

비선형거동을 고려한 방진고무의 강성해석 및 최적설계 The Stiffness Analysis and Optimization of the Rubber Seat Considering Nonlinear Behavior

이동훈* · 서상호** · 윤영훈** · 박진구**

Donghoon Lee, Sangho Seo, Younghoon Yun and Jingoo Park

Key Words : Rubber seat(방진고무), Large deformation(대변형), Mooney-Rivlin Coefficient, Shape optimization(형상 최적화), ANSYS

ABSTRACT

Rubber seat is extensively used to reduce the vibration of machine or structure. Over the years an enormous effort has been put into developing procedures to provide properties of rubber material for design function. However, there are still a lot of difficulties to analyze static characteristics of rubber components with hyper elasticity and nonlinear large deformation. In this paper material property is obtained by strain-stress curve using a tension test. Mooney-Rivlin Coefficients are gotten by fitting strain-stress curve. The visco-elastic characteristics of refrigerator rubber mount is determined by using ANSYS. And to minimize the rubber stiffness, the rubber seat shape optimization is performed.

1. 서론

냉장고에서 사용되고 있는 방진고무는 압축기로부터 전달되는 진동을 일차적으로 감소시키고, 수송과 사용 중에 외부로부터 가해지는 충격을 흡수하여 압축기를 보호하는 중요한 역할을 한다.

방진고무는 압축기를 고정시켜주는 역할을 하기 때문에 적절한 강성을 유지해야 하는 반면 진동 절연 특성을 높이기 위해 강성을 낮추어야 하므로 가능한 유연한 구조로 형상을 설계해야만 한다. 이렇게 방진고무의 강성은 정적인 특성과 동적인 특성에 큰 영향을 주기 때문에 방진고무를 설계하는데 강성해석이 중요하고, 구조적으로 안정적인 형상을 유지하며 최대한 강성을 낮추는 최적화 과정이 필요하다.

고무재료는 하중과 변형이 비선형 관계를 보이고 대변형 범위에서도 탄성거동을 나타내는 초탄성(hyper-elastic) 특성을 보이기 때문에 해석하는데 많은 어려움이 있다. 또한 고무는 화학적 조성이나 비율에 따라 물성치가 다르기 때문에 일반 금속과 달리 해석에 필요한 물성치를 구하기가 쉽지 않다. 본 논문에서는 경도별로 제작된 고무시편에 대해서 각각 인장시험을 하여 방진고무 해석

에 필요한 물성치인 Mooney-Rivlin 상수를 구하였다.

인장시험을 통해 구한 물성치는 상온에서 구한 값이지만 일반 냉장고용 방진고무는 경우에 따라서는 50℃이상의 고온에서 사용되어질 수 있고 때로는 5℃이하의 낮은 온도에서 운전될 수도 있다. 고무의 특성이 온도에 따라서 변화가 큰 것을 고려해서 본 논문에서는 온도별로 방진고무의 경도특성을 분석하여 온도에 따른 Mooney-Rivlin 상수 값을 보간법을 이용해 구함으로써 고무 물성치를 데이터 베이스화 하였다. 이렇게 구한 물성치를 가지고 상용 CAE 소프트웨어인 ANSYS를 통해서 유한요소해석을 하고 하중 변위 관계를 통해 강성을 구하였으며, 또한 방진고무의 치수를 설계변수로 하여 강성을 최소로 하는 형상 최적화를 수행하였다.

2. 방진고무의 인장시험

2.1 초탄성 거동

일반적으로 탄성체에서는 하중과 변위의 관계를 선형으로 가정하지만 고무와 같은 재료는 하중과 변위의 관계가 비선형성을 나타낸다. 고무의 경우 대략 변형률 500%까지 탄성 거동을 보이는데 이러한 물체를 초탄성체라 하며 그 거동을 해석하기 위해서는 단위체적당 변형률에너지 U의 변화율이 응력에 의한 일률과 같다는 개념을 이용

* LG 전자 DA 연구소
E-mail : hyhoon75@lge.com
Tel : (02) 818-7807, Fax : (02) 856-0313

** LG 전자 DA 연구소

한다.

$$\mathbf{S} = \frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \quad (1)$$

여기서, \mathbf{S} 는 second Piola-Kirchhoff 응력텐서이며, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 는 Green-Lagrange 변형률 텐서이다. 고무를 등방성이라 가정하면 변형률에너지 함수를 변형률 불변계수 I_1, I_2, I_3 으로 나타낼 수 있다.

$$U = U(I_1, I_2, I_3) \quad (2)$$

여기서, 변형률 불변계수를 주신장률(principal stretch) $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (3)$$

비압축성 재질의 경우, Cauchy 응력텐서 \mathbf{T} 는 second Piola-Kirchhoff 응력텐서 \mathbf{S} 와 다음의 관계를 가진다.

$$\mathbf{T} = \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T \quad (4)$$

여기서, \mathbf{F} 는 변형 구배(deformation gradient) 텐서이며 다음과 같이 정리된다.

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (5)$$

여기서, \mathbf{x} 는 현재 배치(current configuration), \mathbf{X} 는 기준 배치(reference configuration)를 나타낸다.

변형률 불변량과 변형률 텐서 사이의 관계로부터 Cauchy 응력텐서 \mathbf{T} 는 변형률 에너지 함수와 다음의 관계식을 보인다.

$$\mathbf{T} = 2\left(\frac{\partial U}{\partial I_1} \mathbf{B} - \frac{\partial U}{\partial I_2} \mathbf{B}^{-1}\right) - p \mathbf{I} \quad (6)$$

여기서 p 는 정압을 나타내고 \mathbf{B} 는 Cauchy-Green 변형률 텐서를 나타내며, 만약 좌표축을 주신장률 방향과 같게 놓으면 \mathbf{B} 는 다음과 같이 표

현된다.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

재료를 비압축성이라 가정하면 $I_3 = 1$ 이 되어 U 는 I_1, I_2 만의 함수가 된다. 이러한 변형률에너지 함수를 표현하는 재료모델로서 여러 가지가 제시되어 있으나 변형률 150%까지는 Mooney-Rivlin 모델이 잘 맞는 것으로 알려져 있다.

$$U = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (8)$$

여기서 C_1, C_2 은 물질상수로서 재료시험으로부터 얻어진 하중-변위관계에 의해 결정된다.

단축인장의 경우, $T_1 = \sigma, T_2 = T_3 = 0, \lambda_1 = \lambda$ 로 정의되고, 주신장률도 비압축성조건에 의하면, $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{-1/2}$ 의 관계식이 성립한다.

따라서 식(6)은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} T_1 = \sigma &= 2C_1 \lambda^2 - 2C_2 \lambda^{-2} - p \\ T_2 = 0 &= 2C_1 \lambda^{-1} - 2C_2 \lambda - p \end{aligned} \quad (9)$$

위 두 식에서 정압 p 를 소거하면 1 축 응력 상태에서 응력 σ 와 신장률 λ 사이에는 다음의 관계식이 성립한다.

$$\sigma = 2(\lambda - \lambda^{-2})(C_1 \lambda + C_2) \quad (10)$$

위 식에서의 응력은 진응력을 나타내며, 공학적으로 많이 사용되는 공칭응력의 경우 진응력을 신장률로 나누어 주어야 한다. 즉 공칭응력 σ_n 에 대해 식 (10)은 다음과 같다.

$$\sigma_n = 2(\lambda - \lambda^{-2})(C_1 + \frac{C_2}{\lambda}) \quad (11)$$

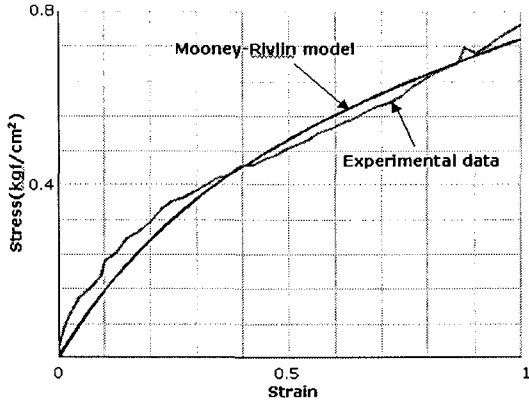


Fig. 1 Strain-Stress Curve

2.2 인장시험

식(11)에서 보는 바와 같이 응력과 변형률의 관계는 선형이 아니고 C_1 가 C_2 의 값에 따라 정의되는 비선형 함수이다.

본 논문에서는 Mooney-Rivlin 계수 C_1 과 C_2 의 값을 구하기 위해 방진고무 시편의 인장시험을 하였다. 방진고무는 압축하중을 받기 때문에 압축 시험을 통해 나온 데이터를 이용해야 하지만 압축 시험의 경우 고무시편의 양끝단에 마찰이 없는 이상적인 경계조건을 주는 것이 사실상 불가능하기 때문에 시험이 간편하고 데이터 처리가 간단하여 가장 광범위하게 사용되는 1 축 인장시험을 수행하였다.

시편은 KS M6782 의 아령 3 호형을 사용하였으며 방진고무로 많이 사용되는 EPDM40, EPDM50, EPDM60 의 3 가지 종류의 시편을 제작하여 시험온도 25 °C 의 상온에서 측정을 하였다.

인장시험을 통해 나온 응력-변형률 데이터로부터 최소 자승법을 이용한 곡선 맞춤(Curve fitting)을 하여 C_1, C_2 를 구하였다. Fig. 1 은 응력-변형률 곡선을 최소자승법으로 곡선맞춤(Curve Fitting)한 Mooney-Rivlin 함수를 나타내고 있다. 응력-변형률 곡선이 탄성영역에 있음에도 불구하고 비선형으로 나타나는 것을 알 수 있다. 각각의 경도별 시편의 응력-변형률 곡선을 곡선맞춤을 통해서 구한 Mooney-Rivlin 계수 C_1, C_2 의 값과 Duro meter 로 측정된 경도 값은 Table 1 에 나타내었다. 또한 Fig. 2 는 각 시편마다 Mooney-Rivlin 계수의 변화를 나타낸 그래프인데 C_1, C_2 모두 경도가 높은 시편일수록 증가하는 경향을 나타낸다.

Table 1 Mooney-Rivlin coefficient

	Hardness(25°C)	$C_1(N/m^2)$	$C_2(N/m^2)$
EPDM 40	33.6 Duro	1.19×10^5	1.74×10^5
EPDM 50	48.5 Duro	5.45×10^5	2.07×10^5
EPDM 60	53.1 Duro	6.53×10^5	4.00×10^5

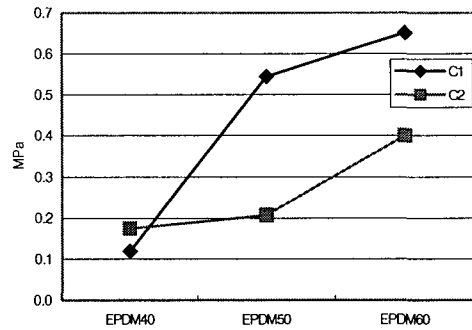


Fig. 2 Mooney-Rivlin coefficient

3. 온도별 특성의 변화

3.1 온도별 경도의 측정

냉장고의 기계실내에서 사용되는 방진고무는 냉장고 설치지역의 환경이나 기계실에서 발생하는 열에 의해서 다양한 온도에서 사용이 되어진다. 심한 경우에는 5°C이하에서 작동할 수도 있고 50°C이상의 온도에서 운전하는 경우도 있다. 고무의 경우는 금속과는 달리 낮은 온도에서는 경화 현상, 높은 온도에서는 완화현상이 뚜렷하게 나타나기 때문에 설계 시 이를 충분히 고려해야 한다. 본 논문에서는 온도별로 경도를 측정함으로써 온도에 따른 고무의 경도 변화 정도를 파악하였다.

항온수조를 이용하여 고무시편의 온도를 일정하게 유지하였으며 KS M 6518 에 규정된 경도시험 방법으로 스프링식 경도시험을 하였다.

영하 20°C에서 영상 80°C까지 온도를 변화시키면서 강도를 측정된 결과 Fig. 3 과 같이 고온에서의 완화현상 보다는 저온에서의 경화 현상이 상대적으로 더 많이 일어나는 것을 알 수 있다.

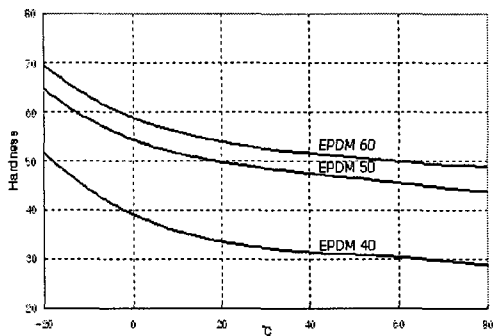


Fig. 3 Hardness transition of Rubber seat

3.2 온도별 각 시편의 물성치 예측

시편의 인장시험을 온도별로 모두 하는 것은 실질적으로 불가능하기 때문에 각 경도별로 상온에서 시험한 결과와 온도별 경도 변화를 토대로 해서 Mooney-Rivlin 계수를 예측하였다.

Fig. 2 에서 나타나는 것과 같이 경도가 강한 시편일수록 C_1 , C_2 값이 증가하는 것을 고려하여 온도에 따라 경도가 바뀌게 되면 같은 경향으로 계수의 값이 바뀐다는 가정 아래 그 값을 선형 보간법을 이용해서 예측을 하였다.

현재 고무의 물성치에 관한 문헌이 없어 실험에 의존해서 물성치를 구하기 때문에 다른 온도 환경 아래서 방진고무의 거동을 해석하는 경우에는 이러한 가정을 통해 예측된 C_1 , C_2 값을 사용하였다.

Table 2 Mooney-Rivlin coefficient

온도		-10℃	0℃	25℃	40℃
EPDM40	C1	4.25x10 ⁵	2.79x10 ⁵	1.19x10 ⁵	0.62x10 ⁵
	C2	1.98x10 ⁵	1.86x10 ⁵	1.74x10 ⁵	1.70x10 ⁵
EPDM50	C1	7.96x10 ⁵	6.67x10 ⁵	5.45x10 ⁵	5.24x10 ⁵
	C2	6.56x10 ⁵	4.25x10 ⁵	2.07x10 ⁵	1.69x10 ⁵
EPDM60	C1	8.81x10 ⁵	8.00x10 ⁵	6.53x10 ⁵	6.15x10 ⁵
	C2	8.07x10 ⁵	6.60x10 ⁵	4.00x10 ⁵	3.33x10 ⁵

4. 비선형 해석

4.1 비선형 문제의 수치해석 방법

유한요소해석에서 우리가 얻고자 하는 것은 주어진 하중에 대한 구조물의 응답이다. 그런데, Fig. 4 와 같이 하중-변위 관계가 비선형적인 경우 주어진 선형방정식으로부터 직접 구조물의 응답을 계산할 수 없다. 이러한 경우 주어진 하중을 여러 개의 증분 구간으로 분할하고 각 증분 구간에 대

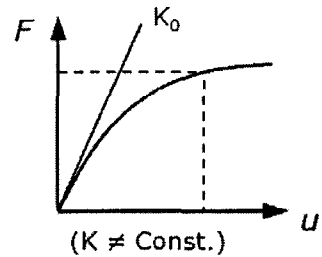


Fig. 4 Deflection-Force curve

하여 평형조건을 만족하는지를 결정함으로써 해를 얻을 수 있다. 각 증분 구간에 대한 계산이 완료되면, 응답의 비선형성이 반영되도록 매번 강성 행렬이 조정된다. 본 논문에서는 뉴턴-랩슨법 (Newton-Raphson Method)을 이용함으로써 일반적인 증분법에서 오차가 누적되는 것을 해결하는데, 각 하중 증분 구간의 마지막 단계에서 평형조건을 만족할 때 까지 반복적으로 해를 찾게 된다. 각 하중 증분 구간의 마지막 단계에서 평형조건을 만족할 때 까지 반복적으로 해를 찾게 된다.

뉴턴-랩슨법은 다음 그림과 같이 하나의 반복구간에서 구조물의 형상을 기준으로 접선의 강성이 구해지고 이를 이용하여 하중 증분에 대한 변위의 증분이 계산되어 구조물의 변위를 구하게 된다.

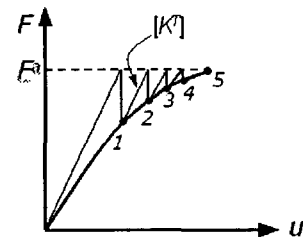


Fig. 5 Newton-Raphson Method

4.2 비선형 강성해석

본 연구에서 해석한 방진고무의 형상은 현재 디오스 냉장고 모델에 적용되고 있는 형상으로 축대칭 형상이기 때문에 2 차원 단면만을 모델링 하였다. 하중을 받는 부분은 같은 변위가 유지되도록 구속조건을 줌으로써 평형을 유지하도록 하였으며 모델의 요소는 ANSYS 에서 제공하는 고무해석 전용인 HYPER56 4 절점 요소를 사용하였다.

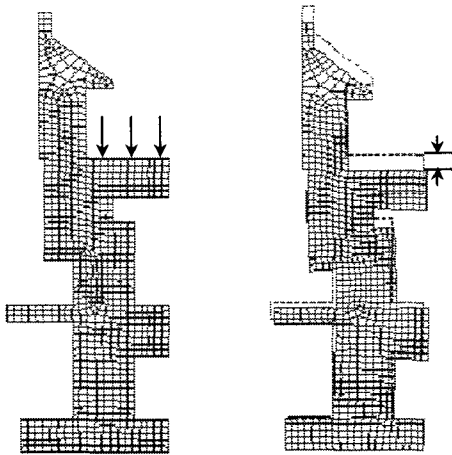


Fig. 6 Fem Analysis of Rubber seat

압축기와 마운트의 무게가 10kg 인데 4 개의 방진고무가 그 무게를 지지하므로 하나의 방진고무는 2.5kg 의 하중을 지지하게 된다. Fig.6 은 2.5kg 의 하중이 가해졌을 때 비선형 해석을 통해서 방진고무가 변형된 형상을 보여주고 있다. Mooney-Rivlin 상수는 EPDN40 의 고무가 25℃일 때의 값인 $C_1=0.119\text{N/mm}^2$, $C_2=0.174\text{N/mm}^2$ 을 사용하였을 때 변위는 1.298mm 가 발생하여 방진고무의 강성은 19.1kN/m 가 된다.

5. 형상 최적화

5.1 문제의 정식화

방진고무의 비선형 해석을 한 결과 현재 모델은 충분한 강성을 가지고 있다고 판단하여 강성을 낮추기 위하여 형상을 최적화하였다.

목적함수로는 방진고무의 강성으로 정의를 하였고 구속조건으로 Fig. 7 의 A 와 B 부분이 접촉이 일어나지 않도록 A 와 B 의 변위 차이가 2 보다 작도록 정의 하였다. 또한 부피 구속조건을 주어 형상이 계속 줄어들어 적용하기 어려운 형상이 나오는 것을 방지하였다. 또한 Fig. 7 과 같이 강성에 영향을 줄 것이라 예상되는 치수를 설계 변수로 정하고 설계 변수의 상한치와 하한치를 두었다.

식(12)는 방진고무의 형상 최적화를 위해 문제를 정식화한 것이다.

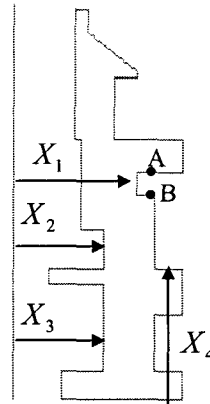


Fig. 7 Design Variable of Rubber Seat

Minimization K

s.t.

$$\delta_A - \delta_B < 2 \quad (11)$$

$$Volume_{low} < Volume < Volume_{upper}$$

$$x_l < x_i < x_u \quad , (i=1,4)$$

5.2 최적화

ANSYS 의 최적화 툴을 이용하여 최적화를 수행 결과 Table 3 과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

강성은 19.1kN/m 에서 10.8kN/m 로 43%를 감소시킬 수 있었다.

Fig. 8 은 최적화 된 형상을 보여주고 있는데, 초기 모델에 비해 많은 변형이 이루어진 것을 볼 수 있고 구속조건으로 부여되었던 B 와 C 부분의 간격은 접촉하지 않은 상태에서 0.2mm 의 간격을 유지하고 있다. 그러나 실제 설계에서 접촉을 피하기 위해서는 약간의 보강작업이 필요할 것으로 생각된다.

Table 3 Initial & Optimal Design Variable

	하한치	상한치	초기값	최적화값	변화률(%)
x1	9	13	11	9.60	12.73
x2	6	10	8	9.98	24.75
x3	10	14	12.5	13.35	6.80
x4	9	15	11.5	9.71	15.57
V (mm ³)	9000	13000	11403	10787	5.40
K (kN/m)			19.1	10.8	43.46

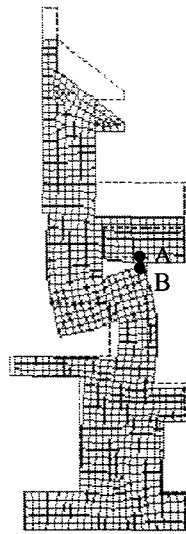


Fig. 8 Optimal shape of Rubber seat

6. 결 론

고무의 기계적 성질이 화학적 조성에 민감하게 영향을 받기 때문에 해석에 필요한 재료상수들을 자료 또는 문헌에서 얻기가 매우 어려우므로 본 연구에서는 방진고무 시편의 1 축 인장시험을 통해 해석에 필요한 재료상수인 Mooney-Rivlin 계수를 직접 구하여 방진고무의 강성을 해석하였다. 또한 온도별로 방진고무 시편의 경도 특성을 구함으로써 고무의 물성치를 예측하여 각각 다른 환경에서 거동하는 방진고무의 해석을 가능하게 하였다. 그리고 강성을 최소화하는 최적화 과정을 통해 종전 모델보다 좀더 유연한 모델을 설계할 수 있었다.

참고문헌

- (1) Treloar., L. R. C., 1975, The Physics of Rubber Elasticity, 3d Ed., Clarendon, Oxford.
- (2) Rivlin, R. S., 1940, "Large Elastic Deformations of Isotropic Materials", Proceedings of the Royal Society, Vol. 195, pp. 463~473.
- (3) Arora, J.S., 1989 Introduction to Optimum Design, McGraw-Hill, New York.
- (4) 김국원, 임종락 등, 1998, "압축하중을 받는 방진고무의 동특성 해석 및 실험", 한국소음진동공학회지 제 8 권 제 5 호, pp. 900~907
- (5) 전만수, 문호근, 김성진, 1997, "방진고무 변형형산 및 하중-변위곡선 예측을 위한 단순 유한요소법", 대한기계학회논문집(A), 제 21 권 제 2 호, pp. 217~222