

실측형상오차를 이용한 HDD 스피ndl용 볼베어링의 NRRO 해석 NRRO analysis of HDD spindle ball bearings using the measured geometric imperfection

김영철* · 최상규** · 윤기찬***

Young-Cheol Kim, Sang-Kyu Choi and Ki-Chan Yoon

Key Words : Ball Bearing(볼베어링), NRRO(비반복적런아웃), Waviness(형상오차), Preload(예압)

ABSTRACT

This paper presents theoretical analysis of the NRRO(non-repeatable run-out) for a ball bearing with geometric imperfection. The 3DOF dynamic analysis of a ball bearing using the Newton-Raphson method is performed to calculate the displacement of shaft center. Frequency and magnitude characteristics of radial and axial vibrations are investigated. The ball form errors of the ball, the inner race, and the outer race in a HDD spindle ball bearing are precisely measured. NRRO of a ball bearing is analyzed by using the measured waviness data. It is concluded that dominant components of radial vibrations are f_c and $2f_b \pm f_c$, and dominant component of axial vibrations is $2f_b$. These are generated by the size error and the second waviness of the balls.

1. 서론

HDD와 같은 정보저장기기의 자기기록밀도(magnetic track density)는 최근에 급속히 증가하고 있는데, 이를 위해서 HDD 스피ndl용 볼 베어링에서 발생하는 비반복적인 진동성분(이하 NRRO, non-repeatable run-out)을 최대한 줄이는 것이 필수적이다. NRRO를 저감시키기 위해서는 내륜, 외륜 및 볼에 포함되는 형상과 치수 오차를 작게 하는 것이 중요하지만, 가공정밀도의 향상에는 가공비용을 비롯한 여러 가지 제약조건이 따르므로 NRRO의 연구를 위해서 보다 실제적인 관점에서 연구할 필요성이 있다.

볼베어링 단품의 NRRO에 관해서 많은 선행 연구들이 있다. Yhland⁽¹⁻²⁾는 볼베어링의 형상오차와 축방향진동 및 반경방향진동과의 관계를 실험적으로 연구하였으며, Wardle⁽³⁻⁴⁾은 볼의 개수와 형상오차 차수관계를 연구하였다. Ono⁽⁵⁾는 Newton-Raphson법을 이용하여 반경방향의 2자유도계에서 NRRO를 해석적으로 규명하고, 그 메카니즘

을 설명하였다. Akturk⁽⁶⁻⁷⁾은 Runge-Kutta법을 이용하여 3자유도의 NRRO해석을 수행하였으며, 정성원⁽⁸⁾은 이를 5자유도계로 확장하여 NRRO 해석을 수행하였다.

본 저자⁽⁹⁻¹¹⁾는 선행연구로서 HDD 스피ndl용 볼베어링 단품에 대하여 실측형상오차를 측정하여 2자유도 NRRO 해석을 수행하였으며, 베어링 설계적인 관점에서 NRRO 저감 방안을 제시하였다. 본 연구에서는 선행연구를 3자유도로 확장하여 축방향진동과 반경방향진동을 해석하는 프로그램을 개발하고자 한다. 해석 알고리즘은 볼과 내외륜사이에 Hertzian 접촉의 비선형 효과와 Newton-Raphson법을 이용하였으며, 베어링 단품의 실측형상을 적용하여 해석함으로써 2자유도의 해석결과와 비교하여 중요 설계인자를 파악하고자 한다.

2. NRRO 해석 이론

2.1 예압에 의한 초기변형 해석

Fig. 1은 볼베어링의 기하학적 형상을 나타낸 것인데, 축방향 예압 F_p 에 의해서 접촉각은 자유접촉각 α_0 에서 접촉각 α 로 변화하게 되며, 다음 식과 같이 접촉각 방향으로 탄성변형 δ 가 발생하게 된다.

* 한국기계연구원 회전체그룹
E-mail : kyc@kimm.re.kr
Tel: (042) 868-7877, Fax: (042) 868-7440

** 한국기계연구원 회전체그룹

*** (주)FAG한화베어링 연구소

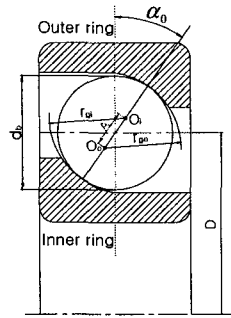


Fig. 1 Geometry of an angular contact ball bearing

$$\delta = A \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \quad (1)$$

Hertzian 접촉이론에 의하면, k 번째 볼과 내외륜에 작용하는 힘 P_k 과 변형량 δ_k 는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$P_k = C_k \delta_k^{3/2} \quad (2)$$

이 때 C_k 는 강성계수로서, 볼과 내륜 및 외륜과의 접촉 강성 K_i 및 K_o 에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$C_k = \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{K_i}\right)^{2/3} + \left(\frac{1}{K_o}\right)^{2/3}} \right]^{3/2} \quad (3)$$

Z 개로 이루어진 볼로 이루어진 볼베어링의 각 볼에서 접촉력의 축방향성분의 합과 예압은 평형을 이루어야 하므로 다음의 관계가 성립한다.

$$F_p = Z P_k \sin \alpha \quad (4)$$

따라서 식 (1)~(4)로부터 다음과 같은 힘평형방정식이 성립한다.

$$\frac{F_p}{Z C_k A^{3/2}} = \sin \alpha \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right)^{3/2} \quad (5)$$

비선형방정식 식 (5)를 Newton-Raphson법으로 풀게 되면 축방향 예압 F_p 에 의한 접촉각 α 와 탄성변형량 δ 가 계산되어진다.

2.2 Waviness Model

우선 베어링의 운동학을 고려하면, d_b 를 볼의 직경, D 를 피치원 직경, 내륜 회전각을 ωt 라 할 때, 첫 번째 볼의 위치각과 k 번째 볼의 위치각은 식 (6) 및 식 (7)과 같다.

$$\Omega t = \frac{\omega t}{2} \left(1 - \frac{d_b}{D} \cos \alpha \right) \quad (6)$$

$$\theta_k = \Omega t + 2\pi \frac{(k-1)}{Z} \quad (7)$$

그리고 이때 볼의 자전각은 식 (8)와 같다.

$$\omega_b t = \frac{\omega t D}{2d_b} \left(1 - \frac{d_b^2}{D^2} \cos^2 \alpha \right) \quad (8)$$

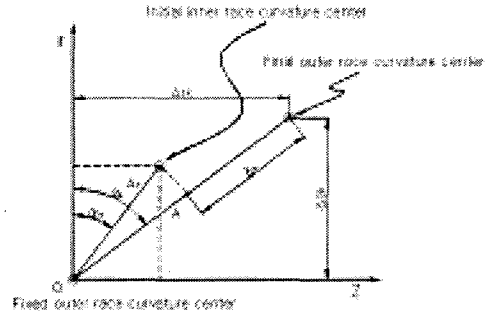


Fig. 2 Contact deflection between ball and races

Fig. 2는 NRRO 해석을 위한 3자유도 모델을 나타내는 그림인데, 외륜의 곡률반경 중심이 고정되어 있다고 가정할 때 탄성변형에 의해 내륜의 곡률반경 중심의 위치가 변경된 것을 보여주고 있다. 이 모델은 반경방향 뿐만 아니라 축방향으로의 탄성변형을 고려하며, HDD용 스핀들베어링에 적용되는 것이므로 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트의 영향은 무시한다. Fig. 2에서 탄성변형전 초기에 두 곡률중심간 거리 A_o 는 다음 식과 같이 표현되어진다.

$$A_o = r_{go} + r_{gi} - D = (f_o + f_i - 1)D \quad (9)$$

만약 예압 및 waviness에 의해 탄성변형이 발생하게 되면, 두 곡률중심간 거리 A 는 축방향성분 Δ_{zk} 및 반경방향성분 Δ_{rk} 을 가지게 된다.

$$\Delta_{rk} = A_o \cos \alpha_o + x \cos \theta_k + y \sin \theta_k \quad (10)$$

$$\Delta_{zk} = A_o \sin \alpha_o + Z \quad (11)$$

따라서 변형후 탄성변형량은 다음과 같이 표현되어진다.

$$\delta_k = \sqrt{\Delta_{rk}^2 + \Delta_{zk}^2} - A_o \quad (12)$$

그리고 변형후 접촉각은 다음과 같이 된다.

$$\alpha_k = \tan^{-1} \frac{\Delta_{zk}}{\Delta_{rk}} \quad (13)$$

곡률중심간 거리 A 가 waviness에 의해 변한다고 가정하면, 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$A = r_g + R_g - D_g \quad (14)$$

즉 식 (14)는 내륜, 외륜, 볼 각각의 곡률중심에 waviness가 첨가된 형태로서 다음의 식들과 같이 r_g , R_g , D_g 가 정의되어진다.

$$r_g(\theta_k) = r_0 - \sum_{n=1}^N a_{rn} \cos \{ n(\theta_k - \omega t) + \phi_{rn} \} \quad (15)$$

$$R_g(\theta_k) = R_0 + \sum_{n=1}^N a_{Rn} \cos(n\theta_k + \phi_{Rn}) \quad (16)$$

$$D_{gk}(\omega_b t) = D_{k0} + \sum_{n=1}^N a_{bkn} \cos(n\omega_b t + \phi_{bkn}) + \sum_{n=1}^N a_{bkn} \cos \{ n(\omega_b t + \pi) + \phi_{bkn} \} \quad (17)$$

2.3 비선형 힘평형방정식

볼과 내외륜에 작용하는 힘은 각 볼의 위치마다 다르기 때문에 축의 중심은 그것들의 합력이 0이 되는 위치로 이동할 것이다. 만약 스피ndl들의 관성력을 무시하면, x, y, z 방향의 접촉력 평형방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$f_x = \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \cos \alpha_k \cos \theta_k = 0 \quad (18)$$

$$f_y = \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \cos \alpha_k \sin \theta_k = 0 \quad (19)$$

$$f_z = \sum_{k=1}^Z C_k \delta_k^{3/2} \sin \alpha_k - F_p = 0 \quad (20)$$

이때 F_p 는 예압(preload)를 나타낸다.

식 (18)~(20)은 x, y, z 에 관한 비선형 방정식이므로, 다음과 같이 Newton-Raphson법에 의하여 해를 구한다.

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_i - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial x} & \frac{\partial f_x}{\partial y} & \frac{\partial f_x}{\partial z} \\ \frac{\partial f_y}{\partial x} & \frac{\partial f_y}{\partial y} & \frac{\partial f_y}{\partial z} \\ \frac{\partial f_z}{\partial x} & \frac{\partial f_z}{\partial y} & \frac{\partial f_z}{\partial z} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{Bmatrix}_i \quad (21)$$

변형량 δ_k 의 초기치는 초기변형 해석으로부터 계산된다. 내륜의 회전각을 변화시키면서 수렴할 때까지 계산을 반복하면 회전각에 대응한 축의 거동이 계산된다. 계산되어진 축의 거동은 FFT에 의해 주파수영역에서 분석되어진다.

3. 볼베어링의 형상오차

3.1 스피ndl 볼베어링 제원

PC용 HDD의 회전속도는 지속적으로 상승하고 있는 추세에 있으며, 국내 베어링 업체에서도 스피ndl용 베어링을 개발중에 있다. Table 1은 개발하고자 하는 스피ndl볼베어링의 제원을 나타낸다. HDD 스피ndl들의 회전속도 f_r 을 120Hz(7200rpm)으로 가정하면, cage 각속도는 식 (6)에 의해 $f_c = 50Hz$ 가 되고, 볼의 spin 각속도는 식 (8)에 의해 $f_b = 335Hz$ 가 된다.

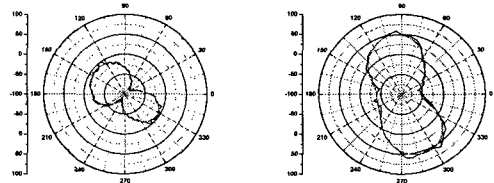
Table 1 Specification of a Spindle Bearing

Ball Diameter	d_b (mm)	1.5875
No. of Balls	Z	10
Pitch Diameter	D (mm)	9.1
Curvature Ratio of IRW	f_i	0.529
Curvature Ratio of ORW	f_o	0.535
Rotating Speed	f_r (Hz)	120

3.2 HDD 스피ndl용 볼베어링의 실측

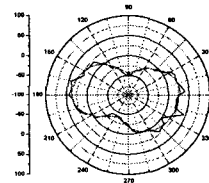
실제 볼이나 내외륜 궤도의 경우에는 고차 성분까지 포함하는 여러 형상오차성분이 존재하다. 따라서 볼 베어링 샘플을 한 개 추출하여 Fig. 3(a)~(c)과 같이 실제로 볼이나 내외륜 궤도로부터 형상오차를 측정하였다.

이것들을 waviness 해석 모델에 적용하기 위하여 Fourier 급수전개를 이용하여 각 주기성분을 추출하였는데, Table 2는 볼이나 내외륜 궤도의 1~10차까지의 오차성분을 계산한 것이다. 이때 0차의 치수오차는 없는 것으로 가정하였다. Table 2의 결과를 살펴보면, 측정된 오차성분은 모두 2차 성분이 지배적으로 크고, 고차로 갈수록 이 성분들이 줄어들고 있음을 볼 수 있다. 실제로 10차 이상의 오차성분은 센서 측정범위를 벗어나는 1 μm 이하로서 NRRO에 거의 영향을 미치지 못할 것으로 판단된다.



(a) Ball

(b) Outer-race



(c) Inner-race

Fig. 3 Measured Waviness

Table 2 Waviness component values obtained by FFT

order	ball(nm)	outer race(nm)	inner race(nm)
1st	6.1	1.7	2.5
2nd	35.9	52.6	35.3
3rd	9.8	7.6	9.1
4th	3.3	3.7	4.6
5th	3.8	1.4	3.1
6th	2.4	4.1	1.8
7th	1.8	0.8	1.5
8th	0.9	1.5	0.6
9th	0.2	1.7	1.6
10th	0.7	0.8	1.1

4. 형상오차를 이용한 NRRO 해석

4.1 형상오차성분과 주파수성분의 상관관계

형상오차 차수와 주파수성분간의 관계는 많은 참고문헌^(1~8)에서 제시하고 있으며, 본 저자⁽¹¹⁾도 베어링의 축방향에 압과 간극의 변화에 따른 NRRO 성분의 변화추이를 고찰한 바 있다. Table 3은 내륜 회전하는 볼베어링에 관하여 형상오차 차수와 주파수성분간의 관계를 정리한 것이다. 볼의 짝수차 형상오차 성분이 NRRO에 큰 영향을 미치며, 내외륜의 경우 볼의 개수에 큰 영향을 받고 있음을 알 수 있다.

Table 3 Relationship between waviness order and NRRO frequencies

	Waviness order	NRRO frequencies	Type of motion
Ball	0(oversize)	f_c	radial
	$j(\text{even})$	$if_b \pm f_c$	radial
	$j(\text{even})$	if_b	axial
Outer-race	$jZ \pm 1$	jZf_c	radial
	jZ	jZf_c	axial
Inner-race	1	f_r	radial
	$jZ \pm 1$	$jZ(f_r - f_c) \pm f_r$	radial
	jZ	$jZ(f_r - f_c)$	axial

4.2 3자유도 NRRO 해석

본 저자^(9~10)는 실측 형상오차를 2자유도 해석모델을 적용하여 반경방향으로 발생하는 NRRO의 거동을 고찰한 바 있다. 이 절에서는 실측형상오차를 3자유도 해석모델에 적용하여 2D 해석결과와 비교 고찰하기로 한다.

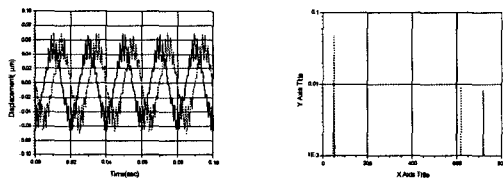


Fig. 4 Radial NRRO with one ball waviness

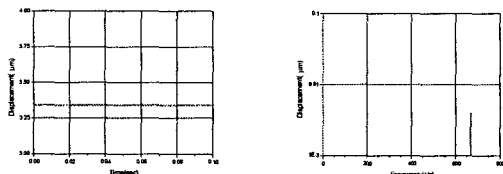


Fig. 5 Axial NRRO with one ball waviness

4.2.1 볼 1개의 실측형상오차 영향

1개의 볼에 0.1 μm 의 크기오차와 실측 형상오차를 간극이 5 μm 이고 예압이 80N인 경우에 적용하여 3자유도 NRRO 거동을 살펴보았다. Fig. 4와 5는 각각 반경방향 및 축방향으로의 3자유도 NRRO 해석을 수행한 결과를 나타낸다. Fig. 4로부터 반경방향성분은 크기오차에 기인하여 약 50 nm정도의 f_c 성분을 발생시키며, 2차 볼 형상오차에 기인하여 $2f_b \pm f_c$ 성분이 각각 8~9 nm정도 발생됨을 볼 수 있다. 또 Fig. 5로부터 축방향성분은 약 3.35 μm 정도의 DC성분을 발생시키며, 2차 볼 형상오차에 기인하여 $2f_b$ 성분이 4 nm정도 발생됨을 볼 수 있다.

이상의 결과를 2자유도 해석 결과와 함께 검토하여 정리하면 다음과 같다.

- (1) 실제로 볼은 그 크기오차와 2차 형상오차성분이 다른 오차성분보다 상대적으로 크기 때문에, 반경방향으로 f_c 및 $2f_b \pm f_c$ 성분이 가장 지배적임을 확인할 수 있다.
- (2) 3자유도 해석결과를 2D 해석결과와 비교하면, 반경방향의 진동성분이 상대적으로 줄어드는 대신 축방향 성분이 발생하였다. 하지만 전반적으로 반경방향 성분이 축방향 성분보다 훨씬 크게 나타나고 있다. 이러한 현상은 Hertzian 접촉각 방향으로 힘이 서로 작용하기 때문에 2차 형상오차에 기인한 성분이 축방향성분보다는 반경방향에 더 큰 영향을 미치기 때문이다.

4.2.2 외륜의 실측형상오차 영향

외륜의 실측 형상오차를 간극이 5 μm 이고 예압이 80N인 경우에 적용하여 3자유도 NRRO 거동을 살펴보았다. Fig. 6과 7은 각각 반경방향 및 축방향으로의 3자유도 NRRO 해석을 수행한 결과를 나타낸다. Fig. 6으로부터 반경방향성분은 9차의 외륜 형상오차에 기인하여 $10f_c$ 성분이

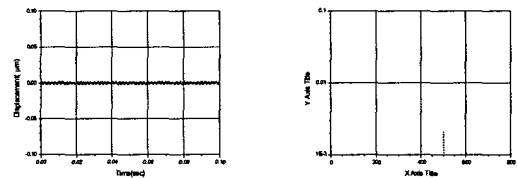


Fig. 6 Radial NRRO with outer-race waviness

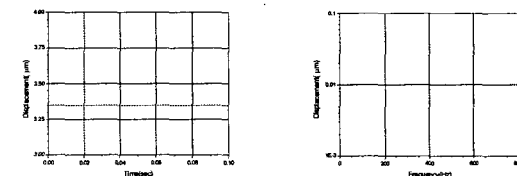


Fig. 7 Axial NRRO with outer-race waviness

약 2 nm 정도 발생됨을 볼 수 있다. Fig. 7로부터 축방향 성분은 약 3.35 μm 정도의 DC 성분 외에는 NRRO 성분이 거의 발생되지 않음을 볼 수 있다.

이상의 결과를 2자유도 해석 결과와 함께 검토하여 정리하면 다음과 같다.

(1) 볼의 개수가 10개이므로 반경방향으로는 9차, 11차 형상오차 성분이, 축방향으로는 10차 형상오차 성분이 영향을 미치게 된다. 하지만 이들 성분의 크기는 저차 형상오차 성분에 비하여 아주 작기 때문에 볼의 형상오차나 크기오차에 의해 발생하는 NRRO와 비교하면 아주 작은 NRRO를 발생시키게 된다.

(2) Hetzian 접촉각의 영향으로 반경방향 NRRO 성분이 축방향 성분보다 크게 나타난다.

4.2.3 내륜의 실측형상오차 영향

내륜의 실측 형상오차를 간극이 5 μm 이고 예압이 80N 인 경우에 적용하여 3자유도 NRRO 거동을 살펴보았다. Fig. 8과 9는 각각 반경방향 및 축방향으로의 3자유도 NRRO 해석을 수행한 결과를 나타낸다. Fig. 8로부터 반경방향 성분은 1차 내륜 형상오차에 의해 f_r 성분이 약 3 nm 정도 발생되고, 9차의 내륜 형상오차에 기인하여 $9f_r - 10f_c$ 성분이 약 2 nm 정도 발생됨을 볼 수 있다. 또 Fig. 9로부터 축방향 성분은 약 3.35 μm 정도의 DC 성분 외에는 NRRO 성분이 거의 발생되지 않음을 볼 수 있다.

이상의 결과를 2자유도 해석 결과와 함께 검토하여 정리하면 다음과 같다.

(1) 볼의 개수가 10개이므로 반경방향으로는 9차, 11차 형상오차 성분이, 축방향으로는 10차 형상오차 성분이 영향을 미치게 된다. 하지만 이들 성분의 크기는 저차 형상오차 성분에 비하여 아주 작기 때문에 아주 작은 NRRO를 발생시키게 된다.

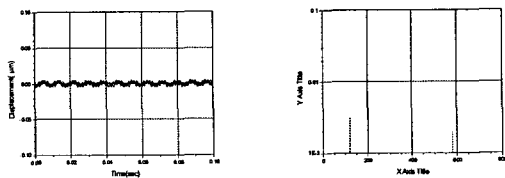


Fig. 8 Radial NRRO with inner-race waviness

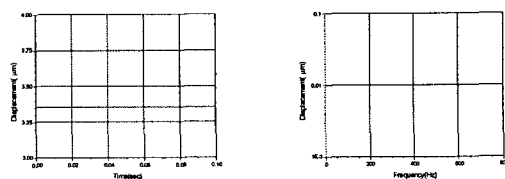


Fig. 9 Axial NRRO with inner-race waviness

(2) Hetzian 접촉각의 영향으로 반경방향 NRRO 성분이 축방향 성분보다 크게 나타난다.

4.2.4 모든 볼과 내외륜의 실측형상오차 영향

모든 볼에 동일한 실측 형상오차를 적용하고 내외륜에 실측형상오차를 함께 적용하였을 때, 간극이 5 μm 이고 예압이 80N 인 경우에 적용하여 3자유도 NRRO 거동을 살펴 보았다. Fig. 10과 11은 각각 반경방향 및 축방향으로의 3자유도 NRRO 해석을 수행한 결과를 나타낸다. Fig. 10으로부터 반경방향 성분은 1차의 내륜 형상오차에 의해 f_r 성분이 약 3 nm 정도 발생되고, 9차의 외륜 형상오차에 기인하여 $10f_c$ 성분이 약 2 nm 정도 발생됨을 볼 수 있다. 그리고 볼의 형상오차에 기인한 f_c 성분과 $2f_b \pm f_c$ 성분은 서로 상쇄되고, 오히려 Fig. 3.11에서 보듯이 축방향 성분은 2차 볼 형상오차에 기인하여 $2f_b$ 성분이 45 nm 정도 발생한다.

이상의 결과를 2자유도 해석 결과와 함께 비교 검토하면 다음과 같다.

(1) 볼의 크기오차에 기인한 NRRO 성분은 그 배열이 대칭적이 될수록 반경방향으로 서로 상쇄되는 효과를 준다. 그러나 실제적으로는 볼의 크기오차는 설계치를 중심으로 정규분포를 가지므로 반경방향의 f_c 성분 역시 정규분포를 가지게 될 것이다⁽¹⁰⁾.

(2) 모든 볼의 형상오차가 비슷한 경향을 가진다면, 볼의 형상오차에 기인한 NRRO 성분은 그 배열이 대칭적이 되므로 반경방향으로 서로 상쇄되는 효과를 줄 것이다.

(3) 볼의 크기오차나 형상오차에 기인한 축방향 NRRO 성분은 서로 합해지는 효과를 주게 된다.

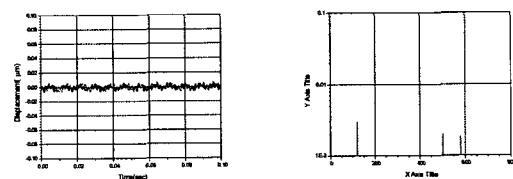


Fig. 10 Radial NRRO with all the waviness

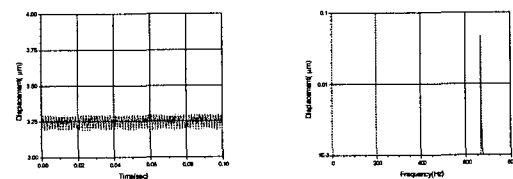


Fig. 11 Axial NRRO with all the waviness

5. 결 론

본 연구에서는 볼과 내외륜사이에 Hertzian 접촉의 비선형 효과와 Newton-Raphson법을 이용하여 HDD용 스피들 볼베어링의 축방향진동과 반경방향진동을 해석하는 프로그램을 개발하였다. 특히 베어링 단품의 형상오차를 실측하여 적용하였으며, 2자유도에서의 해석결과와 비교 검토하여 다음과 같은 결과들을 얻었다.

- (1) 실제로 볼은 그 크기오차와 2차 형상오차성분이 다른 오차성분보다 상대적으로 크기 때문에, 반경방향으로 f_c 및 $2f_b \pm f_c$ 의 NRRO 성분이 크게 발생한다. 축방향 성분은 Hertzian 접촉각의 영향으로 반경방향 성분보다 작게 나타난다.
- (2) 볼의 개수가 10개이므로 반경방향으로는 9차, 11차의 내외륜 형상오차 성분이, 축방향으로는 10차 내외륜 형상오차 성분이 영향을 미치게 된다. 하지만 이들 성분의 크기는 저차 형상오차 성분에 비하여 아주 작기 때문에 적은 양의 반경방향 NRRO 성분을 유발한다. 축방향으로는 Hertzian 접촉각의 영향으로 반경방향 성분보다 작은 NRRO를 유발한다.
- (3) 볼의 크기오차나 형상오차에 기인한 NRRO성분은 그 배열이 대칭적이 될수록 반경방향으로 서로 상쇄되는 효과를 준다. 그러나 축방향으로는 서로 합해지는 효과를 준다.

참 고 문 헌

- (1) Yhland,E., 1967, "Waviness Measurement - An Instrument for Quality Control in Rolling Bearing Industry", Proc. IMechE, Vol.182, pp.438~445
- (2) Yhland,E., 1992, "A Linear Theory of Vibrations Caused by Ball Bearings with Form Errors Operating at Moderate Speed," ASME, J. of Tribology, Vol.114, pp.348~359.
- (3) Wardle,F.P., 1988, "Vibration Forces Produced by Waviness of the Rolling Surfaces of Thrust Loaded Ball Bearing, Part 1 : Theory", Proc. IMechE, Vol.202, pp.305~312.
- (4) Wardle,F.P., 1988, "Vibration Forces Produced by Waviness of the Rolling Surfaces of Thrust Loaded Ball Bearing, Part 1 : Experimental Validation", Proc. IMechE, Vol.202, pp.305~312.
- (5) Ono,K. and Takahasi,K., 1996, "Theoretical Analysis of Shaft Vibration Supported by a Ball Bearing with Small Sinusoidal Waviness", IEEE Trans. of Magnetics, Vol.32, No.3, pp1709~1714.

- (6) Akturk,N., UneeB,M., and Gohar,R., 1997, "The Effects of Number of Balls and Preload on Vibrations Associated with Ball Bearings", ASME, J. of Tribology, Vol.119, pp.747~753.
- (7) Akturk,N., 1999, "The Effects of Number of Balls and Preload on Vibrations Associated with Ball Bearings", ASME, J. of Tribology, Vol.121, pp.667~677.
- (8) 정성원, 장건희, 2001, "다수의 각접촉 볼베어링으로 지지된 5장도 회전계에서 볼베어링의 Waviness에 의해 발생하는 비선형진동모델", 한국소음진동공학회, 제11권 제2호, pp.336~345.
- (9) 김영철, 최상규, 윤기찬, 2001, "기하학적 형상오차를 갖는 정보저장기기용 볼베어링의 NRRO 해석", 한국소음진동공학회 추계학술대회, pp810~816.
- (10) 김영철, 최상규, 윤기찬, 2001, "볼의 기하학적 불완전성을 갖는 볼베어링의 진동해석", 한국윤활학회 추계학술대회, pp237~242.
- (11) Kim,Y.C., Choi,S.K., and Yoon,K.C., 2002, "Clearance and preload effects on NRRO of Miniature Ball Bearings with Waviness", ASIATRIBO International Conference.