

평판의 국부적인 기하학적 변형을 모사하는 등가 요소 생성 Dynamically equivalent element for an emboss embedded in a plate

송경호* · 박윤식**

Kyung-Ho Song, Youn-Sik Park

Key Words: Equivalent, Emboss, Groove, Dynamic, Plate, Shell

ABSTRACT

Among many structural dynamics modification methods for plate and shell vibration problems, embedding an emboss to the surface is very efficient. But deciding an optimal position and shape using optimization algorithm needs defining geometry and remeshing the model for every iteration step to implement the method, which takes much numerical cost. An equivalent element produced here lessen the cost by representing the geometrical characteristics of an emboss using the element's material properties and thickness becoming a geometrically homogenous element of the base plate or shell. Some efficient factors which let the equivalent system have the same dynamical response as the original system embedded with emboss will be shown and the degree of equivalence will be tested in terms of natural frequency matching.

1. 서론

본 연구는 저 진동 구조물을 위한 설계의 주요한 분야인 동적 구조 변경을 효과적이고 폭 넓게 구현하는데 도움이 되고자 실시 하였다. 효과적이라 함은 본 연구에서 다루고 있는 구조 변경의 방법을 두고 하는 말이다. 구조물에 적절한 기하학적인 변형을 가해서 원하는 동적 응답을 주는 구조물로 만든다는 것은 기저 구조물에 부가 구조물을 부착함으로써 인한 질량 증가와 같은 구조 변경 시 발생하는 제반 문제들, 예를 들어 변경 구조물 부착 시 유한 요소의 절점 불일치, 부착의 상태와 방법의 이론적인 묘사와의 불일치 등을 유발하지 않는다는 점에서 효과적이라 할 만하다. 그리고 본 연구에서는 그러한 효과적인 구조 변경의 방법을 폭 넓게 구현할 수 있도록 돕는 것을 목표로 하고 있다. 다시 말해 복잡한 구조물에 기하학적인 변형을 가함으로써 구조 변경을 수행 할 때 반복계산이 많은 최적화 알고리즘을 사용할 경우에는 아직도 수치적인 계산량이 엄청나다. 그러한 것이 이유가 되어 효과적인 구조변경의 방법을 사용하는데 있어서 장애가 되어 오고 있다. 본 연구에서는 그러한 어려움을 감소시키고 필요한 구조변경을 저 비용의 방법으로 쉽게 구현 해 볼 수 있을 뿐 아니라 실제 실험으로 해 볼 수 없는 구조변경 후의 동적 응답의 예측을 용이하게 할 수 있도록 등가의 요소를 도입하였다. 본 연구에서 관심 있는 구조물은 첫 번째 고유

진동수보다 낮은 외력이 부가 되며 등가의 구조물이 된다 함은 원래의 구조물과 동적 응답이 동등하게 됨을 말한다. 등가의 요소는 그 특성상 원래의 요소와 항상 어느 정도의 오차가 있게 설계된다. 하지만 경우에 따라서 요소가 가지고 있는 오차는 등가 요소가 기여하는 바에 비길 데가 못 되기도 한다. 여기서 잠깐 예시를 통해서 등가 요소 도입의 필요성을 최적화 효율성과 관련해서 살펴보자.

<등가 요소의 필요성 예증>

목적: 평판 모델의 특정 위치에 emboss 를 부가 하여 구조물의 첫 번째 고유 진동수를 극대화.
방법: 각 위치에서의 민감도 해석을 통해 emboss 위치의 이동 방향을 정하는 방식의 반복계산을 이용하여 최적의 위치를 찾는다.

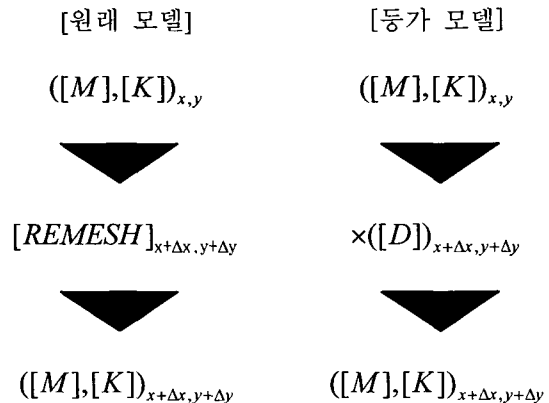


Fig. 1 작업 방법 비교

* 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : saintsong@kaist.ac.kr
Tel : (042) 869-3060, Fax : (042) 869-8220

** 한국과학기술원 기계공학과

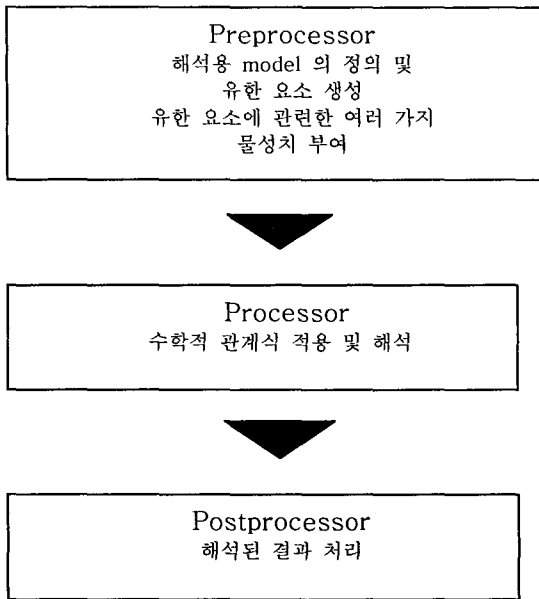


Fig. 2 유한 요소 해석 과정

Fig.1 에서 보는 것처럼 두께라는 기하학 적으로 기저 모델과 동일한 성질을 가지는 요소를 이용하여 emboss 를 모사하면 최적화 수행 단계에서 매 번 유한 요소 해석상의 전 처리 단계로 가서 기하학적으로 재정의된 모델에 대해 요소 재생성의 과정을 거치지 않고도 처리 단계에서 $([D])_{x+\Delta x, y+\Delta y}$ 를 이용한 대수적인 처리에 의해 다른 위치에 추가된 emboss 를 모사 할 수 있으므로 상당한 수치적인 비용의 절감이 기대된다.

본 연구에서는 등가 요소를 적절히 구현하여 등가 요소 도입의 방법 및 구현에 있어서의 가능성을 제시하고자 한다.

2. 본 론

2.1 예비 연구 1

먼저 Fig.3 와 같이 한 방향으로 균일하게 평판에 추가되어 emboss 모델에 대해서 등가 요소 생성을 시도해 보았다. 이 때 emboss 의 기하학적인 특이성에 상응하는 등가 요소의 물성치는 Fig.4 와 같이 emboss 가 균일하게 분포되어 있다고 생각 할 수 있는 sandwich panel 의 등가 요소를 생성하기 위해서 주로 사용하는 정역학적 등가 강성의 원리⁽¹⁾를 이용하였다. 그리고 이때 등가 요소는 직교 이방성 요소이다. Fig.5 에서 보는 바와 같이 단방향 강화섬유가 포함된 복합재료나 한 방향으로 균일하게 추가된 emboss 의 경우는 직교 이방성 요소로 모사 될 수 있다고 가정하였다.

그리고 직교 이방성 요소를 구성하는 물성치는 Fig.6 에서 보는 바와 같다. 결과적으로 이렇게 해서 생성한 등가 요소는 원래 모델과의 고유 진동수 비교에서 많은 오차를 나타내었다. 이는 sandwich panel 의 경우는 emboss 가 균일하게 분포되어 있어서 단일 emboss 가 가지는 불균일성이 저차 모드 범위내에서는 무시될 수 있는 반면 emboss 가 하나만 있는 경우는 저차 모드에서부터 그 불균일성이 고유 진동수에 영향을 주었기 때문이다.

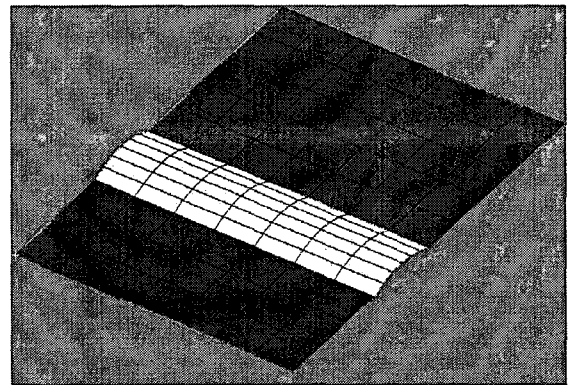


Fig. 3 초기 접근 모델

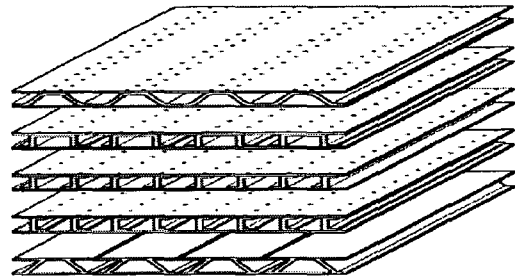


Fig. 4 sandwich panel 의 구조

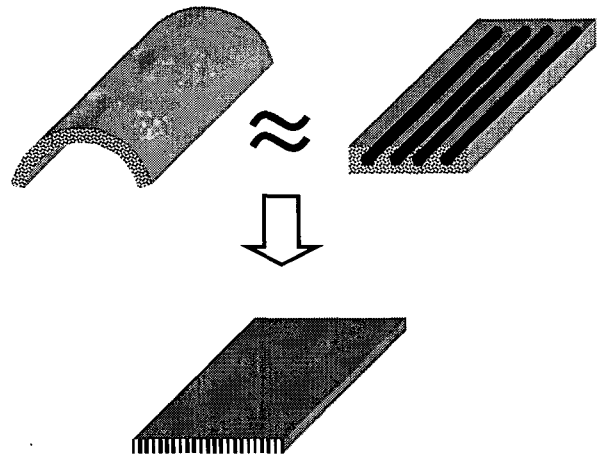


Fig. 5 직교 이방성 등가 요소 변환

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\nu_{12} & -\nu_{13} & & & \\ \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\nu_{23} & & & \\ \frac{-\nu_{31}}{E_3} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & & & \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & & \\ & & & & \frac{1}{G_{23}} & \\ & & & & & \frac{1}{G_{31}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

3 Young's moduli : E_1, E_2, E_3
 3 Poison ratios : $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$
 3 Shear moduli : G_{12}, G_{13}, G_{23}

2-D orthotropic plate problem
 : $E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}, G_{13}, G_{23}$

Fig. 6 직교 이방성 요소의 물성치

2.2 예비 연구 2

등가 요소를 이용해 평판에 부가된 단일 emboss 를 모사할 때 원래 모델과 등가 모델간 고유 진동수가 합리적인 오차 범위 내에 존재하기 위해서는 오차범위에 상응하는 충분한 등가 요소 설계 변수가 필요함을 알 수 있다. 그래서 이번에는 Fig.7 과 같은 모델에 대하여 Fig.8 과 같이 등가 요소를, 등방성 요소이며 9 개의 서로 다른 두께를 가질 수 있도록 모사하였다. 이때 설계변수는 9 개의 두께이다. 이와 같은 모델을 바탕으로 예비 실험을 한 결과 주어진 경계 조건이나 등가 요소의 위치와 방향에서는 설계 변수가 충분하기 때문에 원래 emboss 가 부가된 모델의 고유 진동수와 일치 하도록 두께 분포를 정할 수 있으나 생성해 낸 등가 요소를 가지고 다른 경계 조건이나 위치, 방향에 대해서는 원래 모델과 등가 요소가 부가된 모델간 고유 진동수가 많은 차이를 갖는다. 이는 수치적으로는 충분한 수의 설계 변수가 등가 요소에 주어졌으나 그

등가 요소가 일관성을 갖도록 설계 변수의 분포를 지정해 주지 않았기 때문이다. 다시 말해 기 사용된 설계 변수 분포는 주어진 emboss 의 기하학적인 특성을 반영하지 못했다.

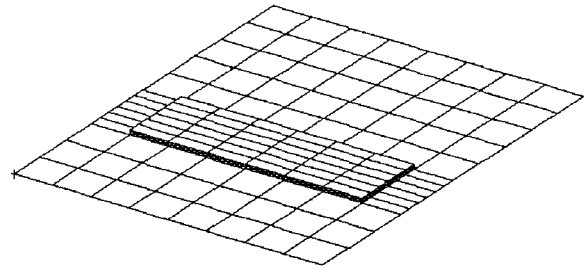


Fig. 7 초기 모델

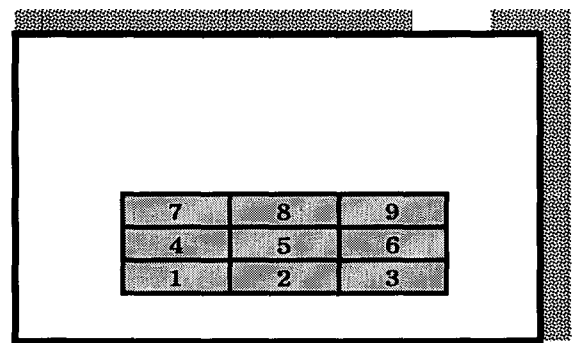


Fig. 8 두께 설계 변수 분포(부분적 고정경계조건)

2.3 등가 요소 생성

예비 연구에서의 결과를 바탕으로 emboss 의 기하학적인 특성을 잘 반영하는 설계 변수를 구성하여 원래 모델과 등가 모델간 고유 진동수 상대 오차 합이 최소가 되도록 하는 최적화 과정을 통해서 등가 요소를 찾았다. 우선 등가 요소의 물성치 분포는 Fig.10 에서 보이는 바와 같다. 먼저 등가 emboss 의 기하학적인 불균일성은 경계에 집중 되어 있다고 보았다. 그리고 경계를 따라서 생성 되는 유한 요소는 L 자형 평판이므로 Fig.9 의 등가 변위 강성을 이용해서 직교 이방성 요소로 구성 하였다. 내부에서는 등방성 요소를 사용하되 Young's modulus 는 emboss 위면의 기저 평판 의 neutral surface 에 대한 관성 모멘트 증가량을 이용해서 등가 굽힘 강성 원리를 적용하여 구하였다. 이렇게 계산에 의해서 얻어낸 물성치를 등가 요소에 부가 한 후 10 개의 다른 두께를 가지는 요소들이 Fig.11 과 같이 대칭적으로 분포된 등가 요소를 이용해 최적화 과정을 수행 하였다. 최적화에 사용된 식은 아래와 같다.

Minimize:

$$f(\text{thickness}(j=1,2,\dots,10)) = \sum_{i=6}^{10} \left[\frac{(w_{em} - w_{equi})}{w_{em}} \right]_i$$

Subject to:

$$\left[\frac{(w_{em} - w_{equi})}{w_{em}} \right]_k < 0.03 \quad k=1,\dots,5$$

그 결과는 Fig.12 에서 보는 바와 같다. 그리고 이것을 다른 경계 조건에 적용한 결과는 Fig.13,14,15 와 같다. 왼쪽 막대 그래프가 emboss 가 있는 기저 모델과 그렇지 않은 모델간의 고유 진동수 상대오차를 나타내고 오른쪽 막대는 emboss 가 있는 모델과 등가 요소를 이용한 모델간 고유 진동수 상대 오차를 나타내고 있다. 즉 자유 경계 조건에서 생성한 등가 요소를 이용하여 다른 3 개의 경계 조건에 적용한 결과 emboss 가 부가된 모델과 등가 요소를 이용한 모델의 고유 진동수 오차가 만족할 만한 범위내에 있음을 알 수 있다. 경계 조건을 달리하는 것은 emboss 의 위치나 방향을 바꾸는 것과 대등한 조건이므로 다른 위치나 방향 조건에서도 같은 결과를 줄 것으로 예상된다.

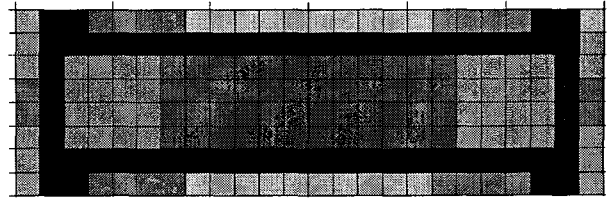


Fig. 11 등가 요소의 대칭적 두께 변수 분포

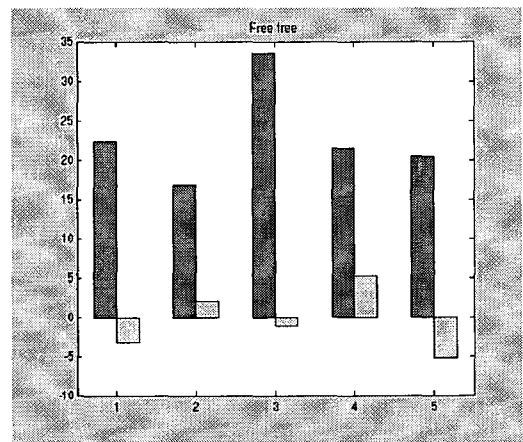


Fig. 12 자유 경계 조건에서의 최적화 결과

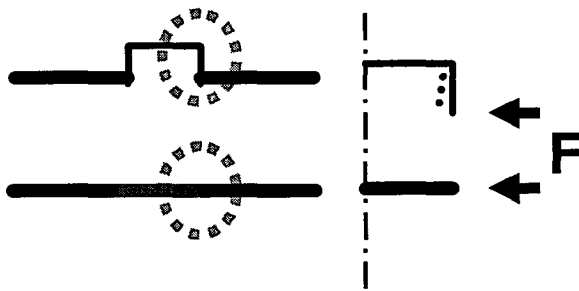


Fig. 9 등가 변위 강성을 이용한 물성치 생성

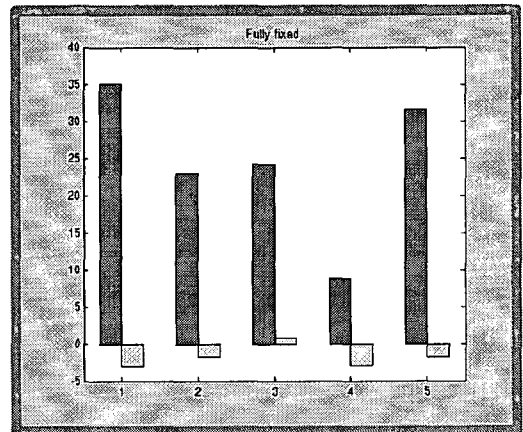


Fig. 13 고정 경계 조건

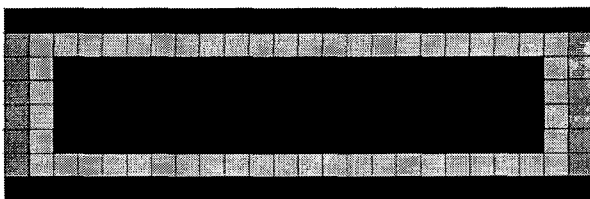


Fig. 10 등가 요소의 물성치 분포

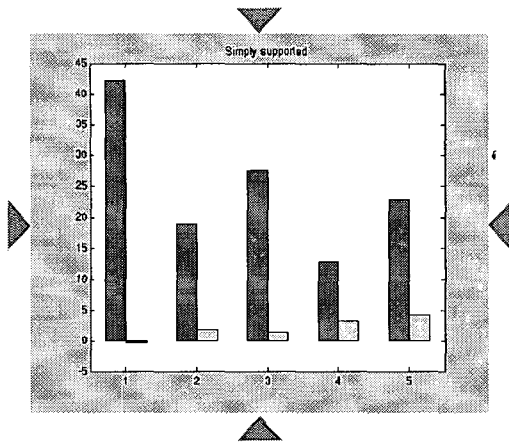


Fig. 14 단순 지지 경계 조건

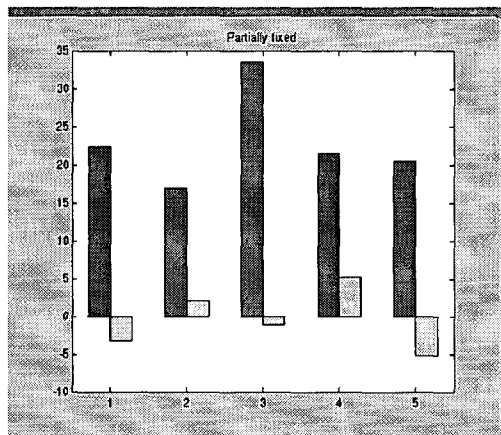


Fig. 15 부분적 고정 경계 조건

후 기

본 연구는 국가지정연구사업 “진동저감을 위한 동특성 변경기술(M1-0001-00-0139)”의 지원에 의한 것이다.

참고문헌

- (1) T.S.Lok, Q.H. Cheng 2000 Journal of Sound and Vibration 229, 311-327. “Free vibration of clamped orthotropic sandwich panel”
- (2) Werner Soedel “Vibrations of Shells and Plates”, Marcel Dekker, 1993.
- (3) Leonard Meirovitch “Principles and Techniques of Vibrations”, Prentice-Hall, 1997.
- (4) Stephen H. Crandall, Norman C. Dahl, Thomas J. Lardner “An Introduction to the Mechanics of Solids”, 2nd ed, McGraw-Hill, 1978,

3. 결 론

등가 요소를 이용하여 emboss 를 모사하는 것은 등가 요소가 가지는 특성상 항상 어느 정도의 오차를 유발 하지만 최적화 과정에서의 수치 비용 절감효과가 크기 때문에 유용한 일이다. 본 연구에서는 그런 관점에서, emboss 를 대신 할 만한 등가 요소가 emboss 의 기하학적 특성을 반영할 수 있는 적절한 방법에 의해 생성 될 수 있다는 가능성만을 제기 했으며 등가 요소 유도 과정에 대한 합리성이나 적용에 있어서의 일관성에 대한 엄격한 평가와 실제 구조 변경 최적화 수행시의 효율성에 대한 증명은 차기의 과제가 될 것이다.