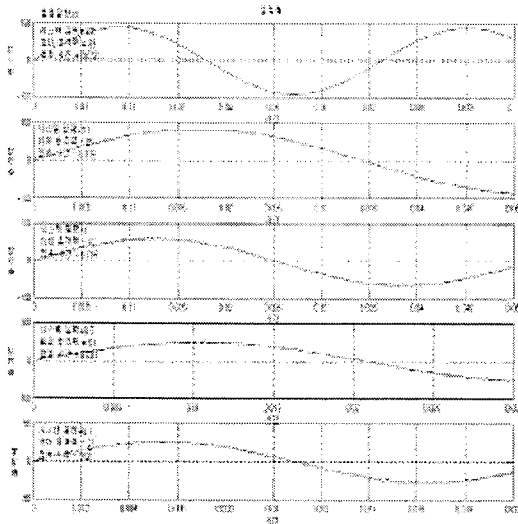


그림 5. 표 1에 대응되는 접촉력의 시간 변화

그림 5는 구조물의 고유진동수 ω_n 를 10으로 일정하게 두고 시스템의 질량을 변화시켰을 때 시스템과 충돌질량의 충돌 후 변위를 나타내고 있다. ω_n 를 일정하게 두었으므로 $k_b = \omega_n^2 m_s$ 로서 시스템의 질량에 비례하여 증가한다. 따라서 시스템의 질량이 작아질수록 구조물의 지지 강성이 작아지므로 시스템과 충돌질량의 초기속도의 방향으로 운동하는 경향이 크게 나타남을 알 수 있다. Rebounding time은 시스템의 질량증가에 비례하여 짧아지고 있음을 보여주고 있다. 이것은 시스템이 질량증가에 따라 구조물 지지부의 강성이 증가하기 때문인 것으로 판단되며 실제 충격시험에서는 동일한 지지부 강성의 시스템이 질량이 작을수록 Rebound의 발생 가능성이 커진다. 이와 같은 경우 시스템의 질량이 작아질수록 $\omega_n = \sqrt{k_b / m_s}$ 로 증가한다.

4. 결론

구조물을 충격해머로 가진할 경우 경험적으로 알려져 있는 여러 가지 현상들을 종합적으로 설명하기 위하여 개선된 충격해머의 동역학적 모델을 제안하였다. 접촉시간과 접촉력의 크기는 접촉강성 뿐 아니라 구조물의 강성에도 영향을 받음을 확인할 수 있었다. 접촉 고유주파수가 구조물의 고유주파수보다 낮은 종래의 모델은 접촉시간이 길어져서 구조물의 고유주파수를 충분히 가진할 수 없게된다. 접촉강성이 구조물 강성보다 월등히 큰 경우 충격해머와 구

조물의 질량에 따라 접촉시간과 접촉력의 크기가 결정됨을 알 수 있다. 이는 Rajalingham 등의 연구 결과와 일치하는 것으로서 본 연구에서 제안된 개선된 모델이 유용함을 보여준다.

후 기

본 연구는 BK21 기계산업 고등인력 양성 사업단의 일부 지원으로 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Halvorsen, W. G., and Brown, D. L., 1977, "Impulse Technique for Structural Frequency Response Testing," *Sound and Vibration*, pp. 8-21, November, 1977
- (2) Ewins, D. J., 2000, *Modal Testing* (2nd ed.), Research Studies Press Ltd., Baldock.
- (3) McConnell, K. G., 1995, *Vibration Testing*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (4) McConnell, K. G., and Han S. B., 1986, "Effect of Mass on Force Transducer Sensitivity," *Experimental techniques*, Vol. 10, No. 7 pp. 19-22
- (5) Rajalingham, C., and Rakheja, S., 2000, "Analysis of Impact Force Variation during Collision of Two Bodies using a Single-degree-of-freedom System Model," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 229 No. 4, pp.823-835.