

Satisficing Trade-off 방법을 이용한 유한요소 모델 개선 Finite Element Model Updating Using Satisficing Trade-off Method

김경호*·박윤식**

Gyeong-Ho Kim and Youn-sik Park

Key Words : Model Updating(유한요소 모델 개선), Multiobjective optimization(다목적 최적화), Satisficing trade-off method.

ABSTRACT

In conventional model updating using single-objective optimization techniques, incompatible physical data are compared with each other using weighting factors. There are no general rules for selecting the weighting factors since they are not directly related with the dynamic behavior of an updated model. So one of the most difficult tasks, in model updating study, is 'balancing among the correlations', i.e. 'trade-off'. In this work, a multiobjective optimization technique called 'satisficing trade-off method' is introduced to extremize several correlations simultaneously. The absurd need for the weighting factors can be avoided using this technique. And the updated model with the most appropriate correlations is obtained easily in interactive way. Especially automatic trade-off is employed to increase the rate of convergence to the desired model. Its effectiveness is verified by application to a real engineering problem, HDD cover model updating.

1. 서론

유한요소(finite element, FE) 모델 해석결과와 실험결과와의 상관관계를 파악하고, 이에 따라 모델을 개선할 필요가 있다고 판단되면 최적화 과정을 통해서 모델을 개선한다. 기존의 단일목적 최적화 기법 달리, 본 연구에서는 이러한 모델 개선을 아래와 같은 다목적 최적화 문제(multiobjective optimization problem, MOP)로 설정한다.

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \{F_1(\mathbf{x}), F_2(\mathbf{x}), \dots, F_r(\mathbf{x})\} \\ &\text{subject to } F_i(\mathbf{x}) \leq \bar{F}_i, \quad i = r+1, \dots, s, \\ &\quad \quad \quad g_j(\mathbf{x}) \leq \bar{g}_j, \quad j = 1, \dots, m, \\ &\quad \quad \quad \mathbf{x} \in \mathbf{X} \subset \mathbf{R}^n. \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, F_1, \dots, F_s 는 FE 모델과 실험결과와의 오차를 나타낸다. MOP에서 파레토(Pareto) 최적해는 다음과 같이 정의된다.

모든 $i \in \{1, \dots, r\}$ 에 대하여 $F_i(\mathbf{x}) \leq F_i(\mathbf{x}^*)$ 를 만족하는 가용해 \mathbf{x} 가 존재하지 않으면 가용해 \mathbf{x}^* 는 파레토 최적해이다.

두개의 목적함수 F_1 과 F_2 를 최소화하는 MOP에

서 가용영역이 Fig. 1의 빗금 친 영역과 같다면, 굵은 실선은 파레토 최적해를 나타낸다. 이와 같이 MOP 문제에서는 많은 최적해가 존재할 수 있다. 초기 FE 모델과 실험결과와의 상관관계, 실험 결과의 정확도 그리고 모델의 사용 목적에 맞게 개선된 모델의 기대치(aspiration level)를 설정하게 되는데, 이는 Fig. 1에서와 같이 가용영역 또는 비가용영역에 존재하게 된다. 본 연구에서 satisficing trade-off 방법(STOM)을 사용하여 개선된 모델의 기대치와 가장 가까운 파레토 최적해를 효율적으로 구한다.

2. Satisficing Trade-off 방법

2.1 단일목적 최적화 기법의 문제점

단일목적 최적화 기법을 사용하는 기존의 FE 모델 개선 방법에서는 목적함수를 아래와 같이 가중치를 준 합으로 설정한다.

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^r \omega_i F_i(\mathbf{x}). \quad (2)$$

여기서, F_1, \dots, F_r 는 FE 모델과 실험결과와의 오차를 나타낸다. 구조동역학 분야에서 이러한 오차를 평가하는데 쓰이는 물리량은 고유진동수, 모드형상 또는 주파수 응답함수 등이 있다. 이들은 서로 비교될 수 없는 물리량이지만, 기존의 방법에서는 가중치를 사용하여 서로 비교하고 또 하나의 지수로 만들어 모델을 평가한다. 따라서 이는 매우 불

* 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : gyeong@kaist.ac.kr
Tel : (042) 869-3060, Fax : (042) 869-8220

** 한국과학기술원 기계공학과

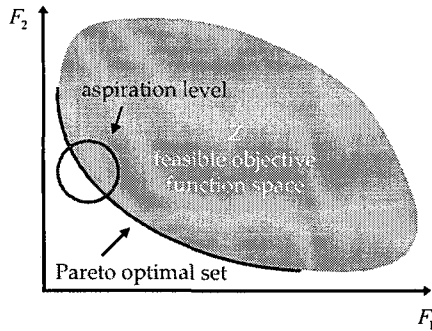


Fig. 1 Illustration of multiobjective optimization.

합리하다. 초기 FE 모델과 실험결과와의 상관관계, 개별적 실험결과와 정확도 또는 중요도에 따라서 개선된 모델의 기대치 또는 목표치를 설정하는 것은 비교적 쉬운 일이지만, 이에 대응되는 가중치를 설정하는 것은 매우 힘든 일이다. 따라서, 보통 가중치를 조절하면서 원하는 결과를 얻을 때까지 반복적으로 최적화 문제를 풀게 된다. 간단한 예로써 F_1, F_2 그리고 F_3 를 최소화하는 문제를 고려하자. 가용영역은 다음과 같다.

$$\{(F_1, F_2, F_3) | (F_1 - 1)^2 + (F_2 - 1)^2 + (F_3 - 1)^2 \leq 1\}. \quad (3)$$

$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 1$ 로 설정하여 목적함수를 수립하고 문제를 풀면, $(F_1, F_2, F_3) = (1 - 1/\sqrt{3}, 1 - 1/\sqrt{3}, 1 - 1/\sqrt{3})$ 이다. 현재 값보다 F_1 을 많이, F_2 는 약간 감소시키고 싶어서 $\omega'_1 = 10, \omega'_2 = 2, \omega'_3 = 1$ 로 설정하고 문제를 풀면, $(F'_1, F'_2, F'_3) = (1 - 10/\sqrt{105}, 1 - 2/\sqrt{105}, 1 - 1/\sqrt{105})$ 로 된다. F_2 를 개선하려고 초기보다 가중치를 늘렸지만 계산된 최적해는 초기보다 오히려 나빠졌다. 다시 ω_2 를 더욱 증가시켜 $\omega''_1 = 10, \omega''_2 = 7, \omega''_3 = 1$ 로 설정한 결과, 최적해는 $(F''_1, F''_2, F''_3) = (1 - 10/\sqrt{150}, 1 - 7/\sqrt{150}, 1 - 1/\sqrt{150})$ 이다. ω_2 를 더욱 증가시켰지만, F_2 는 여전히 초기치보다 나쁘다는 것을 알 수 있다. 이와 같이 간단한 문제에서조차 원하는 결과를 얻기 위한 가중치 설정은 어렵다.

모델 개선 문제에서 가용영역은 설정된 매개변수 그리고 제약조건으로 결정된다. 식 (2)와 같이 단일 목적함수를 설정한 경우, 최적해는 가중치 벡터 $w = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}^T$ 에 수직인 평면과 파레토 면(surface)이 접하는 점이다(Fig. 2). 그러므로 가중치 벡터 선택할 때는 개별적 실험 데이터의 정확도 또는 중요도 뿐만 아니라 선택된 매개변수에 따른 가용영역을 특성을 파악해야만 모델 개선의

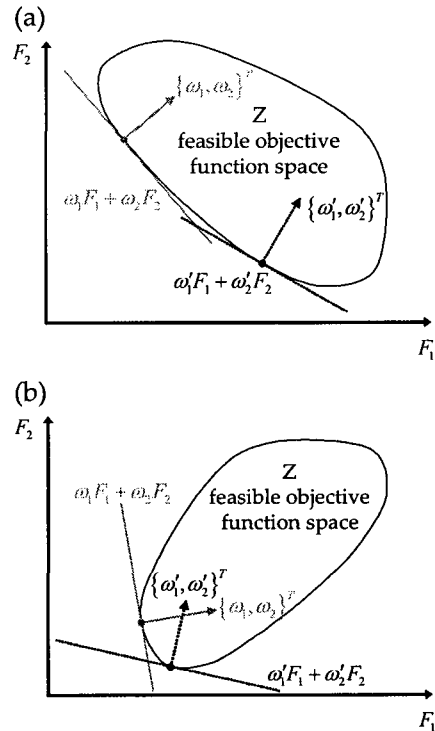


Fig. 2 Illustration of single-objective optimization.

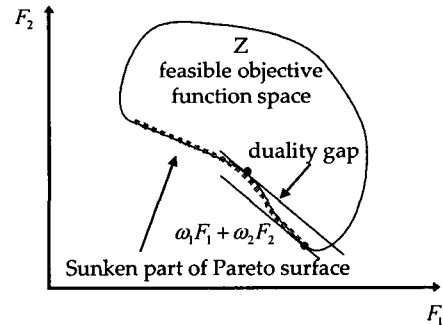


Fig. 3 Duality gap for nonconvex problem.

기대치에 부합되는 최적해를 구할 수 있다. 문제에 따라 Fig. 2(a)에서와 같이 최적해가 가중치에 민감하게 변화되는 경우도 있지만, Fig. 2(b)에서와 같이 가중치를 많이 변화시켜도 최적해는 거의 변하지 않는 경우도 있다. 이와 같이 가중치 벡터의 선택은 매우 어려운 일이다. 가중치 방법의 또 다른 큰 문제점은 파레토 면이 convex 하지 않는 경우, “duality gap”으로 인하여 오목한(sunken) 영역에 존재하는 해는 구할 수 없다는 것이다(Fig. 3). 모델 개선에서 단일 목적함수 최적화 기법의 이와 같은 문제점을 해결하기 위해 본 연구에서는 다목적 최적화 기법으로 STOM를 도입한다.

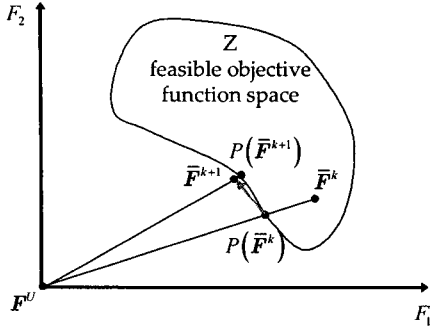


Fig. 4 Satisficing trade-off method.

2.2 Satisficing trade-off 방법

STOM 은 대화식(interactive) 다목적 최적화 기법의 일종이다. 즉, 설정된 기대치에 가장 가까운 파레토 최적해를 구하고, 만일 구한 최적해가 만족스럽지 않은 경우, 새로운 기대치를 설정하고 문제를 푸는 과정을 되풀이 하게 된다. k 번째 반복과정(iteration)에서 목적함수의 기대치 \bar{F}^k 는 다음과 같이 변경된다.

$$\bar{F}^{k+1} = T \circ P(\bar{F}^k). \tag{4}$$

P 연산과정(operation)을 통해서 \bar{F}^k 에 가장 가까운 파레토 최적해를 구한다. $P(\bar{F}^k)$ 가 만족스럽지 않은 경우, T 연산과정을 통해서 목적함수의 기대치를 조절하게 된다. $P(\bar{F}^k)$ 은 이미 파레토 최적해이므로 모든 목적함수를 줄일 수 있는 가용해는 존재하지 않는다. 따라서, T 연산과정에서 일부 목적함수를 감소시키려면 다른 일부 목적함수를 증가시켜야 한다(trade-off).

(1) 연산과정 P

식 (1)과 같은 다목적 최적화 문제의 특수한 경우라고 할 수 있는 아래와 같은 문제를 고려하자.

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad \max_{i=1, \dots, r} \left[\frac{1}{\bar{F}_i^k - F_i^U} (F_i(x) - F_i^U) \right] \\ &\text{subject to} \quad \frac{1}{\bar{F}_i^k - F_i^U} (F_i(x) - \bar{F}_i^k) \leq 0, \quad i=r+1, \dots, s, \tag{5} \\ &\quad \quad \quad g_j(x) - \bar{g}_j \leq 0, \quad j=1, \dots, m. \end{aligned}$$

여기서, F^U 는 각각의 목적함수를 최소화했을 때 또는 최소라고 추정되는 다목적 함수값을 나타낸다(ideal or utopia point). 따라서 F^U 는 비가용 영역에 나타난다. 식 (5)와 같은 최적화 문제는

Fig. 4와 같은 최적해를 계산한다. 즉, F^U 와 \bar{F}^k 를 지나는 직선과 파레토 면과 만나는 지점을 해로 구한다. 식 (5)의 목적함수는 미분 불가능한 형태인데, 아래와 같이 목적함수가 미분 가능한 단일 목적 최적화 문제의 형태로 변경이 가능하다.

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad z + \alpha \sum_{i=1}^r \frac{1}{\bar{F}_i^k - F_i^U} F_i(x) \\ &\text{subject to} \quad \frac{1}{\bar{F}_i^k - F_i^U} (F_i(x) - \bar{F}_i^k) \leq z, \quad i=1, \dots, r, \tag{6} \\ &\quad \quad \quad \frac{1}{\bar{F}_i^k - F_i^U} (F_i(x) - \bar{F}_i^k) \leq 0, \quad i=r+1, \dots, s, \\ &\quad \quad \quad g_j(x) - \bar{g}_j \leq 0, \quad j=1, \dots, m. \end{aligned}$$

여기서, α 는 목적함수가 최적해로 잘 수렴될 수 있도록 충분히 작은 수(예, 10^{-6})로 설정된다.

(2) 연산과정 T

최적해 $P(\bar{F}^k)$ 가 만족스럽지 못한 경우, 새로운 기대치 \bar{F}^{k+1} 를 설정하게 된다. 이때의 최적해를 x^k 라고 하고, $P(\bar{F}^k)$ 값에 따라서 목적함수는 다음 3개의 범주로 나뉜다.

- i. class of criteria which are to be improved more, I_I^k ,
- ii. class of criteria which may be relaxed, I_R^k ,
- iii. the class of criteria which are acceptable as they are, I_A^k .

따라서, $i \in I_I^k$ 의 경우, $\bar{F}_i^{k+1} < F_i(x^k)$ 로 설정하고, $i \in I_A^k$ 의 경우, $\bar{F}_i^{k+1} = F_i(x^k)$ 로 설정하게 된다. 또 $i \in I_R^k$ 에 해당되는 기대치 \bar{F}_i^{k+1} 는 완화시켜야 한다.

x^k 는 식 (6)의 최적해이므로 다음과 같은 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^s \frac{1}{\bar{F}_i^k - F_i^U} (\beta_i \alpha + \lambda_i^k) \frac{\partial F_i(x^k)}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \mu_i^k \frac{\partial g_i(x^k)}{\partial x_j} = 0, \quad j=1, \dots, n, \tag{7} \\ &\sum_{i=1}^r \lambda_i^k = 1, \\ &\beta_i = \begin{cases} 1, & i=1, \dots, r, \\ 0 & i=r+1, \dots, s. \end{cases} \end{aligned}$$

여기서, $\lambda_1^k, \dots, \lambda_s^k$ 와 μ_1^k, \dots, μ_m^k 는 라그랑지 승수를 나타낸다. 식 (7)에 Δx_j 를 곱하고 각 식을 더하여 정리하면 다음과 같이 변분식을 구할 수 있다

$(\lambda_i \gg \alpha)$.

$$\sum_{i=1}^s \frac{1}{\bar{F}_i^k - F_i^U} \lambda_i^k \Delta F_i + \sum_{i=1}^m \mu_i^k \Delta g_i = 0. \quad (8)$$

식 (8)을 이용하면, 새로운 목적함수의 기대치를 좀 더 현실적으로 설정할 수 있다. 즉, 아래의 식이 만족되도록 목적함수 및 제약조건의 기대치를 설정하면, 새로운 기대치는 근사적으로 가용영역에 존재하게 된다.

$$\sum_{i=1}^s \frac{1}{\bar{F}_i^k - F_i^U} \lambda_i^k (\bar{F}_i^{k+1} - F_i(\mathbf{x}^k)) + \sum_{i=1}^m \mu_i^k (\bar{g}_i^{k+1} - g_i(\mathbf{x}^k)) \geq -\epsilon. \quad (9)$$

Fig. 4 에서와 같이 새로운 기대치 \bar{F}^{k+1} 를 식 (9)가 만족되도록 설정된 경우, 목적함수의 기대치와 매우 인접한 파레토 최적해 $P(\bar{F}^{k+1})$ 를 구할 수 있게 된다.

3. STOM을 이용한 유한요소 모델 개선

STOM을 이용한 FE 모델 개선과정은 다음과 같다.

STEP 1: 다목적 함수 수립.

구조동역학 분야에서 FE 모델을 평가하는데 많이 쓰이는 물리량은 고유진동수와 모드형상이다. 모델 개선과정에서 고려되는 모드의 개수를 p 라고 하면 다목적함수를 아래와 같이 수립할 수 있다.

$$F_i = \left(\frac{f_a - f_x}{f_x} \right)^2, F_{i+p} = 1 - MAC(\phi_a, \phi_x), i=1, \dots, p. \quad (10)$$

여기서, f_a, ϕ_a 는 FE 모델로부터 구한 i 번째 고유진동수와 모드형상을 나타내고, f_x, ϕ_x 는 모드해석 실험으로부터 구한 i 번째 고유진동수와 모드형상을 나타낸다.

STEP 2: F^U 설정.

각각의 목적함수를 최소화했을 때 다목적 함수 값 또는 최소라고 추정되는 값으로 설정한다. 식 (10)과 같이 다목적함수를 수립한 경우, $F^U = 0$ 으로 설정할 수 있다. 이 값은 초기에 설정되면 모델 개선 절차 중에 바뀌지 않는다.

STEP 3: \bar{F}^k 설정.

초기 FE 모델과 실험결과와의 상관관계,

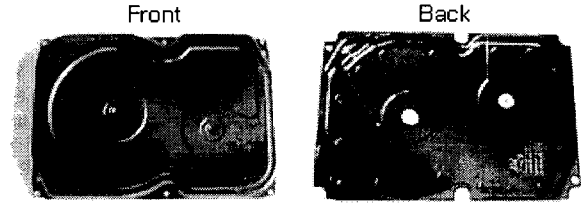


Fig. 5 HDD cover.

실험결과와 정확도 그리고 모델의 사용 목적에 맞게 개선된 모델의 기대치(aspiration level)를 설정한다.

STEP 4: 최적화 문제 수립 및 최적해 탐색.

현재의 다목적함수에서 설정된 기대치를 만족하는 목적함수는 제약조건으로 설정하고 식 (5)와 같은 최적화 문제를 푼다. 이렇게 함으로써 이미 기대치를 만족하는 상관관계가 최적화 과정에서 기대치 이하로 나빠지는 것을 방지할 수 있다.

STEP 5: Trade-off.

$F(\mathbf{x}^k)$ 값에 따라 목적함수를 I_L^k, I_R^k, I_A^k 의 3개의 범주로 나눈다. 만일, $I_L^k = 0$ 이면 모델 개선 과정을 마치게 된다. 그렇지 않으면, I_L^k, I_R^k 의 범주에 속하는 목적함수의 새로운 기대치를 설정한다. $i \in I_A^k$ 의 경우, $\bar{F}_i^{k+1} = F_i(\mathbf{x}^k)$ 로 설정하게 된다.

STEP 6: 가용성 검사.

새롭게 설정된 기대치 \bar{F}^{k+1} 가 가용영역에 있는지 식 (9)를 사용하여 검사한다. 기대치가 가용영역에 존재하면 “STEP 4”를 수행한다. 만일 새롭게 설정된 기대치가 비가용 영역에 존재하면, “STEP 5”의 기대치 설정 단계를 반복하거나 또는 설정된 기대치로 “STEP 4”를 수행할 수도 있다.

4. 적용: HDD 커버 유한요소 모델 개선

4.1 HDD 커버의 해석결과와 실험결과와의 비교

Fig. 5와 같이 HDD 커버는 3차원 구조물로 표면 위치에 따라 두께의 변화가 심하고 비교적 복잡한 형상을 보인다. 커버를 잘라서 두께를 측정하고 2차원 도면을 활용하여 FE 모델을 수립하였다. 커버 모델의 총 자유도수는 6,732이다. 모드 해석결과는 Fig. 6에 나타나 있다.

FE 모델의 타당성을 검토하기 위해 자유단 경계조건에서 모드해석 실험을 수행하였다. 극소형 충격망치를 이용하여 가진하였고 접촉식 센서의 질량효과를 없애기 위해 비접촉식 레이저 변위 센서를 이용하여 66개 지점에서 응답을 측정하였다

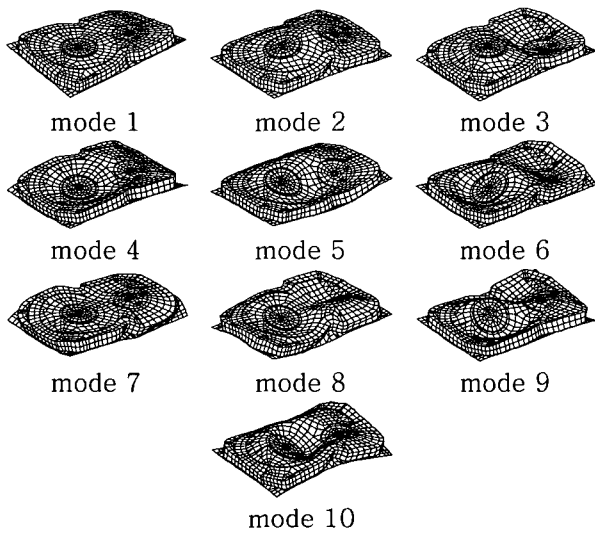


Fig. 6 Analytical mode shapes of HDD cover.

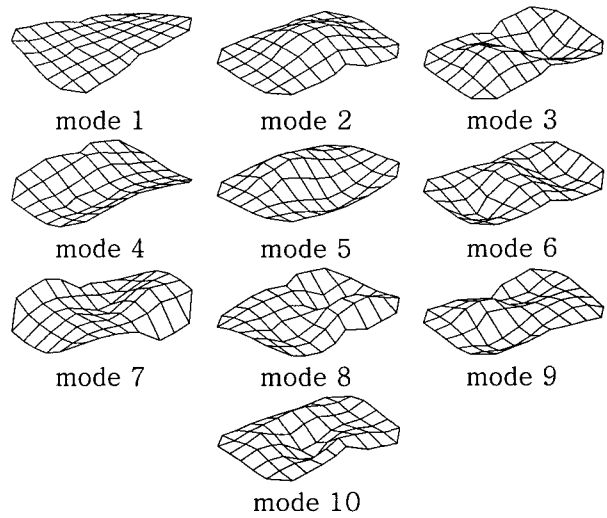


Fig. 7 Experimental mode shapes of HDD cover.

Table 1 Comparison of experimental and analytical modal properties.

Mode no.	EMA natural freq.(Hz)	FEA natural freq. (Hz)	Error (%)	MAC value
1	409.7	404.1	-1.3507	0.9847
2	908.1	931.9	2.6206	0.9831
3	1707.6	1669.0	-2.2633	0.8326
4	1748.9	1709.1	-2.2717	0.7754
5	1793.2	1757.9	-1.9681	0.8382
6	2475.0	2399.1	-3.0663	0.9496
7	2843.3	2723.3	-4.2213	0.9469
8	2976.1	2878.3	-3.2853	0.9360
9	3113.8	3016.4	-3.1298	0.9582
10	3269.0	3182.8	-2.6374	0.8905

모드해석은 CADA-X 를 이용하여 수행하였다. Fig. 7 은 모드해석 결과를 나타내며 Table 1 은 FE 모델과 실험으로부터 구한 모드 매개변수를 비교한 것이다. 고유진동수 오차의 경우, 6, 7, 8, 9 번째 모드의 상대오차가 3%보다 크게 나타나고 3, 4, 5, 10 번째 모드의 MAC 값은 0.9 보다 작다.

4.2 HDD 커버 FE 모델 개선

앞서 언급한 바와 같이 HDD 커버는 표면의 위치에 따라 두께 변화가 심하다. 대표적인 위치에서 두께를 측정하여 모델에 반영하였지만, 이로 인하여 초기 FE 모델과 해석결과는 차이를 보인다. 모델링 오차가 포함된 위치를 찾기 위해서 힘-평형방법(force balance method)을 사용하였고 Fig. 8 과 같이 모델 개선을 위한 11 개의 두께 매개변수를 설정하였다. 두께 측정오차를 고려하여 매개변수 최대 변화량을 5%(약 50μm)로 제한하고 모델 개선을 수행하였다. Table 1 에 나

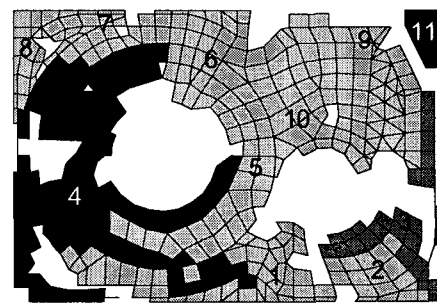


Fig. 8 FE model updating parameter (thickness).

타난 10 개의 모드를 고려하여 다목적함수를 식 (10)과 같이 수립하였고 $F^U = 0$ 로 설정하였다. 초기 FE 모델의 실험결과와의 상관관계를 고려하여 고유진동수 오차는 3%, MAC 값은 0.9 로 기대치를 설정하였다. 즉,

$$\bar{F}_i = 9 \times 10^{-4}, \bar{F}_{i+10}^1 = 0.1, i = 1, \dots, 10. \quad (11)$$

설정된 기대치를 만족하는 목적함수는 제약조건으로 설정하고 최적화 문제를 풀었다. Table 2 에 이와 같은 모델 개선 과정이 정리되어 있다. 첫 번째 반복계산에서 설정된 기대치(식 (11))를 만족하는 최적해 $F(x^1)$ 를 구할 수 있었다. MAC 값을 좀 더 증가시키기 위해 기대치를 아래와 같이 변경하였다.

$$\bar{F}_i^2 = 9 \times 10^{-4}, \bar{F}_{i+10}^2 = 0.05, i = 1, \dots, 10. \quad (12)$$

새롭게 설정된 기대치 \bar{F}^2 는 식 (9)를 만족하지

Table 2 FE mode updating procedure using STOM.

Index	Iteration 1		Iteration 2	
	\bar{F}_i^1	$F_i(x^1)$	\bar{F}_i^2	$F_i(x^2)$
1	0.0009	0.0001	0.0009	0.0001
2	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009
3	0.0009	0.0002	0.0009	0.0003
4	0.0009	0.0002	0.0009	0.0002
5	0.0009	0.0004	0.0009	0.0004
6	0.0009	0.0005	0.0009	0.0006
7	0.0009	0.0008	0.0009	0.0009
8	0.0009	0.0008	0.0009	0.0009
9	0.0009	0.0006	0.0009	0.0005
10	0.0009	0.0006	0.0009	0.0005
11	0.1000	0.0148	0.0500	0.0149
12	0.1000	0.0166	0.0500	0.0169
13	0.1000	0.0714	0.0500	0.0553
14	0.1000	0.0910	0.0500	0.0763
15	0.1000	0.0910	0.0500	0.0763
16	0.1000	0.0490	0.0500	0.0491
17	0.1000	0.0460	0.0500	0.0470
18	0.1000	0.0455	0.0500	0.0432
19	0.1000	0.0397	0.0500	0.0324
20	0.1000	0.0910	0.0500	0.0763

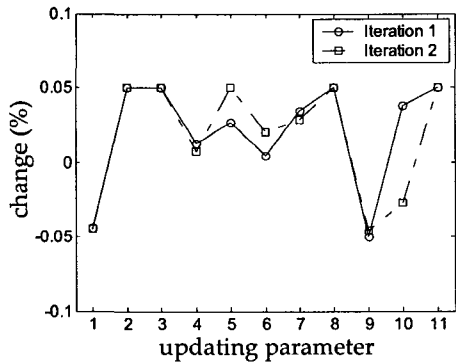


Fig. 9 Updated parameters (% change in thickness).

않는다. 즉, \bar{F}^2 는 가용영역에 존재하지 않으므로 이로부터 구한 최적해는 이러한 기대치를 만족시킬 수 없다는 것을 예상할 수 있다. 최적화 결과는 Table 2 와 같다. $F(x^1)$ 에 비해, $F(x^2)$ 에서 고유진동수 오차는 약간 증가하였지만, MAC 값은 향상되었다는 것을 알 수 있다. Fig. 9는 모델 개선 과정 중 매개변수의 변화량을 그린 것이다.

5. 결론

FE 모델 개선 문제에서 단일 목적 최적화 기법, 특히 가중치 방법의 여러 문제점을 토의하였고 이의 대안으로 다목적 최적화 기법의 일종인

STOM 방법을 소개하였다. STOM 을 사용하면 파레토 최적해 집합 중 기대치에 가장 가까운 해를 쉽게 구할 수 있게 된다. STOM 을 이용한 모델 개선 방법을 정리하였고, 이를 공학적 실제 문제에 성공적으로 적용하였다.

후 기

본 연구는 국가지정연구사업 “진동저감을 위한 동특성 변경기술(M1-0001-00-0139)”의 지원에 의한 것이다.

참고문헌

- (1) 김경호, 박미유, 박윤식, 2000, "HDD 소음제어를 위한 SDM 기술 개발", 추계학술대회논문집, 한국소음진동공학회, pp. 765~770.
- (2) 김경호, 박윤식, 2001, "다목적 최적화 기법을 이용한 하드디스크 커버 유한요소 모델개선", 추계학술대회논문집, 한국소음진동공학회, pp. 565~570.
- (3) 김경호, 박윤식, 2002, "대화식 다목적 최적화 기법을 이용한 유한요소 모델 개선", 춘계학술대회논문집, 한국소음진동공학회, pp. 660~665.
- (4) Friswell, M. J. and Mottershead, J. E., 1995, Finite Element Model Updating in Structural Dynamics, Kluwer Academic Publishers.
- (5) Nakayama, H. and Furukawa, K., 1985, "Satisficing trade-off method with an application to multiobjective structure design", Large Scale Systems, Vol. 8, pp. 47~57.