

단일 진동체의 진동 흡진기 설계 기법 Design of a Vibration Absorber for an Elastically Suspended Rigid Body

김동욱*·최용제**

Dong-Wook Kim and Yong Je Choi

Key Words : Center of Elasticity(탄성중심), Plane of Symmetry(대칭평면), Screw Theory(나선이론), Vibration Absorber(진동흡진기), Vibration Mode(진동모우드)

ABSTRACT

A new design methodology is presented for the multi-degree-of-freedom vibration absorber for an elastically suspended rigid body with planes of symmetry in general motion. Unlike the common single degree-of-freedom vibration absorber, the presented methodology makes use of both linear and rotational properties of the absorber. It is suggested that an absorber is designed separately for the in-plane and out-of-plane vibration modes and thereby combined the two cases for a six-degree-of-freedom absorber. The nine possible design methods are suggested for the six-degree-of-freedom absorber when an elastically suspended rigid body has one, two, or three planes of symmetry.

1. 서론

Lipkin 과 Patterson 는^(1,2) 공간상에서 탄성체로 지지된 단일 강체의 강성 행렬을 대각화 시키기 위해 고유 웬치들과 고유 트위스트들로 구성된 합동 변환을 유도하고, Ciblak 과 Lipkin 은⁽³⁾ 고유 웬치들과 고유 트위스트들의 위치들은 탄성과 순응 중심들의 위치들과 관련이 있다는 것을 증명하였으며, Lipkin 은⁽⁴⁾ 강성 행렬의 분해와 같이 두 특이 고유치 문제들로 구성된 질량 행렬의 분해를 제안하였다. Blanchet 와 Lipkin 은⁽⁵⁾ 일반적인 평면 운동을 하는 질량들에 대한 흡진기들의 설계 방식들을 개발하였고, Dan 과 Choi 는⁽⁶⁾ 공간상에서 탄성체로 지지되어 있고, 대칭면을 가진 단일 강체의 진동 모우드에 대한 기하학적 의미를 규명하였다. 본 논문은 공간상에서 탄성체로 지지 되어있고, 대칭면을 가진 단일 강체에 대한 다 자유도 진동 흡진기의 새로운 설계 방식들을 제시하였다. 탄성적으로 지지 되어있고 대칭 평면을 가진 단일 강체의 자유 진동의 모우드들은 두 모우드들의 그룹 즉 대칭 안평면 모우드들의 그룹과 대칭 외평면 모우드들의 그룹으로 나뉘어지므로, 대칭 안평면 모우드들에 대한 3 자유도 진동 흡진기 설계 방식들

3 가지 제시하였고, 대칭 외평면 모우드들에 대한 3 자유도 진동 흡진기 설계 방식도 3 가지 제시를하여 두 모우드 그룹별로 제시된 각각의 3 가지 3 자유도 진동 흡진기 설계 방식들을 서로 조합하여 6 자유도 진동 흡진기 설계에 사용될 수 있는 9 가지의 새로운 설계 방식들을 제시하였으며 두 모우드 그룹 별로 제시된 3 가지 설계 방법 분류는 다음과 같이 하였다:

- 설계 방법 1: 평면상에 작용하는 힘 또는 순 짝힘 축의 작용선 상에 흡진기를 부착 시킬 때
- 설계 방법 2: 작용하는 힘이나 순 짝힘을 전부 성분 별로 분류하여 분류된 힘 또는 순 짝힘 축의 작용선 상에 흡진기를 부착 시킬 때
- 설계 방법 3: 좌표의 원점을 흡진기 질량의 질량 중심과 탄성 중심이 일치하는 점으로 했을 때

2. 이론

2.1 고유 웬치와 고유 트위스트

웬치(wrench)는 $\hat{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}^T & \boldsymbol{\tau}^T \end{bmatrix}^T$ 로 구성되며 일반화된 힘을 나타내고 \mathbf{f} 는 힘, $\boldsymbol{\tau}$ 는 모멘트를 나타낸다. 트위스트(twist)는 $\hat{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\delta}^T & \boldsymbol{\phi}^T \end{bmatrix}^T$ 로 구성되며 일반화된 변위를 나타내고 $\boldsymbol{\delta}$ 는 병진 변위, $\boldsymbol{\phi}$ 는 각 변위이다. 고유 웬치란 순수 힘의 방향과 평행한 순수 병진만을 일으키는 웬치를 뜻하고, 고유 트위스트란 순수 회전 방향과 평행한 순 짝힘만을

* 회원, 연세대학교 기계공학과 대학원

E-mail : dwkim0215@hanmir.com

Tel : (02) 2123-2826, Fax : (02)312-2159

** 회원, 연세대학교 기계공학부

일으키는 트위스트로 정의된다.

2.2 이론

Fig. 1 (그림에서 M_1 은 주 질량의 질량중심, M_2 는 흡진기 질량의 질량 중심, 그리고 E_2 는 흡진기의 탄성 중심을 뜻한다) 에 있는 system 의 미소 변위 운동 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{T}_1 \\ \ddot{T}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (K_1+K_2) & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 M_1 , K_1 , T_1 는 각각 주 질량의 질량 행렬, 강성 행렬 그리고 트위스트를 뜻하며, M_2 , K_2 , T_2 는 각각 흡진기의 질량 행렬, 강성 행렬 그리고 트위스트를 뜻한다. 공간 운동을 고려하므로 위 방정식은 12×1 방정식이 된다. 주 질량에 작용하는 웬치가 $w = \hat{w} \sin(\omega t)$ 일때 같은 진동수로 강제들을 진동 시키므로 트위스트들은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{T}_1 \\ \hat{T}_2 \end{bmatrix} \sin(\omega t) \quad (2)$$

여기서 \hat{w} , \hat{T}_1 , 그리고 \hat{T}_2 는 시간에 무관하다. 식 (2)를 식 (1)에 대입하면,

$$\left(\begin{bmatrix} (K_1+K_2) & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \hat{T}_1 \\ \hat{T}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{w} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

이 되며, 잘 설계된 진동 흡진기는 주 질량의 운동을 완전히 제거하므로 $\hat{T}_1 = 0$ 이 되어, 식 (3)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\left(\begin{bmatrix} (K_1+K_2) & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{T}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{w} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

식 (4)는 다음과 같은 두 방정식들로 표현된다.

$$(K_2 - \omega^2 M_2) \hat{T}_2 = 0, \quad -K_2 \hat{T}_2 = \hat{w} \quad (5)$$

식 (5)로부터,

$$(K_2 - \omega^2 M_2) K_2^{-1} \hat{w} = 0 \quad (6)$$

이 되며, 만일 방정식 (6)이 만족된다면, 설계된 진동 흡진기는 주 질량의 운동을 완전히 제거한다.

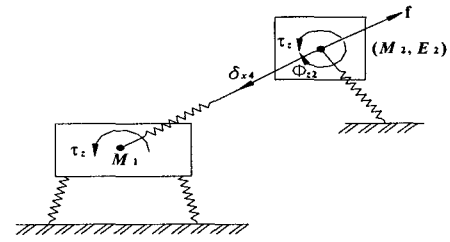


Fig. 1 Design method 1

3. 흡진기 설계 방식

단일 강체는 대칭 평면을 3 개까지 갖을 수 있으며, 대칭 평면이 한 개일 경우는 XY , YZ , 그리고 ZX 평면들이 대칭 평면이 될 수 있다. 그 중에서 XY 평면이 대칭 평면인 경우만을 고려한다. 왜냐하면 다른 평면이 대칭 평면인 경우도 설계 방법들이 동일하기 때문이다. 단일 강체가 대칭 평면을 갖을 때는 자유 진동의 모우드들이 두 개의 모우드 그룹들로 나뉜다. 예를 들어, XY 평면이 대칭 평면인 경우는 대칭 안평면 모우드들의 그룹과 대칭 외평면 모우드들의 그룹들로 나뉘며, 대칭 안평면 모우드들의 좌표들 ($\delta_x, \delta_y, \phi_z$)의 운동들은 서로 연성되지만, 대칭 외평면 모우드들의 좌표들 (δ_z, ϕ_x, ϕ_y)의 운동들과는 완전히 독립적이다.⁽⁷⁾ 그러므로 흡진기를 설계할 때도 두 모우드 그룹들을 별도로 설계한다.

3.1 대칭 안평면 모우드들 (XY 평면이 대칭) 설계 방법 1

1. 흡진기 강성 행렬 K_2 의 한 고유 웬치가 흡진기 질량 중심 M_2 를 통과하는 순수 힘이 되도록 하고 주 질량에 작용하는 힘 f 의 방향과 평행하도록 설계하라.
2. $\omega^2 = \frac{k_f}{m_2}$ 가 되도록 k_f 와 m_2 값들을 선정하라.
3. 흡진기 강성 행렬 K_2 의 z 축 고유 트위스트가 흡진기 질량 중심 M_2 에 관한 순수 회전이 되도록 하고 주 질량에 작용하는 순 짝힘 τ_z 의 방향과 평행하도록 설계하라.
4. $\omega^2 = \frac{k_{\gamma 2}}{I_{z2}}$ 가 되도록 $k_{\gamma 2}$ 와 I_{z2} 값들을 선정하라

$\hat{w} = \begin{bmatrix} f \\ \tau_z \end{bmatrix}$ 으로부터, 웬치는 다음과 같이 표현된다

$$\dot{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \tau_z \end{bmatrix} \quad (7)$$

이 계가 선형이므로, 식 (6)은 다음과 같이 된다.⁽⁵⁾

$$(1 - \omega^2 \mathbf{M}_2 \mathbf{K}_2^{-1}) \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ 0 \end{bmatrix} + (1 - \omega^2 \mathbf{M}_2 \mathbf{K}_2^{-1}) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \tau_z \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{1}$ 은 3×3 단위 행렬을 뜻하며, 식 (8)로부터 작용하는 토크가 순수 힘 토크일 때; 그리고 순 짝힘 토크일 때의 설계 방식들을 조합하면 작용하는 토크가 일반 토크일 때의 흡진기를 설계할 수 있음을 알 수 있다 (Fig. 1 참조). 또한, 흡진기 반응의 크기도 작용하는 토크가 순수 힘 토크 경우와 순 짝힘 토크 경우의 반응 크기들을 조합한 것에 의해 얻어질 수 있다.

$$\hat{\mathbf{T}}_2 = \begin{bmatrix} \delta_{21} \\ \phi_{22} \end{bmatrix} = -k_f^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ 0 \end{bmatrix} - k_{\tau 2}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \tau_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_f^{-1} \mathbf{f} \\ k_{\tau 2}^{-1} \tau_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

예제:

대칭 안평면 모드들에 대한 주 질량의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_{z1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{x1} \\ \delta_{y1} \\ \phi_{z1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{x1} & 0 & -e_y k_{x1} \\ 0 & k_{y1} & e_x k_{y1} \\ -e_y k_{x1} & e_x k_{y1} & (k_{y1} + e_y^2 k_{x1} + e_x^2 k_{y1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{x1} \\ \delta_{y1} \\ \phi_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ \tau_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

흡진기 좌표계가 주 강성 축 방향들과 평행할 때, 강성 행렬 \mathbf{K}_2 는 탄성 중심 E_2 와 질량 중심 M_2 가 일치된 점에서 다음의 형태를 갖는다.

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} k_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & k_{y2} & 0 \\ 0 & 0 & k_{\tau 2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

흡진기 좌표의 한 주 강성 축이 주 질량에 작용하는 힘 \mathbf{f} 의 방향과 평행 되어야만 하므로, 한 주 강성 축이 힘 \mathbf{f} 의 방향과 평행하도록 강성 행렬 \mathbf{K}_2 를 임의의 각 θ 만큼 회전시키는 것이 필요하다. 그러므로, 평행축 합동 변환을^(5,6) 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{K}'_2 = \mathbf{R}^T \mathbf{K}_2 \mathbf{R} \quad (12)$$

여기서 $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 이다. 예를 들어, 만일 흡진기 좌표의 주 강성 축들 중 x 축을 주 질량에 작용하는 힘 \mathbf{f} 의 방향과 평행 시키기를 원한다면, $\omega^2 = \frac{k_{x2}}{m_2}$ 가 되도록 흡진기의 m_2 와 k_{x2} 값들을 선정한다. k_{y2} 는 자유 벡터이므로 임의의 값을 선정해도 된다. $\omega^2 = \frac{k_{y2}}{I_{z2}}$ 가 되도록 흡진기의 I_{z2} 와 k_{y2} 값들을 선정한다. 예를 들어, $k_{x2} = 2k$ 그리고 $k_{y2} = k$ 로 선정을 하여 $\omega^2 = \frac{2k}{m_2} = \frac{k_{y2}}{I_{z2}}$ 로 하고 $\theta = 45^\circ$ 라면 식 (12)로부터,

$$\mathbf{K}'_2 = \begin{bmatrix} \frac{3k}{2} & \frac{k}{2} & 0 \\ \frac{k}{2} & \frac{3k}{2} & 0 \\ 0 & 0 & k_{\tau 2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_{z2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

이 된다. 반응은 식 (9)로부터,

$$\hat{\mathbf{T}}_2 = - \begin{bmatrix} k_f^{-1} \mathbf{f} \\ k_{\tau 2}^{-1} \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\mathbf{f}}{2k} \\ -\frac{\tau_z}{k_{y2}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

이 되며, 여기서 $f_x = f \cos 45^\circ = f_p$ 그리고 $f_y = f \sin 45^\circ = f_p$ 이다. 식 (14)의 결과가 맞는지 확인하기 위해 식 (3)과 (13)으로부터 6×6 행렬을 계산하면 반응은,

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{T}}_1^T & \hat{\mathbf{T}}_2^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \delta_{x1} & \delta_{y1} & \phi_{z1} & \delta_{x2} & \delta_{y2} & \phi_{z2} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{f_p}{2k} & -\frac{f_p}{2k} & -\frac{\tau_z}{k_{y2}} \end{bmatrix}^T \quad (15)$$

이 되며, 여기서 $\omega^2 = \frac{2k}{m_2} = \frac{k_{y2}}{I_{z2}}$ 이다. 식 (14)와 (15)가 같은 결과이므로, 이 설계 방식이 정당함을 알 수 있다.

설계 방법 2

1. 흡진기 강성 행렬 \mathbf{K} 의 한 고유 토크가 흡진기 질량 중심 M 을 통과하는 순수 힘이 되도록 하고 주 질량에 작용하는 힘 \mathbf{f} 의 한 성분 방향과 평행하도록 설계하라.

2. $\omega^2 = \frac{k_f}{m}$ 가 되도록 k_f 와 m 값들을 선정하라.
3. 흡진기 강성 행렬 \mathbf{K} 의 z 축 고유 트위스트가 흡진기 질량 중심 M 에 관한 순수 회전이 되도록 하고 주 질량에 작용하는 순 짝힘 τ_z 의 방향과 평행하도록 설계하라.
4. $\omega^2 = \frac{k_y}{I_z}$ 가 되도록 k_y 와 I_z 값들을 선정하라.

예제:

각각의 흡진기 좌표계가 각각의 주 강성 축 방향들과 평행할 때, M_2 와 E_2 가 일치된 점에서 $m_2\ddot{\delta}_{x2} + k_{x2}\delta_{x2} = 0$ 이고, M_3 와 E_3 가 일치된 점에서 $m_3\ddot{\delta}_{y3} + k_{y3}\delta_{y3} = 0$ 그리고 M_4 와 E_4 가 일치된 점에서 $I_{z4}\ddot{\phi}_{z4} + k_{y4}\phi_{z4} = 0$ 이다 (Fig. 2 참조). 그러므로 흡진기들의 운동 방정식들은 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 \\ 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & I_{z4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\delta}_{x2} \\ \ddot{\delta}_{y3} \\ \ddot{\phi}_{z4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & k_{y3} & 0 \\ 0 & 0 & k_{y4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{x2} \\ \delta_{y3} \\ \phi_{z4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

전체 강성 행렬과 질량 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} a_1 & -\mathbf{K}_2 & -\mathbf{K}_3 & -\mathbf{K}_4 \\ -\mathbf{K}_2 & \mathbf{K}_2 & 0 & 0 \\ -\mathbf{K}_3 & 0 & \mathbf{K}_3 & 0 \\ -\mathbf{K}_4 & 0 & 0 & \mathbf{K}_4 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{M}_4 \end{bmatrix}$$

식 (3)과 (17)로부터 전체 행렬을 계산하면 반응은,

$$\begin{bmatrix} \delta_{x1} & \delta_{y1} & \phi_{z1} & \delta_{x2} & \delta_{y3} & \phi_{z4} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{f_x}{k_{x2}} & -\frac{f_y}{k_{y3}} & -\frac{\tau_z}{k_{y4}} \end{bmatrix}^T \quad (18)$$

이 되며, 여기서 $a_1 = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_3 + \mathbf{K}_4$, 그리고

$\omega^2 = \frac{k_{x2}}{m_2} = \frac{k_{y3}}{m_3} = \frac{k_{y4}}{I_{z4}}$ 이다. 식 (18)로부터, 이 설계 방식이 정당함을 알 수 있다.

설계 방법 3

설계 방법 1 의 설계 방식은 흡진기의 질량 중심 M_2 와 탄성 중심 E_2 가 주 질량에 작용하는 힘 \mathbf{f} 의 작용선상에 놓일 것을 요구하였으나, 만일, 흡

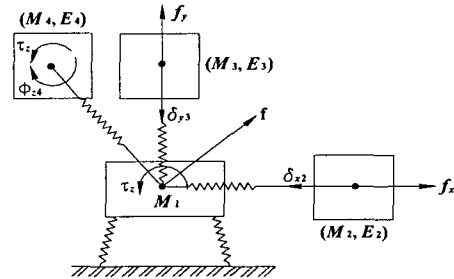


Fig. 2 Design method 2

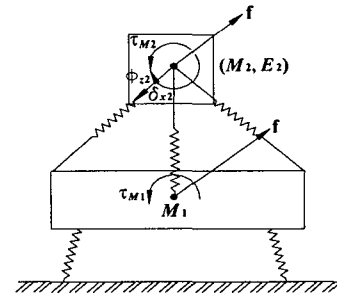


Fig. 3 Design method 3

진기의 M_2 와 E_2 를 힘 \mathbf{f} 의 작용선상에 놓을 수 없는 상황이라면, 좌표계의 원점을 흡진기의 M_2 와 E_2 가 일치하는 점으로 하고 식 (6)을 그 점에서 표현하라 (Fig. 3 참조). 주 질량에 작용하는 토크를 다음과 같이 흡진기의 M_2 를 통과하는 순수 힘과 그 점에 관한 순 짝힘으로 표현할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{w}}_{M2} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \tau_{M2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{M2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

반응은 식 (9)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{\mathbf{t}}_2 = \begin{bmatrix} \delta_{x2} \\ \phi_{z2} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_f^{-1} \mathbf{f} \\ k_{y2}^{-1} \tau_{M2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

예제:

평행축 합동 변환으로부터,

$$\mathbf{w}_{M2} = (\mathbf{w}_{M1})_2 = \mathbf{X}_{M1M2}^T \mathbf{w}_{M1} \quad (21)$$

$$(\mathbf{M}_1)_2 = \mathbf{X}_{M1M2}^T \mathbf{M}_1 \mathbf{X}_{M1M2} \quad (22)$$

$$(\mathbf{K}_1)_2 = \mathbf{X}_{M1M2}^T \mathbf{K}_1 \mathbf{X}_{M1M2} \quad (23)$$

이 되며, 여기서 $\mathbf{X}_{M1M2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & p_y \\ 0 & 1 & -p_x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 이고, 질량중심 M_1 에서 질량 중심 M_2 까지의 거리 벡터는

$\overline{M_1 M_2} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$ 이다. 예를 들어, 설계 방법 1의 예제와 같이 흡진기 좌표의 주 강성 축들 중 x 축을 작용하는 힘 f 의 방향과 평행하게 하고, $k_{x2} = 2k$, $k_{y2} = k$ 로 선정을 하면, $\omega^2 = \frac{2k}{m_2} = \frac{k_{y2}}{I_{z2}}$ 가 되며, $\theta = 45^\circ$ 일때 식 (12)로부터,

$$\mathbf{K}'_2 = \begin{bmatrix} \frac{3k}{2} & \frac{k}{2} & 0 \\ \frac{k}{2} & \frac{3k}{2} & 0 \\ 0 & 0 & k_{y2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_{z2} \end{bmatrix} \quad (24)$$

이 된다. $\theta = 45^\circ$ 이므로, 식 (21)로부터,

$$\mathbf{w}_{M2} = \begin{bmatrix} f_p \\ f_p \\ (p_y - p_x)f_p + \tau_z \end{bmatrix} \quad (25)$$

이 되며, 여기서 $\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_p \\ f_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \cos 45^\circ \\ f \sin 45^\circ \end{bmatrix}$ 이다. 반응은 식 (20)으로부터 다음과 같이 된다.

$$\hat{\mathbf{T}}_2 = \begin{bmatrix} k_f^{-1} \mathbf{f} \\ k_{y2}^{-1} \tau_{M2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{f}{2k} \\ -(p_y - p_x)f_p + \tau_z \\ k_{y2} \end{bmatrix} \quad (26)$$

좌표계 원점의 이동으로 인해 식 (3)은 다음의 식과 같이 변형된다.

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{K}_1)_2 + \mathbf{K}'_2 - (\mathbf{M}_1)_2 \omega^2 & -\mathbf{K}'_2 \\ -\mathbf{K}'_2 & \mathbf{K}'_2 - \mathbf{M}_2 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{T}}_1 \\ \hat{\mathbf{T}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{w}_{M1})_2 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (27)$$

식 (26)의 결과가 맞는지 확인하기 위해 식 (24)와 (27)로부터 6x6 행렬을 계산하면 반응은,

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{T}}_1^T \\ \hat{\mathbf{T}}_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{x1} & \delta_{y1} & \phi_{z1} & \delta_{x2} & \delta_{y2} & \phi_{z2} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{f_p}{2k} & -\frac{f_p}{2k} & -\frac{a_1}{k_{y2}} \end{bmatrix}^T \quad (28)$$

이 되며, 여기서 $a_1 = (p_y - p_x)f_p + \tau_z$, $\omega^2 = \frac{2k}{m_2} = \frac{k_{y2}}{I_{z2}}$ 이다. 식 (26)과 (28)이 같은 결과이므로, 이 설계 방식이 정당함을 알 수 있다.

3.2 대칭 외평면 모드들 (XY 평면이 대칭) 설계 방법 1

1. 흡진기 강성 행렬 \mathbf{K}_2 의 z 축 고유 뒤틀기가 흡진기 질량 중심 M_2 를 통과하는 순수 힘이 되도록 하고 주 질량에 작용하는 힘 f_z 의 방향과 평행하도록 설계하라.

2. $\omega^2 = \frac{k_{z2}}{m_2}$ 가 되도록 k_{z2} 와 m_2 값들을 선정하라.

3. 흡진기 강성 행렬 \mathbf{K}_2 의 한 고유 트위스트가 흡진기 질량 중심 M_2 에 관한 순수 회전이 되도록 하고 주 질량에 작용하는 순 짝힘 τ 의 방향과 평행하도록 설계하라.

4. $\omega^2 = \frac{k_r}{I_2}$ 가 되도록 k_r 와 I_2 값들을 선정하라.

대칭 안평면 모드들의 경우와 같이, 작용하는 뒤틀기가 순수 힘 뒤틀기일 때와 순 짝힘 뒤틀기일 때의 설계 방식들을 조합할 수 있으므로, 반응은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{T}}_2 = \begin{bmatrix} \delta_{z2} \\ \phi_z \end{bmatrix} = -k_{z2}^{-1} \begin{bmatrix} f_z \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} - k_r^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \tau \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{z2}^{-1} f_z \\ k_r^{-1} \tau \end{bmatrix} \quad (29)$$

예제:

대칭 외평면 모드들에 대한 주 질량의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_{x1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{y1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\delta}_{z1} \\ \ddot{\phi}_{x1} \\ \ddot{\phi}_{y1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{z1} & e_y k_{z1} & -e_x k_{z1} \\ e_y k_{z1} & a_1 & -e_x e_y k_{z1} \\ -e_x k_{z1} & -e_x e_y k_{z1} & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{z1} \\ \phi_{x1} \\ \phi_{y1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_z \\ \tau_x \\ \tau_y \end{bmatrix} \quad (30)$$

여기서 $a_1 = k_{\alpha 1} + e_y^2 k_{z1}$, 그리고 $a_2 = k_{\beta 1} + e_x^2 k_{z1}$ 이다. 흡진기 좌표계가 주 강성 축 방향들과 평행할 때, 질량 중심 M_2 와 탄성 중심 E_2 가 일치하는 점에서 흡진기 강성 행렬 \mathbf{K}_2 는 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} k_{z2} & 0 & 0 \\ 0 & k_{\alpha 2} & 0 \\ 0 & 0 & k_{\beta 2} \end{bmatrix} \quad (31)$$

흡진기 좌표의 한 주 회전 강성 축이 주 질량에 작용하는 순 짝힘 τ 축에 평행 되어야 하므로,

$$\mathbf{K}'_2 = \mathbf{R}^T \mathbf{K}_2 \mathbf{R} \quad (32)$$

이 되며, 여기서 $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} k_{z2} & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ 이다. 예를

들어, 만일 흡진기 좌표의 주 회전 강성 축들 중 x 축을 τ 축에 평행 시키기를 원한다면, $\omega^2 = \frac{k_{\alpha 2}}{I_{x2}}$ 가 되도록 흡진기의 I_{x2} 와 $k_{\alpha 2}$ 값들을 선정하라. $k_{\beta 2}$ 는 자유 벡터이므로, 임의의 값을 선정해도 된다. $\omega^2 = \frac{k_{z2}}{m_2}$ 가 되도록 흡진기의 m_2 와 k_{z2} 값들을 선정하라. $k_{\alpha 2} = 2k_{\theta}$, $k_{\beta 2} = k_{\theta}$, 그리고 $I_{x2} = I_{y2} = I_2$ 로 선정을 하면 $\omega^2 = \frac{k_{z2}}{m_2} = \frac{2k_{\theta}}{I_2}$ 가 되고, $\theta = 45^\circ$ 일 때 식 (32)로부터,

$$\mathbf{K}'_2 = \begin{bmatrix} k_{z2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3k_{\theta}}{2} & \frac{k_{\theta}}{2} \\ 0 & \frac{k_{\theta}}{2} & \frac{3k_{\theta}}{2} \end{bmatrix}, \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

이 되며, 식 (29)로부터 반응은,

$$\hat{\mathbf{T}}_2 = - \begin{bmatrix} k_{z2}^{-1} f_z \\ k_{\tau}^{-1} \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{f_z}{k_{z2}} \\ \frac{\tau}{2k_{\theta}} \end{bmatrix} \quad (34)$$

이 된다. 여기서 $\tau_x = \tau \cos 45^\circ$ 그리고 $\tau_y = \tau \sin 45^\circ$ 이다.

설계 방법 2

1. 흡진기 강성 행렬 \mathbf{K} 의 z 축 고유 튜치가 흡진기 질량 중심 M 을 통과하는 순수 힘이 되도록 하고 주 질량에 작용하는 힘 f_z 의 방향과 평행 하도록 설계하라.
2. $\omega^2 = \frac{k_z}{m}$ 가 되도록 k_z 와 m 값들을 선정하라.
3. 흡진기 강성 행렬 \mathbf{K} 의 한 고유 트윈스트가 흡진기 질량 중심 M 에 관한 순수 회전이 되도록 하고 주 질량에 작용하는 순 짝힘 τ 의 한 성분 방향과 평행 하도록 설계하라.
4. $\omega^2 = \frac{k_{\tau}}{I}$ 가 되도록 k_{τ} 와 I 값들을 선정하라.

흡진기들의 운동 방정식들은 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 \\ 0 & I_{x3} & 0 \\ 0 & 0 & I_{y4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\delta}_{z2} \\ \ddot{\phi}_{x3} \\ \ddot{\phi}_{y4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{z2} & 0 & 0 \\ 0 & k_{\alpha 3} & 0 \\ 0 & 0 & k_{\beta 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{z2} \\ \phi_{x3} \\ \phi_{y4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

식 (3)과 (17)로부터 전체 행렬을 계산하면 반응은

$$\begin{bmatrix} \delta_{z1} & \phi_{x1} & \phi_{y1} & \delta_{z2} & \phi_{x3} & \phi_{y4} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{f_z}{k_{z2}} & -\frac{\tau_x}{k_{\alpha 3}} & -\frac{\tau_y}{k_{\beta 4}} \end{bmatrix}^T \quad (36)$$

이 되며, 여기서 $\omega^2 = \frac{k_{z2}}{m_2} = \frac{k_{\alpha 3}}{I_{x3}} = \frac{k_{\beta 4}}{I_{y4}}$ 이다.

설계 방법 3

대칭 안평면 모드들의 설계 방법 3 과 같은 논리로 좌표계의 원점을 흡진기의 질량 중심 M_2 와 탄성 중심 E_2 가 일치하는 점으로 했을 때의 흡진기의 반응은 다음과 같이 된다.

$$\hat{\mathbf{T}}_2 = -k_{z2}^{-1} \begin{bmatrix} f_z \\ 0 \end{bmatrix} - k_{\tau}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{M2} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{z2}^{-1} f_z \\ k_{\tau}^{-1} \tau_{M2} \end{bmatrix} \quad (37)$$

예제:

평행축 합동 변환으로부터,

$$\mathbf{w}_{M2} = (\mathbf{w}_{M1})_2 = \mathbf{X}_{M1M2}^T \mathbf{w}_{M1} \quad (38)$$

$$(\mathbf{M}_1)_2 = \mathbf{X}_{M1M2}^T \mathbf{M}_1 \mathbf{X}_{M1M2} \quad (39)$$

$$(\mathbf{K}_1)_2 = \mathbf{X}_{M1M2}^T \mathbf{K}_1 \mathbf{X}_{M1M2} \quad (40)$$

이 되며, 여기서 $\mathbf{X}_{M1M2} = \begin{bmatrix} 1 & -p_y & p_x \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 그리고

$\overrightarrow{M_1 M_2} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$ 이다. 예를 들어, 설계 방법 1 의 예제

와 같이 흡진기 좌표의 주 회전 강성 축들 중 x 축을 주 질량에 작용하는 순 짝힘 τ 축에 평행 시키기를 원하고, $k_{\alpha 2} = 2k_{\theta}$, $k_{\beta 2} = k_{\theta}$, 그리고 $I_{x2} = I_{y2} = I_2$ 로 선정을 하면 $\omega^2 = \frac{k_{z2}}{m_2} = \frac{2k_{\theta}}{I_2}$ 가 되고 $\theta = 45^\circ$ 일 때 식 (32)로부터,

$$\mathbf{K}'_2 = \begin{bmatrix} k_{z2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3k_{\theta}}{2} & \frac{k_{\theta}}{2} \\ 0 & \frac{k_{\theta}}{2} & \frac{3k_{\theta}}{2} \end{bmatrix}, \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad (41)$$

이 된다. $\theta = 45^\circ$ 이므로, 식 (37)과 (38)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{w}_{M2} = \begin{bmatrix} f_z \\ \tau_{qq} \\ \tau_{qq} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{T}}_2 = \begin{bmatrix} k_z^{-1} f_z \\ k_z^{-1} \tau_{M2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{f_z}{k_z2} \\ \frac{\tau_{qq}}{2k_\theta} \\ \frac{\tau_{qq}}{2k_\theta} \end{bmatrix} \quad (42)$$

여기서 $\tau_2 = \sqrt{(\tau_x - p_y f_z)^2 + (\tau_y + p_x f_z)^2}$,
 $\tau_{x2} = \tau_2 \cos 45^\circ = \tau_{qq}$, 그리고 $\tau_{y2} = \tau_2 \sin 45^\circ = \tau_{qq}$ 이다.

3.3 6 자유도 진동 흡진기 (XY 평면이 대칭)

대칭 안평면 모우드들에 대한 3 가지 3 자유도 진동 흡진기 설계 방법들과 대칭 외평면 모우드들에 대한 3 가지 3 자유도 진동 흡진기 설계 방법들을 조합하면 다음의 Table 1 과 같이 9 가지의 설계 방법들로 6 자유도 진동 흡진기를 설계할 수 있다.⁽⁸⁾

4. 수치 예

다음의 수치 예는 XY 평면이 대칭 평면인 강체에 대한 것이다. Fig. 4 와 같이 사각형의 네 모서리에 각각 세 개의 선형 spring 들이 부착되어 있고, 물성치들은 Table 2 와 같으며, 아래의

Table 1 Whole design methods

대칭 안평면 모우드 좌표들	대칭 외평면 모우드 좌표들	6 자유도 설계 방식
설계방법 1	설계방법 1	→ 설계방법 1
	2	→ 2
	3	→ 3
설계방법 2	1	→ 4
	2	→ 5
	3	→ 6
설계방법 3	1	→ 7
	2	→ 8
	3	→ 9

Table 2 Material properties of the model

m	6 Kg	I_x	0.5 Kg m ²	I_y	0.5 Kg m ²
I_z	1 Kg m ²	k_1	2 N / m	k_2	3 N / m
ℓ_1	0.4 m	ℓ_2	0.6 m	ℓ_3	0.6 m
ℓ_4	0.4 m				

Model 이 질량 중심 (M_1)에서 $\mathbf{W} = \hat{\mathbf{W}} \sin 2t$ 로 가진 된다고 가정하자. 여기서 $\theta = 45^\circ$ 이고,

$$\hat{\mathbf{W}} = [f_x \ f_y \ f_z \ \tau_x \ \tau_y \ \tau_z]^T \quad \text{이다. Model 의}$$

$$= [0.7071 \ 0.7071 \ 1 \ 1.4142 \ 1.4142 \ 2]^T$$

탄성 중심의 좌표와 탄성 중심에서의 강성 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{E}_1 = (0.1, -0.1, 0), \quad \mathbf{K}_{E1} = \text{diag}(8 \ 8 \ 12 \ 3 \ 3 \ 4)$$

4.1 대칭 안평면 모우드들

식 (10)으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{x1} \\ \delta_{y1} \\ \phi_{z1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0.8 \\ 0 & 8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 4.16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{x1} \\ \delta_{y1} \\ \phi_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7071 \\ 0.7071 \\ 2 \end{bmatrix}$$

대칭 안평면 모우드들의 경우는 설계 방법 3 으로 흡진기를 설계한 것이다 (Fig. 5 참조). 식 (21)과 (22)로부터 다음과 같은 결과가 나온다.

$$(\mathbf{w}_{M1})_2 = \begin{bmatrix} 0.7071 \\ 0.7071 \\ 2.7071 \end{bmatrix}, \quad (\mathbf{M}_1)_2 = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & 0 \\ 6 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

식 (23)으로부터 다음과 같은 결과가 나온다.

$$(\mathbf{K}_1)_2 = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 8.8 \\ 0 & 8 & 0.8 \\ 8.8 & 0.8 & 13.76 \end{bmatrix}$$

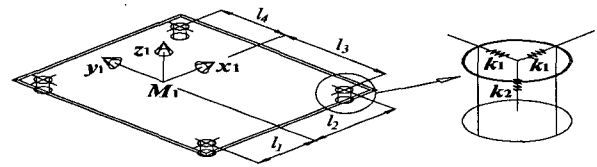


Fig. 4 Model

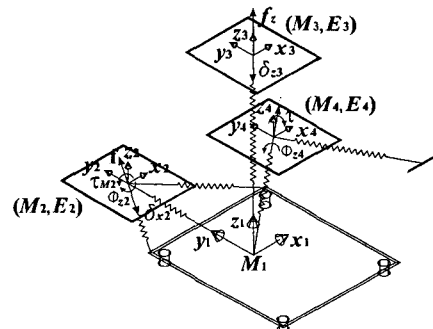


Fig. 5 Vibration absorbers

여기서 $\overrightarrow{M_1 M_2} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 이다. 흡진기 좌표의 주 강성 축들 중 x 축을 힘 f 의 방향과 평행 시키기를 원하고, $\omega^2 = \frac{k_{x2}}{m_2} = \frac{k_{y2}}{I_{z2}} = 4$ 를 만족시키기 위해, $m_2 = 6$, $k_{x2} = 24$, $I_{z2} = 1$, $k_{y2} = 4$ 로 선택을 하고, $k_{y2} = 12$ 로 선택을 했을 때 $\theta = 45^\circ$ 이므로 식 (12) 와 (26)으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$K_2 = \begin{bmatrix} 18 & 6 & 0 \\ 6 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, M_2 = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \hat{T}_2 = \begin{bmatrix} -0.0295 \\ -0.0295 \\ -0.6768 \end{bmatrix}$$

4.2 대칭 외평면 모우드들
식 (30)으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\delta}_{z1} \\ \ddot{\phi}_{x1} \\ \ddot{\phi}_{y1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & -1.2 & -1.2 \\ -1.2 & 3.12 & 0.12 \\ -1.2 & 0.12 & 3.12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{z1} \\ \phi_{x1} \\ \phi_{y1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.4142 \\ 1.4142 \end{bmatrix}$$

대칭 외평면 모우드들의 경우는 설계 방법 1 과 2 를 응용하여 흡진기를 설계한 것이다 (Fig. 5 참조).

4.2.1 설계 방법 2 의 응용

$m_3 \ddot{\delta}_{z3} + k_{z3} \delta_{z3} = 0$ 이므로, $\omega^2 = \frac{k_{z3}}{m_3} = 4$ 로부터, $m_3 = 6$, $k_{z3} = 24$ 로 결정한다. 반응은 식 (5)로부터 다음과 같이 된다.

$$\hat{T}_3 = -k_{z3}^{-1} f_z = -0.0417$$

4.2.2 설계 방법 1 의 응용

$\theta = 45^\circ$ 이고, 흡진기 좌표의 주 회전 강성 축들 중 x 축을 τ 축에 평행 시키기를 원하며, $\omega^2 = \frac{k_{\alpha 4}}{I_{x4}} = 4$ 를 만족시키기 위해 $I_{x4} = 0.5$, $k_{\alpha 4} = 2$ 로 선택을 하고, $k_{\beta 4} = 1$ 로 선택을 하면, 식 (32)와 (34)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$K_4 = \begin{bmatrix} 1.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix}, M_4 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \hat{T}_4 = \begin{bmatrix} -0.7071 \\ -0.7071 \end{bmatrix}$$

각 반응들, 즉 \hat{T}_2 , \hat{T}_3 , 그리고 \hat{T}_4 들의 결과들이 정확한가 확인하기 위해, 식 (3)과 (17)로부터 12 x 12 행렬을 계산하면, $\begin{bmatrix} \hat{T}_1^T & \hat{T}^T \end{bmatrix}$ 에서 $\hat{T}_1 = \mathbf{0}$ 이고,

$$\hat{T} = [\delta_{x2} \ \delta_{y2} \ \delta_{z3} \ \phi_{x4} \ \phi_{y4} \ \phi_{z2}]^T \\ = [-0.0295 \ -0.0295 \ -0.0417 \ -0.7071 \ -0.7071 \ -0.6768]^T$$

이 된다. 그러므로 설계된 흡진기들이 Model 의 운동을 완전히 제거했음을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 공간상에서 탄성체로 지지 되어 있고, 한 개의 대칭 평면을 가진 단일 강체의 6 자유도 진동 흡진기에 대하여 9 가지의 새로운 설계 방식들을 제시하였으나, 주 질량의 대칭 평면이 두 개 또는 세 개일 때의 진동 흡진기 설계 방법들도 주 질량의 대칭 평면이 한 개일 때의 진동 흡진기 설계 방법들과 동일하며 제시된 설계 방식들은 임의의 각과 고유 진동수 값들에 대하여 성립되므로, 작업 환경들과 작용하는 힘들과 짝힘들에 따라서 가장 적합한 설계 방식을 선정하여 설계할 수 있다.

참고문헌

- (1) Lipkin, H. and Patterson, T., 1992, "Geometrical Properties of Modelled Robot Elasticity: Part I - Decomposition", ASME 1992 Design Technical Conference, Scottsdale, DE-Vol. 45, pp. 179-185.
- (2) Lipkin, H. and Patterson, T., 1992, "Geometrical Properties of Modelled Robot Elasticity: Part II - Center of Elasticity", ASME 1992 Design Technical Conference, Scottsdale, DE-Vol. 45, pp. 187-193.
- (3) Ciblak, N. and Lipkin, H., 1994, "Centers of Stiffness, Compliance, and Elasticity in the Modelling of Robotic Systems", ASME 1994 Design Technical Conferences, Minneapolis, DE-vol. 72, pp. 185-195.
- (4) Lipkin, H., 1996, "Extension of Euler's Principal Axes to Articulated Inertia", ASME 1996 Design Engineering Technical Conference and Computers in Engineering Conference, Irvine, DETC'96/MECH-1166.
- (5) Blanchet, P. and Lipkin, H., 1999, "A New Design Methodology for Planar Vibration Absorbers", ASME 1999 Design Engineering Technical Conferences, Las Vegas, DETC'99/VIB-8214.
- (6) Dan, B.J. and Choi, Y.J., 1999, "The Geometrical Mode Analysis of a Vibrating System with the Planes of Symmetry", ASME 1999 Design Engineering Technical Conferences, Las Vegas, DETC'99/VIB-8120.
- (7) Crede, C.E. and Harris, C.M., 1997, Shock and Vibration Handbook, Singapore McGraw-Hill.
- (8) Kim, D.W., 2001, Design of a Vibration Absorber via Screw Theory, Ph.D. Thesis, Yonsei University.