

# 이동질량과 등분포접선종동력이 외팔보의 동특성에 미치는 영향

## The Influence of Moving Masses on Dynamic Behavior of a Cantilever Pipe Subjected to Uniformly Distributed Follower Forces

손인수<sup>†</sup> · 윤한익<sup>\*</sup> · 김현수<sup>\*\*</sup>

In-Soo Son, Han-Ik Yoon and Hyun-Soo Kim

**Key Words :** Cantilever Pipe Conveying Fluid(유체유동 외팔 보), Moving Mass(이동질량), Follower Force(종동력), Distributed Tangential Force(분포접선력).

### ABSTRACT

A conveying fluid cantilever pipe system subjected to an uniformly distributed tangential follower force and three moving masses upon it constitute this vibrational system. The influences of the velocities of moving masses, the distance between two moving masses, and the uniformly distributed tangential follower force have been studied on the dynamic behavior of a cantilever pipe system by numerical method. The uniformly distributed tangential follower force is considered within its critical value of a cantilever pipe without moving masses, and three constant velocities and three constant distance between two moving masses are also chosen. When the moving masses exist on pipe, As the velocity of the moving mass and distributed tangential force increases, the deflection of cantilever pipe conveying fluid is decreased, respectively. Increasing of the velocity of fluid flow make the amplitude of cantilever pipe conveying fluid decrease. After the moving mass passed upon the pipe, the tip displacement of pipe is influenced by the potential energy of cantilever pipe.

### 1. 서론

유동유체를 갖는 파이프 구조물의 대표적 예는 송수관으로, 파이프 속을 흐르는 유체에 의하여 파이프에 진동이 발생한다. 종동력은 비보존력의 대표적인 힘으로 시간과 속도에 관계없이 그 작용방향이 변환되는 일정한 크기의 힘으로 그 작용선은 탄성계의 변형에 의하여 결정된다. 탄성봉에 작용하는 축하중은 집중종동력과 분포종동력으로 나누어지며, 집중종동력은 변형된 탄성봉의 자유단에서 그 접선방향으로 작용하며<sup>(1)</sup> 분포종동력은 변형된 탄성봉의 축선을 따라서 그 접선방향으로 분포되어 작용하는 하중이다<sup>(2)</sup>. 이 종동력을 받는 탄성봉은 플러터(flutter)에 의하여 안정성을 잃게 되므로<sup>(3)</sup> 작용방향이 일정한 축하중에 비하여 탄성봉의 안정성을 크게 향상시킨다. Beck<sup>(1)</sup>는 균일 단면을 갖는 외팔보

기둥의 자유단에 압축종동력이 작용하는 Beck기둥의 임계플러터하중(critical flutter load)을 동력학적 안정기준(kinetic stability criterion)에 의하여 계산하였다. Beck가 계산한 임계플러터하중, 즉 외팔보 형상의 기둥이 안정을 상실하는 좌굴하중은 Euler가 계산한 좌굴하중 보다 8배 이상의 큰 값이었다. Beck 기둥에서와 같은 집중종동력은 항공기, 로켓, 미사일등 추진력을 받는 비행체, 축하중을 받는 회전체 등 각종 기계요소에 나타나며 이들 모두가 플러터현상에 의하여 안정을 잃게 된다. Bolotin<sup>(3)</sup>은 Beck 기둥을 포함한 탄성 안정의 비보존적 문제를 광범위하게 연구하여 그 이론을 정립하고 종동력을 받는 탄성계의 안정성, 가요성 회전축의 안정성, 그리고 유체의 유동내에 있는 탄성체의 안정성 등에 관한 기본적인 문제를 상세하게 설명하였다.

등분포접선종동력이 작용하는 탄성계를 집중적으로 연구한 Leipholz<sup>(4)</sup>는 비보존적 탄성계의 운동에너지와 변형에너지 이외의 비보존력에 의하여 이루어진 일을 포함하는 전체 에너지를 도입함으로써 새로운 에너지 방법으로 비보존적 탄성계의 운동방정식을 유도하여 계의 안정성을 해석하였다. 또한 Leipholz<sup>(5)</sup>은 탄성안정의 비보존적 문제에 Galerkin 방법과 변분법을 적용시켜 허용합수가 계의 자유진동의 고유

<sup>†</sup> 동의대학교 대학원 기계공학과  
<sup>\*</sup> 동의대학교 기계산업시스템공학부  
E-mail : hiyoon@dongeui.ac.kr  
Tel : (051) 890-1645, Fax : (051) 890-2232  
<sup>\*\*</sup> 동의대학교 대학원 기계공학과

함수와 선형적 결합임을 보였다. Hamilton 원리와 유한요소법(FEM)<sup>(6)</sup>의 적용이 계속 연구되고 있으며, Leipholz<sup>(2)</sup>와 Huseyin<sup>(7)</sup>은 그들의 저서에서 여러 가지 해석법을 제시하였다. 또, Wilson<sup>(8)</sup>은 집중질량으로 된 이동하중이 아닌 등분포 질량으로 된 이동하중에 대한 보의 응답을 연구하였고, 이동질량에 의한 보 형태 구조물의 동특성에 대한 많은 연구 결과가 발표되었다<sup>(9-11)</sup>.

이 연구에서는 이동질량이 높은 온도를 가졌거나 또는 주기적으로 많은 수의 질량이 이동함으로써 그 마찰열에 의하여 이동질량을 지지하는 외팔 파이프가 가열되는 경우, 그 가열에 의하여 외팔 파이프가 팽창 또는 연화되어 탄성을 잃고 소성변형을 일으키는 것을 방지하기 위하여 파이프에 냉각수를 통과시키는 냉각장치를 부가한 역학계를 고려하였다. 이때 냉각수의 무게가 파이프의 무게에 비하여 매우 작다고 가정하면 냉각수의 이동에 의하여 발생하는 힘은 외팔보의 축선을 따라 작용하는 등분포접선중동력으로 된다. 이동질량의 속도 및 온도에 따라서 외팔 파이프에 발생하는 열을 충분히 냉각시키기 위해서는 냉각수의 공급속도를 조절할 필요가 있다. 따라서 비보존력인 등분포중동력의 크기가 조정되어 진다. 일정간격을 유지하는 이동질량들의 속도와 그 간격, 그리고 등분포중동력의 크기가 외팔 파이프의 동특성에 미치는 영향을 해석하였고, 특히 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 파이프의 동적거동에 대해서도 연구하였다. 또, 접성이 매우 작은 유동유체의 분사력에 의하여 외팔 파이프의 끝단에 집중 중동력이 작용하는 외팔 파이프계의 동특성과 비교하였다.

## 2. 이론해석

Fig. 1은 내부에 점성이 매우 작은 유체가 흐르는 외팔 파이프 위를 집중질량이 일정속도와 일정간격을 가지고 연속적으로 이동하는 탄성계의 개략도를 나타내고 있다. 여기서  $m_k(k=1,2,3)$ 는 파이프 위를 이동하는 집중질량들,  $v$ 는 집중질량들의 속도, 그리고  $u$ 는 유동유체의 속도이며  $f$ 는 유동유체에 의한 등분포접선중동력이다. 또,  $m_p$ 는 외팔 파이프의 노즐 등에 해당하는 끝단질량을,  $l$ 은 외팔 파이프의 전체 길이를 의미하며,  $a$ 는 이동질량들 사이의 간격이다.

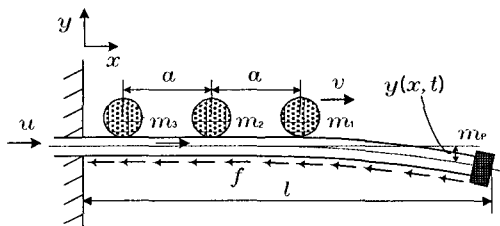


Fig. 1 A cantilever pipe conveying fluid with moving masses

## 2.1 계의 운동방정식

외팔 파이프의 횡변위  $y(x,t)$ 를 유체와 이동질량이 없는 경우, 경계조건을 만족시키는 끝단질량을 가진 외팔 보의 고유함수  $\phi_i(x)$ 를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\mu} q_i(t) \phi_i(x) \quad (1)$$

여기서,  $q_i(t)$ 는 일반화 좌표,  $\mu$ 는 일반화 좌표의 수를 나타낸다. 또,  $\phi_i(x)$ 는 고유함수로서 다음과 같다.

$$\phi_i(x) = \cos(\lambda_i x) - \cosh(\lambda_i x) - \alpha_i [\sin(\lambda_i x) - \sinh(\lambda_i x)] \quad (2)$$

여기서,  $\alpha_i$ 는 외팔보의 자유진동의  $i$ 번째 고유치이며 다음 식으로 주어진다.

$$\alpha_i = \frac{\cos(\lambda_i l) + \cosh(\lambda_i l)}{\sin(\lambda_i l) + \sinh(\lambda_i l)} \quad (3)$$

식 (3)에서  $\lambda_i$ 는 다음 식에서 구한다.

$$\frac{1 + \cos(\lambda_i l) \cosh(\lambda_i l)}{\sin(\lambda_i l) \cosh(\lambda_i l) - \cos(\lambda_i l) \sinh(\lambda_i l)} = \frac{m_p}{m l} (\lambda_i l) \quad (4)$$

여기서  $m$ 은 외팔 파이프의 단위 길이당 질량이다. 따라서 외팔 파이프의 운동에너지는

$$T_p = \frac{m}{2} \sum_{i=1}^{\mu} \dot{q}_i^2(t) \int_0^l \phi_i^2(x) dx + \frac{1}{2} m_p \{\dot{y}(l,t)\}^2 \quad (5)$$

이고, (·)는 시간  $t$ 에 대한 미분을 나타낸다. 또, 외팔 파이프의 포텐셜 에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_p = \frac{1}{2} \int_0^l EI (y'')^2 dx - m_p g y(l,t) \quad (6)$$

여기서  $EI$ 는 외팔 파이프의 굽힘 강성계수,  $g$ 는 중력가속도, 그리고 (·)은 축방향 좌표  $x$ 에 대한 미분을 의미한다.

## 2.2 유동 유체의 에너지식

파이프에 대한 유체의 상대속도가  $u$ 이므로, 유체의 절대 속도에는 파이프의 운동이 포함되어야 한다. 따라서 유체의 절대속도의 수직성분, 즉  $y$  방향성분은  $\dot{y} + u y'$  이고,  $x$ 축에 평행한 수평성분은  $u(1 - \frac{1}{2} y'^2)$ 이다. 유속의 합을 구하면  $\sqrt{u^2 + 2u \dot{y} y' + \dot{y}^2 + \frac{1}{4} u^2 y'^4}$  이 된다. 또, 미소항의 고차항  $y'^4$ 을 생략하면 유체유동의 운동에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T_f = \frac{1}{2} \int_0^l m_f (u^2 + 2u \dot{y}_m y'_m + \dot{y}_m^2) dx \quad (7)$$

유량과 중력을 고려하면 유동 유체의 포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$V_f = - \int_0^l m_f g y_{m_f} ax \quad (8)$$

여기서,  $m_f$ 는 유체의 단위 길이당 질량이며,  $y_{m_f}$ 는 다음과 같다.

$$y_{m_f} = y(x_f, t) \Big|_{x_f = ut} \quad (9)$$

### 2.3 이동질량의 에너지 식

이동질량의 수평속도가  $v$ 이면 그 수평변위는

$$\begin{aligned} x_1 &= f_1(t) = \int_0^t v dt \\ x_2 &= f_2(t) = \int_0^t v dt - a \\ x_3 &= f_3(t) = \int_0^t v dt - 2a \end{aligned} \quad (10)$$

이고, 수직 변위를  $y_{m_i}$  이라 하면 이동질량  $m_i$ 은 집중질량 이므로 그 운동에너지와 포텐셜에너지는 각각 다음과 같다.

$$T_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k (\dot{y}_{m_k}^2 + v^2) \quad (11)$$

$$V_m = - \sum_{k=1}^n m_k g y_{m_k} \quad (12)$$

여기서  $g$ 는 중력가속도,  $y_{m_k}$ 은 이동 질량  $m_k$ 의 연직방향 변위인 동시에 파이프의 횡변위이다. 즉, 이동질량은 파이프와 분리되지 않고 접촉된 상태로 이동한다고 본다. 따라서 이동질량의 연직방향 변위와 속도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y_{m_1} &= y(x_1, t) \Big|_{x_1 = f_1(t)} \\ y_{m_2} &= y(x_2, t) \Big|_{x_2 = f_2(t)} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} y_{m_3} &= y(x_3, t) \Big|_{x_3 = f_3(t)} \\ \dot{y}_{m_1} &= \left( -\frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) \Big|_{x_1 = f_1(t)} \\ \dot{y}_{m_2} &= \left( -\frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) \Big|_{x_2 = f_2(t)} \\ \dot{y}_{m_3} &= \left( -\frac{\partial y}{\partial x_3} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) \Big|_{x_3 = f_3(t)} \end{aligned} \quad (14)$$

이를 고려하고 식 (1)을 식 (16)에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{y}_{m_k} &= \sum_{i=1}^n \left\{ v \sum_{j=1}^n q_j(t) \phi_j' [f_1(t)] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=1}^n \dot{q}_j(t) \phi_j [f_1(t)] \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

이다. 식 (15)를 식 (11)에 대입하여 정리하면 이동질량의 운동에너지는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left\{ m_k \left\{ v^2 \sum_{j=1}^n q_j^2(t) \phi_j'^2 [f_1(t)] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2v \sum_{j=1}^n q_j(t) \dot{q}_j(t) \phi_j [f_1(t)] \phi_j' [f_1(t)] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{j=1}^n \dot{q}_j^2(t) \phi_j^2 [f_1(t)] \right\} + v^2 m_k \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

### 2.4 등분포접선중동력에 의한 일량

비보존적인 등분포접선중동력에 의한 일은 등분포접선중동력의 보존력 성분에 의한 일과 비보존력 성분에 의한 일로 구분된다. 등분포접선중동력의 수평성분 즉, 보존력성분에 의한 일과 수직성분인 비보존력 성분에 의한 일은 각각 다음과 같다.

$$W_c = \frac{1}{2} \int_0^l f(I-x) y^2 ax \quad (17)$$

$$W_N = - \int_0^l f y' y ax \quad (18)$$

계의 운동방정식을 유도하기 위하여 식 (5) ~ 식 (18)의 일과 에너지 식을 Lagrange 방정식에 대입하여 구할 수 있으며 따라서, 계의 운동방정식은  $i=1$ 부터  $\mu$  항까지의 합으로 표현되며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^n \left\{ m_i \int_0^l \phi_i^2(x) ax + m_p \phi_i^2(l) \right. \\ &\quad \left. + m_f \int_0^l \phi_i^2(x_f) ax + \sum_{k=1}^n m_k \phi_i^2(x_k) \right\} \ddot{q}_i(t) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{k=1}^n m_k \frac{d}{dt} [\phi_i^2(x_k) - m_f \int_0^l \frac{d}{dt} [\phi_i^2(x_f)] ax \right\} \dot{q}_i(t) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \left\{ EI \int_0^l (\phi_i'(x))^2 ax - f(I-x) \int_0^l (\phi_i'(x))^2 ax \right. \\ &\quad \left. + 2f \int_0^l \phi_i'(x) \phi_i(x) ax + \sum_{k=1}^n \left\{ v m_k \frac{d}{dt} (\phi_i'(x_k)) \phi_i(x_k) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - m_k v^2 \phi_i'^2(x_k) + v m_k \frac{d}{dt} (\phi_i(x_k)) \phi_i'(x_k) \right\} \right. \\ &\quad \left. + u m_f \int_0^l \left\{ \frac{d}{dt} (\phi_i'(x_f)) \phi_i(x_f) + \frac{d}{dt} (\phi_i(x_k)) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \phi_i'(x_k) \right\} ax \right\} q_i(t) - \sum_{i=1}^n \left\{ (m + m_f) g \int_0^l \phi_i(x) ax \right. \\ &\quad \left. + m_p g \phi_i(l) + \sum_{k=1}^n m_k g \phi_i(x_k) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

식 (19)의 운동방정식을 무차원화하기 위하여 무차원 변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{l}, \quad \tau = \frac{t}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{M}}, \quad \bar{m}_p = \frac{m_p}{Ml}, \quad M_k = \frac{m_k}{Ml}, \\ U &= u_z l \sqrt{\frac{\rho A_z}{EI}}, \quad d = \frac{a}{l}, \quad F^* = \frac{f l^3}{EI}, \\ \beta_k &= \frac{m_k l}{\sqrt{MEI}} \bar{v}, \quad \gamma_k = \frac{m_k l^3}{EI} \bar{v}^2, \quad M = \frac{m_f}{m}, \\ M^* &= \frac{(m + m_f) g l^3}{EI}, \quad m_p^* = \frac{m_p g l^2}{EI}, \quad m_k^* = \frac{m_k g l^2}{EI} \end{aligned} \quad (20)$$

여기서  $k=1,2,3$  이고,  $\bar{v}$  는 무차원화를 위한 매개변수로서  $\frac{v}{l}$  이다. 식 (20)의 무차원 변수를 이용하여 식 (19)의 운동방정식을 무차원화 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n \left\{ \int_0^1 \phi_k^2(\xi) d\xi + M \int_0^1 \phi_k^2(\bar{x}_f) d\xi + \bar{m}_p \phi_k^2(1) \right. \\ & + \sum_{k=1}^n \bar{m}_k \phi_k^2(\bar{x}_1) \left. \right\} \ddot{d}_i(\tau) + \sum_{k=1}^n \left\{ M \int_0^1 \frac{d}{d\tau} [\phi_k^2(\bar{x}_f)] \right. \\ & + \sum_{k=1}^n \bar{m}_k \frac{d}{d\tau} [\phi_k^2(\bar{x}_1)] \left. \right\} \dot{d}_i(\tau) \\ & + \sum_{k=1}^n \left\{ \int_0^1 (\phi_k^2(\xi))^2 d\xi - F^*(1-\xi) \int_0^1 (\phi_k^2(\xi))^2 d\xi \right. \\ & + 2F^* \int_0^1 \phi_k(\xi) \phi_k(\xi) d\xi + \sum_{k=1}^n \left\{ \beta \frac{d}{d\tau} [\phi_k(\bar{x}_k)] \phi_k(\bar{x}_k) \right. \\ & - \gamma \phi_k^2(\bar{x}_k) + \beta \frac{d}{d\tau} [\phi_k(\bar{x}_k)] \phi_k(\bar{x}_k) \left. \right\} \\ & + \sqrt{MU} \int_0^1 \frac{d}{d\tau} [\phi_k(\bar{x}_i)] \phi_k(\bar{x}_i) d\xi + \sqrt{MU} \int_0^1 \frac{d}{d\tau} [\phi_k(\bar{x}_i)] \\ & \phi_k(\bar{x}_i) d\xi \left. \right\} d_i(\tau) - \sum_{k=1}^n \left\{ (M^*) \int_0^1 \phi_k(\xi) d\xi + m_p^* \phi_k(1) \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^n m_k^* \phi_k(\bar{x}_1) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

여기서  $\bar{x}_1 = \bar{v} l^2 \sqrt{\frac{M}{EI}} \tau$ ,  $\bar{x}_f = ul \sqrt{\frac{M}{EI}} \tau$  이고,  $(\cdot)$  는 무차원화된 시간  $\tau$  에 대한 미분을 나타낸다. 또, 여기서  $n$  은 이동질량의 수를 나타내며 본 연구에서는 3가지로 하여 해석하였다.

### 3. 수치해석 결과 및 고찰

본 연구에서는 이론해석에서 유도된 무차원 운동방정식을 이용하여 등분포접선종동력, 이동질량들의 크기 및 속도 등이 계의 동적거동에 미치는 영향을 수치해석을 통해 비교, 고찰하였다. 외팔 파이프의 횡진동은 끝단부분의 변위를 고려하였으며, 해석은 Matlab(6.1)의 4차 Runge-Kutta 방법으로 하였다. Table 1은 계의 수치해석을 위한 입력 데이터를 나타내고 있다.

Table 1 Specifications of cantilever pipe conveying fluid with moving masses system

Mass per unit length ( $m$ )	0.2 (kg/m)
Length ( $l$ )	2 (m)
Young's modulus ( $E$ )	9.72 (MPa)
Outer diameter	26 (mm)
Inner diameter	14 (mm)
Tip mass ( $m_p$ )	0.1 (kg)

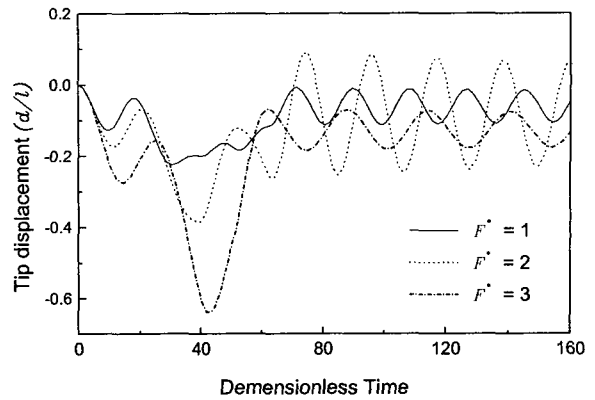


Fig. 2 Tip displacement of cantilever pipe according to distributed tangential force

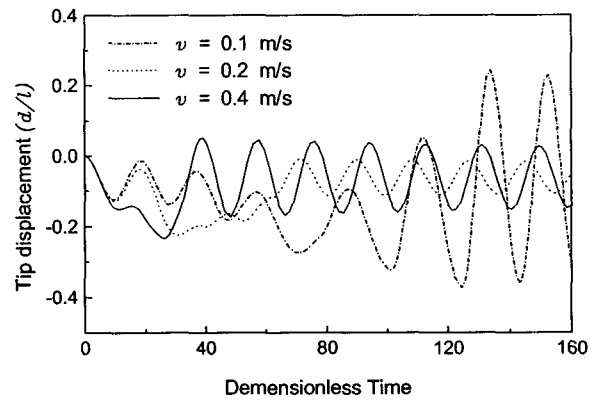


Fig. 3 Tip displacement of cantilever pipe according to velocity of moving masses

Fig. 2는 이동질량의 속도가 0.2m/s, 이동질량들 사이의 거리가 0.6m, 그리고 무차원 이동질량의 크기가 1일 때 등분포접선력의 크기에 따른 외팔 파이프의 끝단 횡변위를 표현하고 있다. Fig. 2에서 무차원 시간이 약 40일 때 첫 번째 이동질량이 파이프를 떠나는 시간이며, 약 64일 때 마지막 이동질량이 통과하는 시점이다. 전반적으로 이동질량들이 파이프 위를 이동하고 있는 동안의 외팔 파이프 끝단의 처짐과 진폭은 등분포접선력에 비례적이다. 이동질량들이 파이프 위를 통과한 후의 외팔 파이프의 진폭을 살펴보면 Fig. 2에서 확인할 수 있듯이 등분포접선력이 3일 때 마지막 이동질량이 파이프 위를 떠나는 시점에서 탄성에너지는 감소하는 시점이기 때문에 등분포접선력이 2일 때에 비하여 오히려 진폭이 더 작아진다. 즉, 이동질량이 파이프 위를 떠나면서 파이프 처짐에 의한 탄성에너지의 증가를 동반하게 되며, 이 처짐에 의한 탄성에너지의 증가와 외팔 파이프 자체의 탄성에너지 증감시기와 서로 관계하면서 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 파이프 진폭을 결정한다는 것을 확인할 수 있다. 또, 세 개의 이동질량이 파이프 위를 이동하는 시점인 30~40의 시간영역을 보면 등분포접선력이 작을수

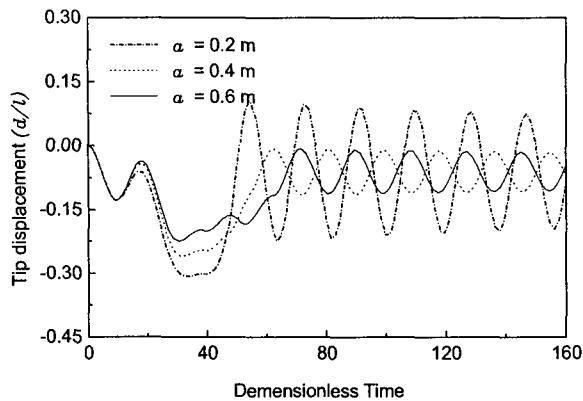


Fig. 4 Tip displacement of cantilever pipe according to distance of moving masses

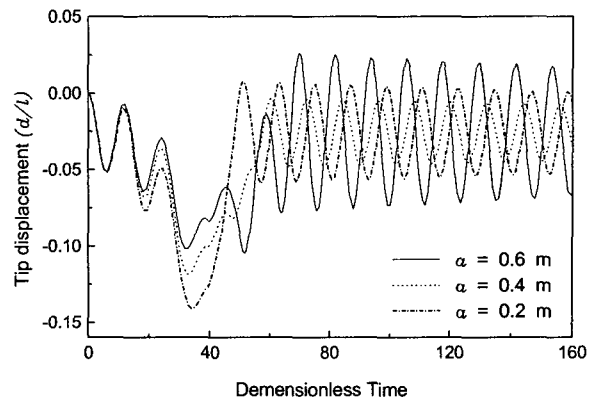


Fig. 6 Tip displacement of cantilever pipe according to distance of moving masses (application of follower force)

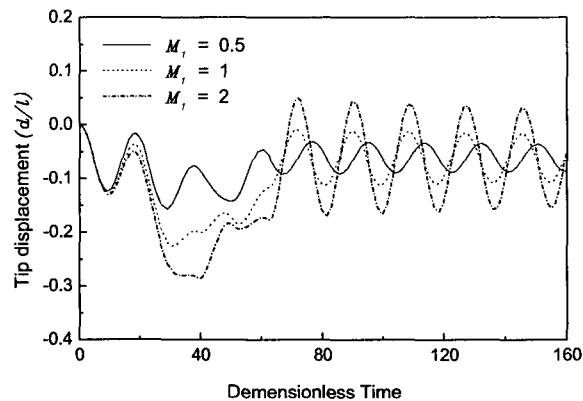


Fig. 5 Tip displacement of cantilever pipe according to moving masses

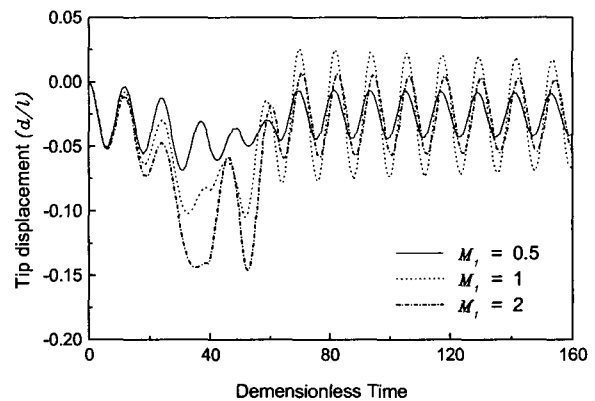


Fig. 7 Tip displacement of cantilever pipe according to moving masses(application of follower force)

특 이동질량의 영향을 더 크게 받고 있음을 알 수 있다.

Fig. 3은 이동질량의 크기가 1 이고, 이동질량들 사이의 간격이 0.6 m, 그리고 등분포접선력이 1일 때 이동질량의 속도에 따른 파이프의 끝단 횡변위를 나타내었다. 이동질량의 속도와 시간 사이에는  $l = vt$ 의 관계가 성립한다. Fig. 3에서 이동질량의 속도가 0.1 m/s, 0.4 m/s 일 때 마지막 이동질량이 떠나는 시간은 각각 32, 130 정도에서이다. 이동질량이 파이프 위를 통과하고 있는 동안은 이동질량의 속도가 빠를수록 처짐은 더 크게 일어난다. 또, 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 진폭은 Fig. 2에서 설명한 것처럼 이동질량이 떠나는 시점의 에너지 증감시기에 의해 지배적인 영향을 받음을 알 수 있다. Fig. 3의 결과를 바탕으로 운반대 위를 통과하는 질량의 속도를 결정할 수 있는 근거가 될 수 있을 것으로 사료된다.

Fig. 4는 이동질량의 크기가 1, 이동질량의 속도가 0.2 m/s 일 때 이동질량들 사이의 간격에 따른 파이프의 끝단 횡변위를 도시하였다. 이동질량들 간의 간격이 좁을수록 파이프의 처짐은 더 커지고, 진폭도 더 커진다. 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 진폭변화에 대하여 살펴보면, 이동질

량들 사이의 간격이 0.6 m 인 경우 시간이 40을 지나면서 아래쪽으로 진동하는 순간에 첫 번째 이동질량이 파이프 위를 떠나기 때문에 탄성에너지의 증가로 인하여 파이프의 아래쪽 방향 진동과 위쪽 방향 진동의 상쇄로 일정정도 위쪽으로 변위를 증가시키고, 무차원 시간 52를 지나면서 두 번째 이동질량이 통과되고 같은 현상이 일어난다. 즉, 이동질량의 간격은 그 이동질량이 파이프 위를 떠나는 순간 시스템의 에너지 출입 시기가 결정되기 때문에 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 파이프 진폭에 영향을 미치는 주요 파라메타라 할 수 있다. 이동질량이 통과한 후의 진폭은 전반적으로 탄성에너지의 증감시기에 관계되기는 하지만 이 연구에서 선택한 이동질량들 간의 간격에 대해서는 전반적으로 간격이 좁을수록 파이프의 진폭은 증가함을 보인다.

Fig. 5는 이동질량의 속도가 0.2 m/s, 접선중동력이 1, 그리고 이동질량들 사이의 간격이 0.6 m 일 때 이동질량의 크기에 따른 외팔 파이프의 끝단 횡변위를 보여주고 있다. 이동질량의 크기가 클수록 파이프의 처짐이 커지고, 그 처짐량에 따라서 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 파이프 진

폭이 결정되어진다. 이동질량의 크기가 작으면, 이동질량이 파이프를 통과하는 동안이나 파이프 위를 떠나면서 파이프의 진폭에 큰 영향을 주지 못한다.

Fig. 6 과 Fig. 7 은 점성이 매우 작은 유체의 경우 파이프 내부를 흐르는 유체의 분사력에 의하여 파이프의 끝단에 집중접선중동력이 작용하는 경우의 이동질량들 사이의 간격과 이동질량의 크기에 따른 변화를 표현하였다. Fig. 4 와 Fig. 5 의 모든 조건들은 동일하게 하였다. Fig. 4와 Fig. 6 을 비교해 보면 등분포접선력과 집중접선중동력이 작용하는 경우 처짐과 진폭은 약 2~3배 정도 등분포접선력이 더 크게 나타난다. 이동질량이 파이프 위를 통과하는 동안의 경향은 진폭의 차이를 배제하면 모든 경향은 유사하게 설명되어진다. 하지만 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 파이프 진폭은 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 에너지 증감시기에 관계하여 서로 다른 경우를 보인다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 이동질량에 의하여 이동질량을 지지하는 외팔 파이프의 가열되어지지 않도록 파이프에 냉각수를 통과시키는 냉각장치를 부과한 역학계를 고려하여 이동질량들 사이의 간격과 속도 그리고, 이동질량의 크기가 등분포접선중동력과 서로 연성하여 이동질량을 지지하는 외팔 파이프의 동적특성에 미치는 영향에 대하여 연구하였다.

이러한 연구를 바탕으로 산업현장 등에서 운반대 위를 이동하는 질량들이 어떠한 조건에서 운반되어질 때 운반대 및 다른 이동질량에 무리를 주지 않으면서 효율적으로 운반되어 질 수 있는지를 파악하는데 큰 도움이 될 수 있을 것이다. 특히, 이동질량들이 운반대 위를 떠나면서 파이프에 미치는 영향을 판단할 수 있으므로 이동질량들의 적절한 속도와 간격을 조정하여 최적의 조건에서 기계장치를 작동하는데 기여할 수 있을 것으로 기대되어진다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Beck, M., Beck, M., 1952, "Die Knicklast des Eingespannten, Tangential Gedruckten Stabes," ZAMP, vol 3, pp. 225~228.
- (2) Leipholz, H., 1970, "Stability Theory," Academy Press Inc. New York.
- (3) Bolotin, V. V., 1963, "Nonconservation Problems of the Theory of Elastic Stability," Pergamon Press, Oxford.
- (4) Leipholz, H., 1975, "Six Lectures on Stability of Elastic Systems," University of Waterloo Press, pp. 18~19.
- (5) Leipholz, H., 1977, "On the Application of the Energy. Method of the Stability problems of the Nonconservative Mechanical Systems," Acta Mechanica, Vol. 28, pp. 113~138.
- (6) Barsoum, R. S., 1971, "Finite Element Method Applied to the problem of Stability of a Non-conservative Systems," International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 3, pp. 63~87.
- (7) Huseyin, K., 1978, "Vibration and Stability of Multiple parameter Systems," Silthoff & Noordhoff, Alphen ann den Rijn, Netherlands.
- (8) Wilson, J. F., 1973, "Response of Simple Sans to Moving Mass Loads," AIAA Journal, pp. 4~5.
- (9) Stanisic, M. M., 1985, "On a New Theory of the Dynamic Behavior of the Structures Carrying Moving Masses," Ingenieur-Archiv, Vol. 55, pp. 176~185.
- (10) Lee, H. P., 1996, "Dynamic Response of a Beam with a Moving Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 191, pp. 289~294.
- (11) 윤한익, 손인수, 2002, "이동질량을 가진 유체유동 파이프의 동특성," 한국소음진동공학회지, 제12권, 제7호, pp. 550~556.