

# 곡률 원판이 결합된 외팔 원통 셸의 고유진동 해석 Free Vibration Analysis of a Curvated Plate Welded to a Clamped-Free Circular Cylindrical Shell

임정식\* · 손동성\*\*

J.S.Yim and D.S.Sohn

Key words : Beam Function(보 함수), Combined Structure(조합구조물), Cylindrical Shell(원통 셸), Frequency Equation(진동수방정식), Mode shape(모드형상), Natural Frequency(고유진동수), Rayleigh-Ritz Method(레이레이 리츠법), Receptance(동적 응답), Curvated Plate(곡률 판), 구형 캡(Spherical Cap)

## ABSTRACT

The receptance method was applied for the analysis of a cylindrical shell with a curvated plate attached at the top of the shell. The boundary conditions of the shell considered here were clamped at the bottom and free at the top of the shell. Before the analysis of the shell/plate combined structure, the natural frequencies of the plate and the shell were calculated separately and then they were used in the calculation of the frequencies of the combined structure by the receptance method. The frequency equation of the combined structure was derived from the continuity condition at the junction of the shell and the plate. The frequencies for various curvature factors of the plate were presented and compared with those from ANSYS to show its validity of the present method.

## 1. 서 론

원통 실린더의 한쪽에 원판 또는 곡률의 덮개, 회전타원체 반구 등이 결합된 구조물은 원자로 격납용기, 냉각수 저장조 등에서 볼 수 있고, 이러한 구조물의 고유진동 해석은 원자로 용기 및 내부구조물의 동적해석<sup>(1)</sup> 또는 면진<sup>(2)</sup> 등과 같은 동적해석을 위한 기초자료로 활용될 수 있다.

조합구조물의 고유진동 해석을 위한 동적응답법(receptance method)은 Shkarov<sup>(3)</sup>에 의해 소개된 이래로 양단이 단순 지지되고 축 방향 임의 위치에 원판이 결합된 경우의 해석 결과가 Huang과 Soedel<sup>(4,5)</sup>에 의해 발표되었다. 또한 고정-자유인 경계조건을 갖는 원통 셸의 축 방향 임의위치에 원판이 결합된 경우의 결과는 임정식<sup>(6,7)</sup> 등에 의해 발표되었다. 이 동적 응답법은 구조물 각각의 고유진동해석이 가능할 경우 조합된 구조물의 고유진동해석을 간단히 수행할 수 있는 비교적 정확한 방법으로 알려져 있다.

원통 셸의 경계조건이 대칭이 되는 양단 단순지지 원통 셸의 경우, 원통 셸의 변위 함수를 가정할 때 경계조건을 만족하는 함수로서 삼각함수를 사용할 수 있으므로 비교적 수식의 전개가 간단하다. 이에 비해 비대칭 경계조건을 갖는 외팔 원통 셸에 원판이 결합된 구조물의 고유진동 해석의 경우는 셸의 변위 함수로서 보 함수(beam function)<sup>(8)</sup>를 선택할 수 있고 이러한 해석 결과가 Sharma<sup>(9)</sup>, 임정식<sup>(10)</sup> 등에 의하여 발표되었다.

상용의 유한요소 해석 코드를 이용하여 해석할 경우는 해석을 위한 입력자료의 준비가 번거롭고 해석 결과로부터 해당하는 모드와 진동수를 일치시키기 위한 후처리(post-process)에 많은 시간이 소요되는 단점을 갖는다. 이에 반해 해석적 방법을 사용할 경우는 물성 및 기하학적 제원만 입력하는 간단함과 결과 처리에 신속성을 보이는 장점을 갖는다.

여기서는 이미 발표되었던 외팔 원통 셸에 원형 평판이 결합된 조합구조물에 대한 동적응답법을 일부 추가 확장하여 결합되는 원판 대신 작은 곡률을 갖는 구형 캡(Spherical Cap)이 결합된 조합구조물에 대하여 고유진동 해석과 구형 캡의 곡률이 조합구조물의 고유진동에 주는 영향을 검토하고자 원통 셸에 작은 곡률을 갖는 구형 캡이 결합된 경우의 수식을 추가하

\*) 한국원자력연구소  
jsyim@kaeri.re.kr, 042)868-2984  
\*\*) 한국원자력연구소

고 수치해를 얻었다.

대부분의 구조물 고유진동 해석에서와 마찬가지로 저차 공진주파수에 관심이 있으므로 저차의 축 방향 모드인  $M=1, 2$  및 원주방향 모드  $N=1\sim 6$ 에 대하여 관심을 가지고 계산결과를 검토하였다. 계산의 예는 곡률 평판이 원통 쉘의 내부 축 방향 끝과 중간에 결합된 경우를 택하였다.

## 2. 수식의 전개

동적응답법을 이용하여 조합구조물의 고유진동 해석을 위해서는 결합되기 전의 각각의 부품에 대한 고유진동해석이 선행되어야 한다. 따라서 외팔 원통 쉘에 구형 캡이 결합될 때는 외팔 원통 쉘 및 구형 캡의 고유진동해석이 미리 이루어져야 한다. 원통 쉘만의 고유진동 해석은 변위 함수로서 보 함수를 사용하여 Rayleigh-Ritz법을 적용하여 해석할 수 있고 참고문헌 [10]과 동일하여 대부분의 동일한 수식전개 과정은 여기서는 생략한다.

### 2.1 작은 곡률 구형 캡의 고유진동

단순지지 경계조건을 갖는 원판의 고유진동수를 구하면 다음과 같다.

$$\omega_{mn}(\lambda a) = \frac{(\lambda a)^2}{a^2} \sqrt{\frac{D_p}{\rho_p h_p}} \quad (1)$$

$$= \frac{(\lambda a)^2}{a^2} h_p \sqrt{\frac{E_p}{12(1-\nu^2)\rho_p}}$$

여기서 원판의 고유값  $\lambda$ 는 다음 식에서 구할 수 있다<sup>(8)</sup>.

$$\frac{I_{n+1}(\lambda)}{I_n(\lambda)} + \frac{I_{n+1}(\lambda)}{I_n(\lambda)} = \frac{2\lambda}{1-\nu} \quad (2)$$

원형 평판 대신에 원통 쉘에 결합되는 구형 캡에서 곡률반경이 커서 캡이 깊지 않다면, 구형곡률을 갖는 원형 평판으로 간주할 수 있고, 경계조건이 원판과 동일하다면 구형 캡의 고유진동수는 원판의 고유진동수로부터 다음과 같이 구할 수 있다<sup>(4)</sup>.

$$\omega_{smn}^2 = \omega_{pmn}^2 + \frac{E}{\rho R^2} \quad (3)$$

여기서  $R$ 은 곡률을 갖는 구형 캡의 반경이고,  $\omega_{smn}$ 은 곡률을 갖는 구형 캡의 고유진동수,  $\omega_{pmn}$ 은 원형 평판의 고유진동수이다.

### 2.2 진동수 방정식 및 모드형상

조합 구조물의 결합점에서 하중과 변위 관계를 이용하고 연속조건을 적용하면 다음과 같은 동적응답을 포함하는 방정식을 얻는다.

$$[\alpha_{ij} + \beta_{ij}]\{F_{Aj}\} = 0 \quad (4)$$

식 (4)에서  $\{F_{Aj}\} \neq 0$  이어야 하고 무용 해를 갖지 않을 조건으로부터 다음과 같은 조합 구조물의 진동수 방정식을 얻는다.

$$|\alpha_{ij} + \beta_{ij}| = 0 \quad (5)$$

원통 쉘에서 쉘의 중립면에 수직인 횡 방향 진동만을 고려하면 구형 캡과 원통 쉘 결합부에서의 연성은 구형 캡의 횡 방향 변위 및 반경방향 기울기 변화, 원통 쉘의 반경방향 변위 및 축 방향 기울기 변화만 남게되어 결합부에서의 변위는 2개로 줄어들게 된다. 이러한 가정에 의해 식 (4)는 간단히 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} + \beta_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} + \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_3 \\ M_1 \end{Bmatrix} = 0 \quad (6)$$

여기서  $F_3$ 은 구형 캡과 쉘 결합부위에서 쉘의 운동에 연성된 캡의 강제 평면 운동을 일으키는 힘의 크기이고,  $M_1$ 는 캡의 횡 방향 운동이 쉘 운동에 연성된 모멘트의 크기이다. 동적응답  $\beta_{12}$  와  $\beta_{21}$ 은 쉘의 반경방향 변위와 캡의 횡 방향 운동의 연성이 없으므로 영이고,  $\alpha_{12} = \alpha_{21}$ 이다. 이에 따라 하나의 구형 캡이 원통 쉘의 임의 위치에 결합되어 있는 경우의 동적응답은 다음과 같다<sup>(6)</sup>.

$$\alpha_{11} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{(\omega_{imn}^2 - \omega_c^2)} \cdot \phi(x^*) \phi(x^*)$$

$$/ \left\{ \rho h \left[ (A/C)_{imn}^2 \int_0^L \phi'^2 dx + (B/C)_{imn}^2 \int_0^L \phi^2 dx \right] + \int_0^L \phi^2 dx \right\} \quad (7)$$

$$\alpha_{21} = - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{(\omega_{imn}^2 - \omega_c^2)} p_r \phi(x^*) \phi'(x^*)$$

$$/ \left\{ \rho h \left[ (A/C)_{imn}^2 \int_0^L \phi'^2 dx + (B/C)_{imn}^2 \int_0^L \phi^2 dx \right] + \int_0^L \phi^2 dx \right\} \quad (8)$$

$$\alpha_{22} = - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{(\omega_{imn}^2 - \omega_c^2)} p_r^2 \phi'(x^*) \phi'(x^*)$$

$$/ \left\{ \rho h \left[ (A/C)_{imn}^2 \int_0^L \phi'^2 dx + (B/C)_{imn}^2 \int_0^L \phi^2 dx \right] + \int_0^L \phi^2 dx \right\} \quad (9)$$

곡률반경이 커서 캡의 깊이가 깊지 않을 경우 캡의 응답은 원형 평판의 것과 크게 다르지 않다고 가정하여, 쉘과 구형 캡의 연성이 없어 영이 되는 두 개를 제외한  $\beta_{11}$ 과  $\beta_{22}$ 으로서 그 결과를 보이면 다음과 같다<sup>(3)</sup>.

$$\beta_{11} = \begin{cases} -\frac{1}{a\rho_p h_p \omega_c^2} & \text{for } \hat{n} = 1 \\ 0 & \text{for } \hat{n} \neq 1 \end{cases} \quad (10)$$

$$\beta_{22} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\pi \lambda^2 a}{\rho_p h_p} \frac{[J_{n+1}(\lambda a) - \frac{J_n(\lambda a)}{I_n(\lambda a)} I_{n+1}(\lambda a)]^2}{N_{mn}[(\omega_p)_{mn}^2 - \omega_c^2]} \quad (11)$$

식 (6)에서 무용해를 얻지 않을 조건으로부터 조합구조물에 대한 다음의 진동수 방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} a_{11} + \beta_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} + \beta_{22} \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

전개하면 조합 원통 쉘의 고유진동수인  $\omega_c$ 에 대한 함수로서 다음 식과 같다.

$$f(\omega_c) = (a_{11} + \beta_{11})(a_{22} + \beta_{22}) - a_{12} \cdot a_{21} = 0 \quad (13)$$

식 (13)은 특이점(singular point)을 갖는 비선형 방정식으로서 수치적인 방법으로 해를 구해야 하며, 이로부터 구한 고정-자유 경계조건을 갖는 조합 구조물의 쉘 모드형상을 다음과 같이 얻는다.

$$u_3^S(x, \theta, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^3 \frac{F_3^S}{\omega_{imn}^2 - \omega_c^2} \phi(x) * \{ \phi(x^*) - (M_1^S/F_3^S) p_r \phi'(x^*) \cdot \cos n \theta e^{i\omega t} \} / \left\{ \rho h [(A/C)_{imn}^2 \int_0^L \phi'^2 dx + (B/C)_{imn}^2 \int_0^L \phi^2 dx] + \int_0^L \phi^2 dx \right\} \quad (14)$$

한편 곡률이 작은 구형 캡의 모드 형상은 원판의 것과 같다고 가정하여 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$u_3^P(r, \theta, t) = -F_3^S \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(M_1^S/F_3^S) \pi \lambda a}{[(\omega_p)_{mn}^2 - \omega_c^2] \rho_p h_p N_{mn}} * \left[ J_n(\lambda r) - \frac{J_n(\lambda a)}{I_n(\lambda a)} I_n(\lambda r) \right] \cdot \cos n \theta \quad (15)$$

### 3. 결과 및 고찰

지금까지 기술한 수식전개를 이용하여 고정-자유 경계조건을 갖는 외팔형 원통 쉘의 자유단에 작은 곡률이 있는 하나의 구형 캡이 결합된 경우의 수치해를 얻었다. 외팔 원통 쉘에 원형 평판이 결합된 경우의 결과에 대한 타당성은 ANSYS 및 고유진동 시험결과와 비교를 통해 이미 발표되었으므로<sup>(10)</sup> 여기서는 생략한다.

계산에 있어 원통 쉘 및 구형 캡의 변위는 식 (14), (15)에서 보는 것과 같이 모드 합으로 표현되어 있으므로 모드 합의 개수에 따라 결과에 영향을 줄 수 있다. 여기서는 모드 합의 더해지는 항 수를 변화시켜가며 결과를 얻고 이 결과의 수렴성을 검토하여 구형 캡과 원통 쉘의 변위를 나타낼 때 40 모드까지 합하면 수렴하는 것을 보이므로 각 각의

계산에서는 40항까지의 모드합을 합하여 계산하였다. ANSYS를 사용한 유한요소 모델은 쉘의 반경에 대한 두께비가 34.8(=104.5/3)로서 얇은 쉘로 볼 수 있으므로 쉘 요소를 사용하고 Subspace iteration 방법으로 계산하였다. ANSYS 계산의 결과도 사용되는 요소 크기에 따라 영향을 받을 수 있으므로 사용되는 요소의 크기는 해석결과의 수렴성과 해석시간 및 컴퓨터 용량을 고려하여 쉘의 축방향 길이의 1/40 크기 요소를 사용하였다.

계산에 사용된 원통 쉘의 제원은 길이가 500 mm, 반경 104.5 mm, 두께 3 mm이며 물성으로는 영률 20.6\*10<sup>4</sup> N/mm<sup>2</sup>, Poisson 비 0.3, 밀도 7.85\*10<sup>-9</sup> kgs<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>이다. 결합되는 구형 캡의 두께는 3mm이고 기타의 물성은 원통 쉘과 동일하다.

외팔 경계조건인 원통 쉘 자유단에 구형 캡이 결합된 조합 원통 쉘에 대한 진동수 계산 결과를 ANSYS의 결과와 축 방향 파수 M=1과 M=2에 대하여 캡의 곡률 계수에 따라 비교하면 Fig. 1 ~ Fig. 4와 같다. 구형 캡이 없는 원통 쉘의 고유진동수의 변화는 진동에 의해 쉘의 굽힘과 신장에너지의 합에 따라 변화하여 이들의 최소 교차점에서 최소진동수를 나타내므로<sup>(11)</sup>, 이들의 변화는 Fig. 1 ~ Fig. 4에서 보는 것과 같이 포물선 변화를 하고 (1,2), (2,3) 모드에서 최소진동수를 보인다.

Fig. 1에서 구형 캡 부착에 의해 최소 진동수를 보이는 (1,2) 모드의 진동수는 상대적으로 큰 진동수 증가를 보이는데, 이는 원통 쉘의 타원형 진동모드가 구형 캡에 의해 진동저항이 크게 나타나기 때문이며, 구형 캡이 아닌 원판이 결합된 경우, 본 해석의 결과와 ANSYS 결과는 경향과 크기에 있어 유사함을 보인다. 조합구조물의 반경방향 파수 N이 증가할수록 구형 캡이 조합구조물의 고유진동수에 주는 결합 영향은 구형 캡의 고유진동수가 원통쉘의 고유진동수보다 월등히 커서 작아지며, 본래의 원통 쉘만의 고유 진동수에 접근함을 보인다. 구형 캡 곡률의 영향은 특히 (1,0) 모드인 구형 캡만의 지배진동 모드에서 크게 증가를 나타내며, 구형 캡의 곡률 계수가 커 질수록(여기서 곡률계수는 평판과 곡률판의 원으로부터 곡률판의 거리로 정의), 다시 말해 볼록해질수록 구형 캡 자체의 진동수 증가에 의해 큰 진동수 증가를 뚜렷이 보여주고 있다. 이러한 현상은 모드형상을 보이는 Fig. 5 ~ Fig. 8에서 구형 캡과 원통 쉘의 지배진동 모드 형상을 관찰하면 알 수 있다. 조합구조물의 (1,1) 모드는 모드형상을 보이는 그림에서 알수 있는 것과 같이 원통 쉘의 지배진동 모드로서 원통 쉘의 흔들림 모드이므로 구형 캡의 영향을 거의 받지 않고 곡률 원판의 곡률 변화에 관계없이 원래의 원통 쉘의 진동수에 가까이 모여있음을 보인다. Fig. 2는 구형 캡의 곡률 계수가 0.15, 0.20의 경우이며 (1,0)

모드에서 구형 캡의 진동수 증가가 커서 곡률 판의 영향이 없이 원래의 원통 셸의 진동수에 가까이 접근함을 보여주고 있다.

Fig. 3과 Fig. 4는 축 방향 모드  $M=2$ 인 경우로서 모드형상 그림에서 알 수 있는 것과 같이 (2,0) 모드는 구형 캡의 지배 진동모드, (2,1) 모드는 구형 캡과 원통 셸의 결합모드로서 원래의 원통 셸의 진동수가 큰 증가를 보이며, (2,2), (2,3), (2,4) 모드는 구형 캡의 결합효과에 의해 원통 셸의 낮은 진동수들이 모두 증가된 구형 캡 결합의 영향을 보여주고 있다.

Fig. 9 ~ Fig. 10은 구형 캡이 원통 셸의 축 방향 중간에 결합된 경우이며, 각 각 구형 캡의 곡률 계수가 0(평판), 0.1일 경우로서 각 각의 조합모드 형상에 따라 진동수의 변화가 서로 다름을 보인다. (1,0) 모드에서 구형 캡의 진동수는 원통 셸의 높은 진동수의 영향을 받아 다소 높아지지만 이 진동모드는 구형 캡의 지배진동이므로 진동수는 구형 캡의 진동수에 가까운 진동수를 보인다. (1,1)에서는 높은 구형 캡의 진동수가 셸의 영향으로 낮아지지만 고정-자유 경계조건에서의 원통 셸의 진동모드는 원통 셸의 흔들림(swaying) 모드에 의해 원통 셸의 진동수에 종속되는 진동수를 보인다.

$M=1$ 에서 원주방향 파수  $N$ 이 증가할수록 모드 형상에서 보는 것과 같이 원통 셸의 진동모드가 지배적이 되어 조합 구조물의 진동수는 구형 캡의 진동수에 영향을 받지 않는 원통 셸만의 진동수에 접근함을 보인다. 여기서 사용된 재료와 물성에 의한 해석 결과는 저차 모드일수록 구형 캡의 고유진동모드가 지배적이고, 고차 모드로 갈수록 곡률 원판의 진동수가 원통 셸의 진동수에 비해 월등히 크고, 원통 셸의 고유진동모드가 지배적이 되어 구형 캡 결합 효과가 전체 조합 구조물의 진동수에 미치는 영향이 작아짐을 보인다. 이러한 진동수의 변화는 축 방향 반파 수  $M=2$ 에서도 같은 경향을 보인다.

따라서 지금까지 구형 캡의 결합에 의해 나타나는 조합 원통 셸의 고유진동수의 변화를 통하여 구형 캡의 결합에 의한 조합구조물의 고유진동수는 어느 부품의 모드가 지배적인가에 따라 다르게 나타나므로 구조설계자의 관심이 되는 저차 진동모드에서 공진을 피하기 위해 구형 캡과 셸의 경계조건 및 제원을 사전에 검토하여 설계에 반영할 수 있을 것으로 보인다.

#### 4. 결 론

외팔 경계조건을 갖는 원통 셸의 축 방향 임의 위치에 작은 곡률을 갖는 구형 캡이 결합되어 있을 경우의 고유진동 해석을 등적응답법을 사용하여

해석할 수 있도록 이론적인 수식전개를 거쳐 수치해를 얻었다. 계산의 예로서 원통 셸의 상단 및 중간에 구형 캡이 결합된 경우의 진동수를 얻고 그 특성을 검토하였다. 이론해로부터 얻은 수치결과를 범용의 유한요소 코드인 ANSYS 코드 해석의 결과와 비교하여 이론적 수치해의 타당성을 검토한 후 구형 캡의 곡률에 따른 고유진동수의 변화를 고찰하였다. 이들 결과에 대한 검토 고찰을 통하여 다음의 결론을 얻었다.

- 1) 이론해석으로 얻은 고유진동수와 모드 형상은 ANSYS을 이용한 해석결과와 상응하므로 수식의 타당성과 적용성을 입증한다고 볼 수 있다.
- 2) 조합 구조물의 진동수는 구형 캡이나 원통 셸의 지배진동 모드에 종속됨을 보인다. 여기서 사용된 제원을 갖는 구형 캡이나 원통 셸의 계산결과 구형 캡의 곡률이 증가할수록 구형 캡의 진동수 증가에 의해 평원판 결합 때보다 구형 캡 지배진동 모드에서 큰 진동수 증가를 나타낸다.
- 3) 원주방향 파수가 증가할수록 원통 셸의 진동이 지배적이 되어 구형 캡 결합이 진동수에 주는 영향은 감소한다.

따라서 여기서 개발된 수식을 이용하여 작은 곡률이 있는 구형 캡이 결합된 조합 원통 셸의 고유진동수 및 모드형상을 사전에 알 수 있고, 이를 통하여 조합구조물의 공진회피를 위한 해석에 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

#### Acknowledgement

본 연구는 과학기술부의 원자력연구개발 사업의 일환으로 수행되었음.

#### References

- (1) M.J.Jhung, 1998 "Structural Integrity of PWR Fuel Assembly for Earthquake", Journal of Korean Nuclear Society, Vol. 30, No. 3, pp. 212-221
- (2) 유봉, 이재한, 구경희, "액체금속로 먼진설계 적용을 위한 지진응답 특성시험", 한국원자력학회, '97추계학술발표회 논문집, pp. 528-533
- (3) Shkarov I.E., 1962, "Use of the Method of Dynamic Rigidities fro Calculating the Frequencies of Natural Vibration of Built-up Shells," NASA Technical Translation F-341, pp. 797-805
- (4) Soedel, W., 1993, "Vibration of Shells and Plate, Marcel Dekker Inc., New York, 2nd edition.

- (5) Huang, D. T. and Soedel, W., 1991, "Natural Frequencies and Modes of a Circular Plate Welded to a Circular Cylindrical Shell at Arbitrary Axial Positions," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 162, No. 3, pp. 403-427.
- (6) 임정식, 이영신, 손동성, 1997, "원판이 결합된 외팔 원통 쉘의 고유진동 특성," *한국소음진동 공학회지*, 제 7권, 제 2호, pp. 331 - 346
- (7) Yim J.S, Sohn D.S and Lee Y.S., 1998, "Free Vibration of Clamped-Free Circular Cylindrical Shell with a Plate Attached at an Arbitrary Axial Position," *Journal of Sound and Vibration*, Vol 213, No.1, pp.75-88
- (8) Blevins, R. D., 1979, "Formular for Natural Frequency and Mode Shape," Van Nostrand Reinhold Co., New York.
- (9) Sharma, C. B. and Johns, D. J., 1970, "Vibration Characteristics of Clamped/Free and Clamped/Ring Stiffened Circular Cylindrical Shells : A Theoretical Analysis," TT7001, Department of Transport Technology, Loughborough University of Technology.
- (10) 임정식, 1996, "일단고정-일단자유 원통 쉘의 고유진동 해석," *한국소음진동공학회지*, 제 6권, 제 1호, pp. 45-56.
- (11) H. Krauss, *Thin Elastic Shells—An Introduction to the Theoretical Foundation and the Analysis of Their Static and Dynamic Behaviour*, John Wiley & Sons, Inc.,

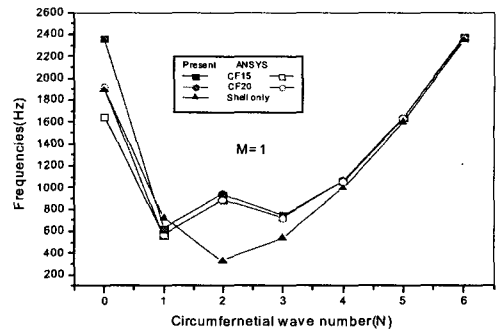


Fig. 2 Freq. as a function of Curve Factor(M=1)

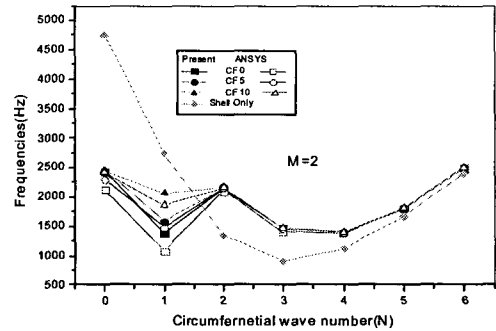


Fig. 3 Freq. as a function of Curve Factor(M=2)

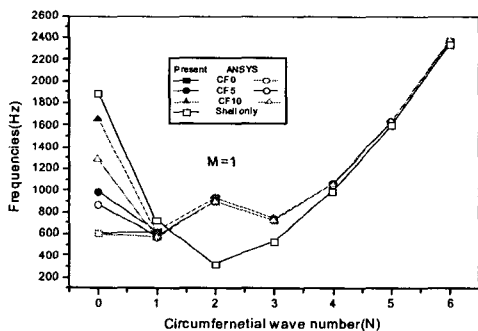


Fig. 1 Freq. as a function of Curve Factor(M=1)

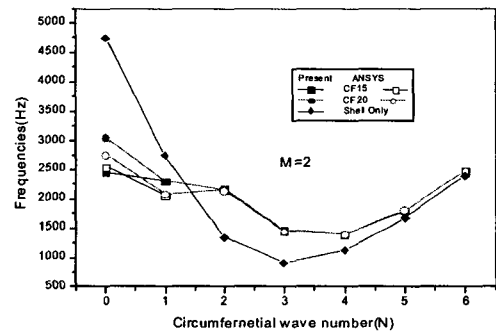


Fig. 4 Freq. as a function of Curve Factor(M=2)

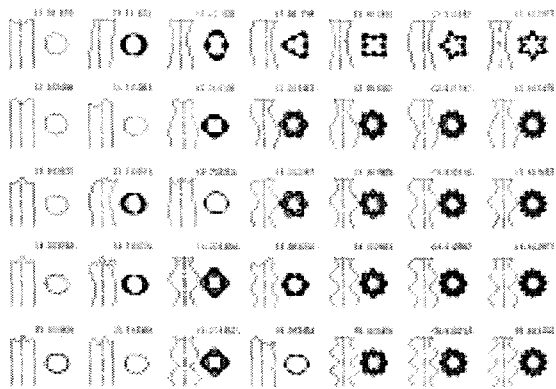


Fig. 5 Mode Shape of Combined Shell with Plate Curve Factor=0.0(Flat Plate)

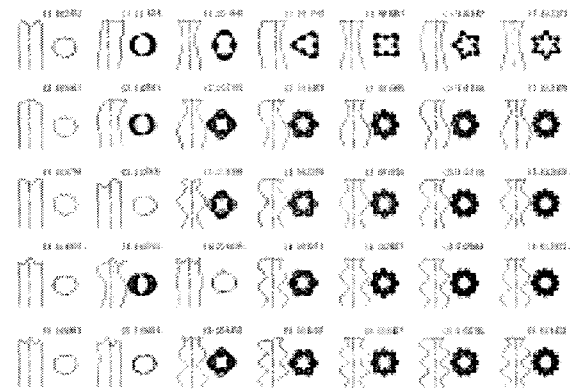


Fig. 8 Mode Shape of Combined Shell with Plate Curve Factor=0.2

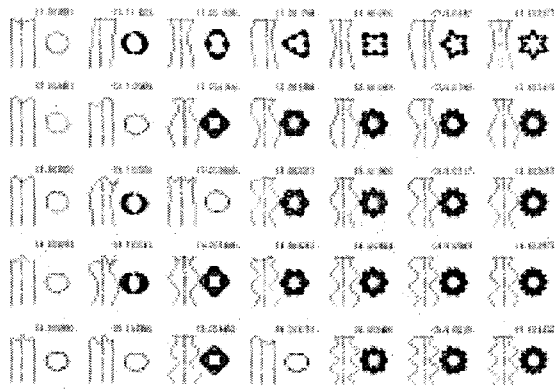


Fig. 6 Mode Shape of Combined Shell with Plate Curve Factor=0.1

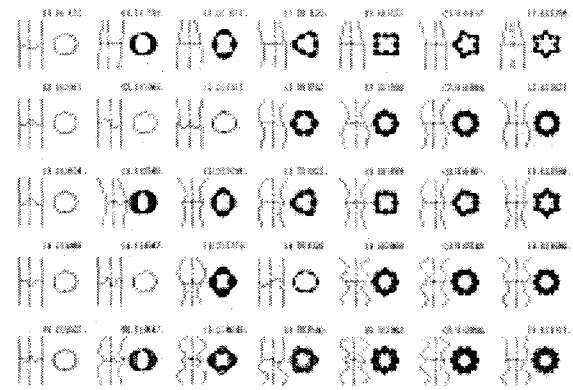


Fig. 9 Mode Shape of Combined Shell with Plate at Middle(CF=0.0 : Flat Plate)

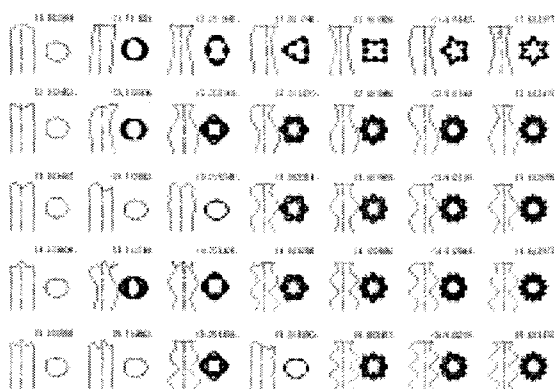


Fig. 7 Mode Shape of Combined Shell with Plate Curve Factor=0.15

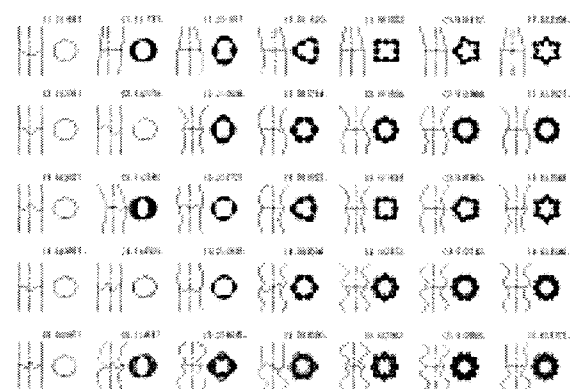


Fig. 10 Mode Shape of Combined Shell with Plate at Middle(Curv. Factor=0.1)