

빔형성 방법을 이용한 반사계수 측정 Measurement of reflection coefficient using beamforming method

주형준*·강연준**

Hyung Jun Ju, Yeon June Kang

Key Words : Beamforming method, MUSIC method, Spatial smoothing technique, Reflection coefficient.

ABSTRACT

A method using beamforming algorithm has been developed to measure oblique incidence reflection coefficients of sound absorption materials. MUSIC(Multiple Signal Classification) method detects the angles of incidence and reflection. By separating the incident and reflected waves using beamforming method, the reflection coefficient is calculated. Spatial smoothing technique is also used to reduce the coherence between the incident and reflected waves. The test materials were modeled as a locally reacting surface. Numerical and experiment results are performed to verify the accuracy of proposed method.

1. 서론

빔형성 방법(beamforming method)이란 원하는 방향의 신호를 강화시키고 원치않는 신호는 감소시키는 일종의 공간상의 필터이다.[1,2] 이 빔형성 방법을 이용하여 입사파와 반사파를 분리하여 반사계수를 측정하여 본다. 이 논문에서는 두 가지 경우에 대하여 실험하여 보았다. 첫번째는 임피던스 튜브 내에서의 수직 입사에 대하여 측정하였고 두번째는 자유음장 내에서의 경사 입사에 대해 측정하였다. 경사 입사에 대하여 측정할 때는 MUSIC(Multiple Signal Classification) 방법[3]을 사용하여 입사파와 반사파의 방향을 확인하여 실험 장치 설치상의 오차를 줄이도록 한다. MUSIC 방법은 크로스 스펙트럼(crossspectrum)의 고유치 분리 방법(eigenvector decomposition)을 이용하여 신호의 방향을 탐지하는 방법이다. 그러나 MUSIC 방법은 상관관계에 있는 신호에서는 현저한 성능 저하를 보인다. 왜냐하면 비상관관계의 신호

에서만 크로스 스펙트럼 행렬의 기저벡터들이 서로 독립적이어서 신호들과 노이즈(noise) 사이의 직교성이 유지되기 때문이다. 이와 같은 이유 때문에 상관성을 줄이는 방법을 사용한다. 여기서는 공간 평균법(spatial smoothing)[3]을 사용하여 상관성을 줄인 크로스 스펙트럼 행렬을 사용한다. 위의 두가지 경우의 측정과 모의실험을 통해 빔형성 방법을 이용한 반사계수 측정법의 유용성을 알아본다.

2. 이론

2.1 어댑티브 널링 (adaptive nulling) 방법

빔형성 방법 중 여기서는 어댑티브 널링 (adaptive nulling) 방법을 사용한다. 어댑티브 널링 방법은 다음 세가지 조건을 만족 시키는 빔 조종 벡터(beam steering vector)를 구성한다.

$$\text{maximize } |\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{p}_i|, \text{ maximize } |\mathbf{a}_r \cdot \mathbf{p}_r| \quad (1)$$

$$\text{subject to } \|\mathbf{a}_i\| = 1, \|\mathbf{a}_r\| = 1 \quad (2)$$

$$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{p}_r = 0, \quad \mathbf{a}_r \cdot \mathbf{p}_i = 0 \quad (3)$$

* 서울대학교 대학원
E-mail : juhj78@snu.ac.kr
Tel : (02) 880-1692, Fax : (02) 888-5950

** 서울대학교 기계항공공학부

여기서 \mathbf{a}_i 와 \mathbf{a}_r 은 입사파와 반사파의 조종벡터이고 \mathbf{p}_i 와 \mathbf{p}_r 은 입사파와 반사파를 나타낸다. 첫번째 조건은 원하는 방향벡터와의 내적은 최대화 하고 두번째 조건은 그 크기가 단위벡터가 되도록 하며 세번째 다른 방향의 벡터와의 내적은 영(zero)가 되도록 하는 것이다. 위의 조건을 만족시키는 빔 조종 벡터를 구성하는 방법은 다음과 같다.

우선 입사파의 신호를 구하기 위한 빔 조종벡터를 만들기 위해서 다음과 같은 과정을 거치게 된다. 우선 식(3)을 만족시키기 위해서는 빔 조종벡터는 반사파와 직교성을 가져야 한다. 그 조건을 만족시키기 위해서 반사파가 존재하는 N 번째 마이크로폰에 입사하는 신호를 구하면

$$\hat{\mathbf{p}}_N = \mathbf{p}_r \exp(-k \cos \theta_r x_N - k \sin \theta_r y_N) \quad (4)$$

여기서 k 는 파동수(wave number)이고 θ_r 은 반사각이다.

위의 vector로 이루어진 행렬을 구하면

$$\hat{\mathbf{P}}_r = [\hat{\mathbf{p}}_1 \quad \dots \quad \hat{\mathbf{p}}_N]^T \quad (5)$$

위 행렬을 고유치 분리법(singular value decomposition)하면 다음과 같게 된다.

$$\hat{\mathbf{P}}_r = \mathbf{Q}_1 \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}_2 \quad (6)$$

여기서 \mathbf{Q}_1 은 $N \times N$ 의 $\hat{\mathbf{p}}_r \hat{\mathbf{p}}_r^T$ 의 고유벡터의 열로 이루어진 행렬이다. 반사파에 직교하는 조건을 만족시키기 위해 빔 조종벡터는 다음과 같다고 하자

$$\mathbf{a}_i = \sum_{k=2}^N \alpha_k \mathbf{e}_k \quad (7)$$

여기서 \mathbf{e}_k 는 k 번째 고유벡터이고 α_k 은 아직 구하지 않은 복소수이다.

식(1)과 식(2)를 만족시키기 위해서는

$$\sum_{k=2}^N |\alpha_k \mathbf{e}_k|^2 = 1, \quad (8)$$

$$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{p}_i = \sum_{k=2}^N \alpha_k \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{p}_i = \sum_{k=2}^N \alpha_k g_k^e = \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p}^e \quad (9)$$

여기서 $\boldsymbol{\alpha}$ 는 α_k 로 이루어진 벡터이고 \mathbf{p}^e 는 g_k^e 로 이루어진 벡터이다. 식(1)을 만족하기 위해서는 $\boldsymbol{\alpha}$ 는 다음과 같아야 한다.

$$\boldsymbol{\alpha} = [g_2^e \quad \dots \quad g_N^e]^T \quad (10)$$

마지막으로 식(2)를 만족하기 위해서는

$$\mathbf{a}_i = \frac{\sum_{k=2}^N g_k^e \mathbf{e}_k}{\left| \sum_{k=2}^N g_k^e \mathbf{e}_k \right|}. \quad (11)$$

다음과 같이 얻어진 빔형성 벡터로 마이크로폰 신호에 내적하면

$$q_i = \mathbf{a}_i \cdot [\hat{\mathbf{P}}_i \quad \hat{\mathbf{P}}_r] [s_i \quad s_i]^T = c_i s_i \quad (12)$$

앞의 복소수 상수는 $c_i = \mathbf{a}_i \cdot \hat{\mathbf{P}}_i$ 이다.

반사파를 구하는 방법은 위와 같이 구할 수 있다 따라서 반사 계수는 다음과 같다.

$$R = s_r / s_i \quad (13)$$

2.2 MUSIC(Multiple Signal Classification) 방법

마이크로폰에 받은 신호는 다음과 같다.

$$\mathbf{r} = [\hat{\mathbf{p}}_i \quad \hat{\mathbf{p}}_r] \begin{bmatrix} s_i \\ s_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_N \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서 \mathbf{r} 은 마이크로폰에서 받은 신호를 푸리에 변환(Fourier transform)을 한 값이다. 공간 평균법(spatial smoothing)를 사용하여 상관관계에 있는 입사파와 반사파의 상관성을 줄인 다음 고유

치 분리법을 사용하면

$$\mathbf{S}_{rr} = \sum_{i=1}^M \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (15)$$

여기서 은 공간 평균법에 의해 변환된 크로스 스펙트럼 행렬이다. 여기서 M 은 공간평균법에 사용된 서브어레이 (subarray) 마이크로폰의 개수이다. 조금의 연산을 통하면 다음과 같음을 알 수 있다.[3]

$$\mathbf{v}_i^H \cdot \bar{\mathbf{P}}_i = 0, \quad \mathbf{v}_i^H \cdot \bar{\mathbf{P}}_r = 0, \quad \text{for } 3 \leq i \leq M \quad (16)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_i = [\hat{\mathbf{p}}_1 \quad \dots \quad \hat{\mathbf{p}}_M]^T, \quad \bar{\mathbf{P}}_r = [\hat{\mathbf{p}}_1 \quad \dots \quad \hat{\mathbf{p}}_M]^T \quad (17)$$

위의 성질을 이용하여 입사파와 반사파의 방향을 다음의 MUSIC 파워를 계산함으로써 알 수 있다

$$P_M = \frac{1}{\sum_{n=3}^M |\mathbf{b}^H \mathbf{v}_n|^2} \quad (18)$$

여기서 \mathbf{b} 는 시도벡터(trial vector) 이다.

2.3 공간 평균법 (spatial smoothing method)

입사파와 반사파 사이의 상관관계 때문에 마이크로폰의 크로스 스펙트럼이 두개의 두드러진 고유치를 가지지 않게 된다. 따라서 그에 해당하는 노이즈 서브 공간(noise subspace) 직교성이 떨어진다. 이와 같은 이유로 입사파와 반사파의 상관성을 줄이는 방법이 필요하다. 여기서는 공간 평균법을 사용한다. 공간 평균법은 N 개의 어레이 마이크로폰은 M 개의 서브어레이 마이크로폰으로 나누어 각각에서 구한 크로스스펙트럼을 평균하여 상관관계를 줄이는 과정이다. 마이크로폰을 늘이지 않고 평균횟수를 늘이기 위해 공액복소수이고 뒤로부터(backward)로 구한 크로스 스펙트럼도 합동이므로 평균할 수 있다. 이와 같은 방법은 앞으로 뒤로 공간평균법(forward-backward spatial smoothing)이라고 한다. 수식은 다음과 같다.

$$\bar{\mathbf{R}} = \frac{1}{2 \cdot (N - M + 1)} \left(\sum_{i=0}^{N-M} \mathbf{R}_i + \sum_{i=0}^{N-M} \mathbf{J} \mathbf{R}_i^* \mathbf{J}^T \right) \quad (19)$$

(13)

여기서 N 은 총 어레이 마이크로폰의 개수이고 M 은 서브 어레이 마이크로폰의 개수이다. 그리고 \mathbf{J} 은 역 대각행렬이다.

2.4 이론적인 경사반사 계수

매질 1에서 매질 2로 입사하는 경우 두 매질의 특성 임피던스(characteristic impedance)가 Z_0, Z_1 이고 파동수가 k_0, k_1 이라고 하면 입사각 θ

$$R(\theta) = \frac{Z_1 \cos \theta - Z_0 [1 - (k_0 / k_1)^{1/2} \sin^2 \theta]^{1/2}}{Z_1 \cos \theta + Z_0 [1 - (k_0 / k_1)^{1/2} \sin^2 \theta]^{1/2}} \quad (20)$$

테스트 물질의 특성임피던스는 표면 임피던스 방법으로 다음과 같이 구해질 수 있다.[5]

$$Z_c = \pm \left(\frac{Z_0 Z_0' (Z_1 - Z_1') - Z_1 Z_1' (Z_0 - Z_0')}{(Z_1 - Z_1') - (Z_0 - Z_0')} \right)^{1/2} \quad (21)$$

$$k = \frac{1}{2jd} \ln \left(\frac{Z_0 + Z_c}{Z_0 - Z_c} \frac{Z_1 - Z_c}{Z_1 + Z_c} \right) \quad (22)$$

여기서 Z_1, Z_1' 은 서로 다른 Backing 임피던스이고 Z_0, Z_0' 은 서로 다른 Backing 조건에서의 표면 임피던스이다. 그리고 d 는 테스트 물질의 두께이다.

3. 수직입사 반사계수 측정

3.1 실험 장치

샘플 3 개에 대해 임피던스 튜브내에서의 수직 입사 반사계수를 측정하여 보았다. 본 실험에서는 두 마이크로폰 방법과(two-microphone method)[6] 과 비교하여 보았다. 빔형성 방법도 역시 두 마이크로폰 방법과 같이 두개의 마이크로폰을 사용하였다. 실험 장치는 다음과 같다.

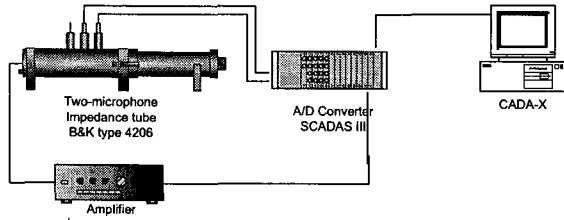


Fig. 1 Experiment Setup (for normal incidence)

샘플은 다음 사진과 같이 폴리우레탄 재질 세개를 준비하였다.

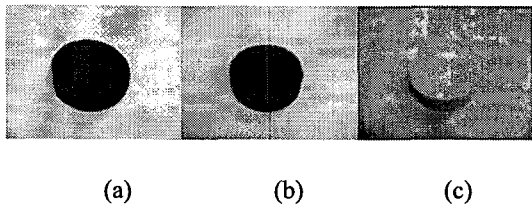


Fig. 2 The pictures of sample
(a) sample 1, (b) sample 2, (c) sample 3

3.2 측정치 비교

샘플 3 개에 대해 반사계수를 측정하여 보았다. 평균 개수는 200 번이며 측정 시간은 0.5 초이며 시간 샘플개수는 2048 개이다. 반사계수 측정 결과는 **Fig. 4** 와 같다.

4. 경사입사 반사계수 측정

4.1 실험 장치

실험 장치는 **Fig.3** 과 같다. 여기서는 4 개의 마이크로폰 어레이를 사용하였다. 소스(source)로는 램덤 신호를 발생하는 스피커를 사용하였다. 스피커는 원거리에 두어 평면파로 가정할 수 있도록 하였다.

공간 평균법(spatial smoothing)을 이용하여 상관성을 줄인 어레이 크로스 스펙트럼 만들어

MUSIC(Multiple Signal Classification)을 사용하였다. 공간 평균법에 사용된 서브 어레이의 개수는 3 개를 사용하였다. 실험 장치상 입사파와 반사파의 각도 오차는 반사계수 측정에 큰 영향을 미치므로 4 개의 마이크로폰으로 어레이를 구성하여 MUSIC 방법을 사용하여 측정상 오차를 줄였다.

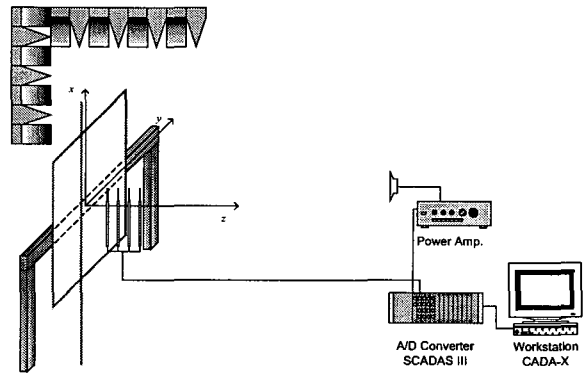


Fig. 3 Experimental setup (for oblique incidence)

여기서는 4 개의 마이크로폰 어레이를 사용하였다. 소스(source)로는 램덤 신호를 발생하는 스피커를 사용하였다. 스피커는 원거리에 두어 평면파로 가정할 수 있도록 하였다.

공간 평균법(spatial smoothing)을 이용하여 상관성을 줄인 어레이 크로스 스펙트럼 만들어 MUSIC(Multiple Signal Classification)을 사용하였다. 공간 평균법에 사용된 서브 어레이의 개수는 3 개를 사용하였다. 실험 장치상 입사파와 반사파의 각도 오차는 반사계수 측정에 큰 영향을 미치므로 4 개의 마이크로폰으로 어레이를 구성하여 MUSIC 방법을 사용하여 측정상 오차를 줄였다.

4.2 모의 실험 결과

샘플 1 에 대해 모의 실험을 해 보았다. 샘플을 로컬리 리액팅 표면(locally reacting surface)이라고 가정하고 모의실험을 해 보았다. 램덤신호를 사용하였고 SNR(signal to noise ratio) 는 20 데

시벨이다. 먼저 공간평균(spatial smoothing)을 이용하여 MUSIC 방법으로 입사파와 반사파의 방향을 탐지한다. Fig. 5는 공간평균을 사용하였을 때와 사용하지 않았을 때를 비교한 결과이다.

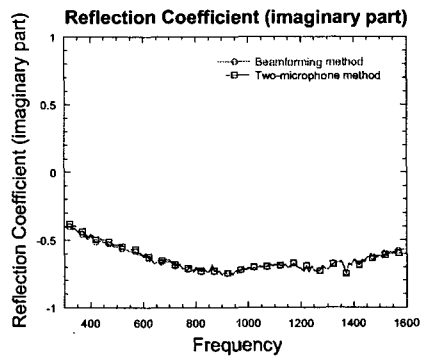
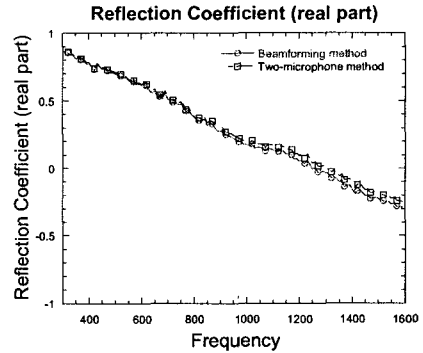
MUSIC 방법을 이용하여 입사각과 반사각 측정 빔형성 방법으로 반사계수를 측정 하면 Fig. 6와 같다.

5. 결론

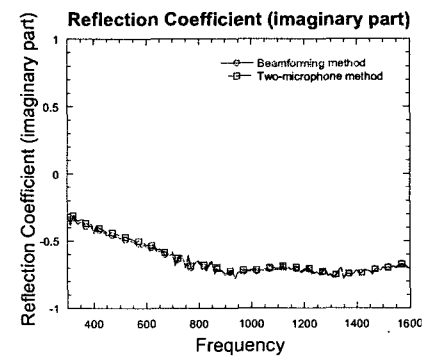
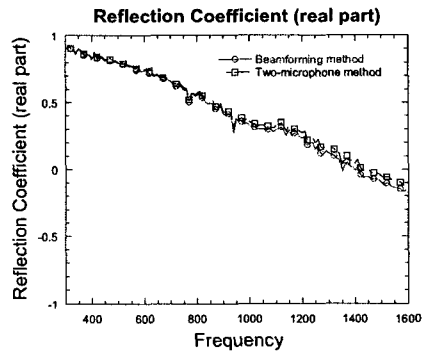
본 논문에서는 빔형성 방법을 사용하여 반사계수를 측정을 제안하였다. 임피던스 튜브 내에서의 수직입사 반사계수를 측정하여 기존의 방법과 비교하여 이 방법의 신뢰성을 확인시켰다. 또한 경사입사의 경우 공간 평균법과 MUSIC 방법을 사용하여 입사각과 반사각을 측정하여 실험 장치 설치 상 오차를 최소화 하고 빔형성 방법을 이용하여 반사계수를 측정하였다. 이론적인 값과 모의실험과의 비교를 통하여 이 방법을 신뢰성을 확인했다.

참고문헌

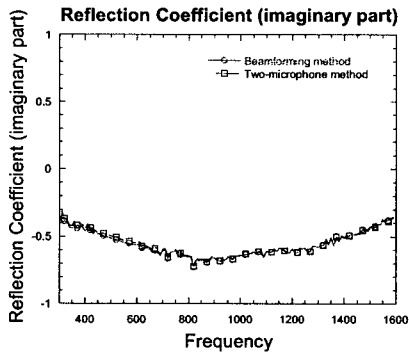
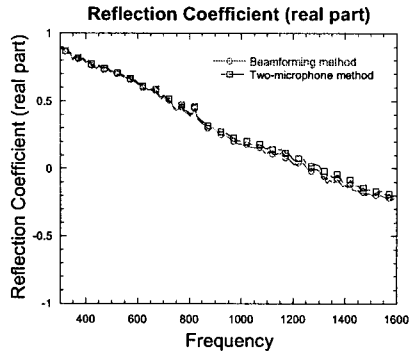
- (1) W.S. Burdic, *Underwater acoustic system analysis*. (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984)
- (2) D.H. Johnson and D.E. Dudgeon, *Array signal processing: concepts and techniques*. (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993).
- (3) Joseph.C.Liberti,Jr., Theodore S.Rappaport, *Smart antennas for wireless communications* (Prentice-Hall, Upper Saddle River,1999)
- (4) Masayuki Tamura, "Spatial Fourier transform method of measuring reflection coefficients at oblique incidence.I:Theory and numerical examples" *J.Acoust.Soc.Am* **88** 2259-2264(1990)
- (5) H.Utsuno, T.Tanaka, T.Fujikawa, and A.F.Sybert, "Transfer function method for measuring characteristic impedance and propagation constant of porous material." *J.Acoust.Soc.Am.* **86**,637-643(1989)
- (6) J.F.Allard, *Propagation of sound in porous media* (Elsevier applied science, New York, 1993)



(a) sample 1

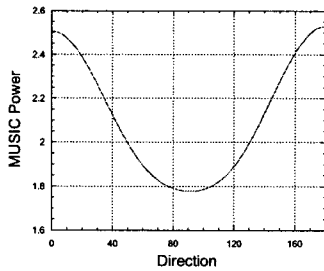


(b) sample 2

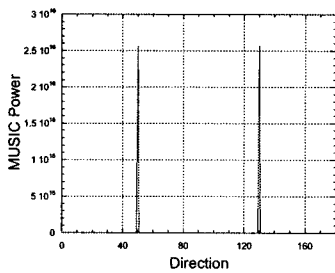


(c) sample 3

Fig. 4 Comparisons reflection coefficient using beamforming and two-microphone method



(a) MUSIC without spatial smoothing



(b) MUSIC with spatial smoothing

Fig. 5 Comparisons of MUSIC method with and without spatial smoothing (angle of incidence 50° , angle of reflection 130°)

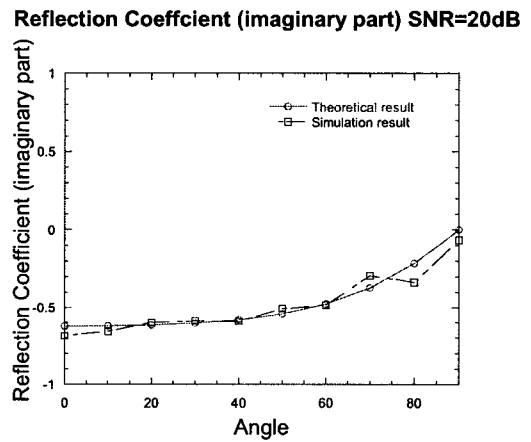
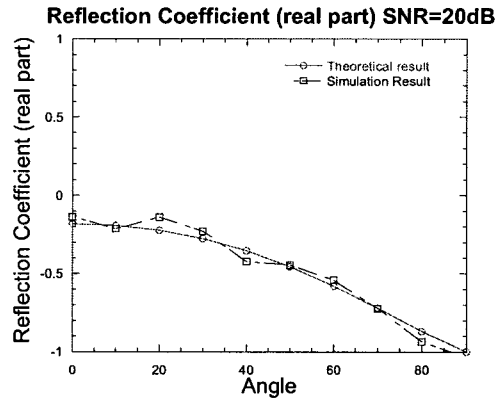


Fig. 6 Measuring the reflection coefficient of oblique incidence (Frequency=1500 Hz)