

정렬불량에 의한 기어 구동계 비선형 해석 Nonlinear Analysis of Gear Drive System due to Misalignment

이 봉 현* · 최 연 선**

B. H. Lee and Y. S. Choi

Key Words : Misalignment(정렬불량), Gear Driving System(기어구동계), Nonlinear Analysis(비선형 해석), Transmission Error(전달오차)

ABSTRACT

Even through the problem of misalignment is of great importance, not much work has been reported in the literature on the effect of misalignment on the vibrations of the gear-bearing systems. Therefore, the nonlinear dynamic characteristics of the gear drive system due to misalignment are investigated in this work. Transmission error for helical gear and bearing nonlinear stiffness is calculated. The equation of motion of the gear drive system is modelled using the time-varying gear meshing stiffness, bearing nonlinear stiffness, and bearing pre-load due to the housing deformation. Numerical analysis for the gear drive system show the result of misalignment effect - sub-harmonic component, bearing pre-load effect, and another nonlinear phenomenon. And the numerical analysis are verified by the experimental result.

1. 서 론

기어의 진동과 소음은 치의 변형과 치형오차등으로 인해 불완전 운동을 발생하는 전달오차와 기어의 설계, 제작오차 및 마모 등으로 존재하는 백래쉬에 의한 치의 맞물림 충격이 있다. 이러한 진동은 기어외에 축과 베어링에 비틀림과 굽힘진동의 조합된 진동을 발생시키며, 기어계 케이스에 진동을 전달하여 케이스 표면에서 외부로 소음이 되어 방출한다. 이와 같은 기어계의 진동과 소음은 기어계의 피로수명 감소, 성능저하를 야기시키게 된다. 기어계에서 발생하는 진동, 소음을 줄일 수 있는 영향인자들은 여러 가지가 있으나 치형오차와 피치오차 등에 의한 전달오차와 맞물림 충격현상을 일으키는 백래쉬 그리고 기어쌍과 축을 지지하는 베어링 등의 인자들이 기어계의 진동과 소음을 줄일 수 있는 중요한 인자이다. 특히 기어 치합면의 불량에 의해 발생한 소음은 순음의 고주파 성분으로 귀에 거슬리는 소음을 발생시키고 기어계의 정렬불량 현상을 발생시켜 맞물림의 불일치

로 인한 심한 진동현상의 원인이 되므로 설계단계에서 세심한 주의가 요구된다. 기어계에서 발생하는 정렬불량은 베어링 수명에 직접적인 영향을 주는 중요한 요인으로서 베어링에 주기적 변동을 주기 때문에 진동을 유발할 뿐만 아니라 불이나 로울러의 내, 외륜 마모를 촉진한다.^[1-3]

특히 자동차의 경우, 주행 중 전달동력에 의해 변속기 내 작동요소들의 변형이 발생하여 축계에 정렬불량을 발생하게 된다. 이와 같은 정렬불량 현상은 변속기내 케이스 강성, 헬리컬 기어를 포함한 유성치차열, 베어링 등에 영향을 미치게 되는데 이에 대한 정확한 원인을 규명하기 위해서는 변속기에 대한 정확한 해석방법을 통해 축을 포함한 동력전달요소 전체에 대한 해석이 수행되어야 한다.

그러므로 본 연구에서는 헬리컬 기어가 입출력축에 베어링으로 지지되어 있는 기어계에 대한 비선형 운동방정식을 유도하여 기어 구동계에 대한 해석을 수행하였다. 각각의 시스템 파라미터를 유도하기 위해 기어 맞물림 전달오차와 베어링 강성을 설계제원으로부터 계산하였으며 이를 이용하여 기어 구동계의 정렬불량에 의한 영향을 해석하였다. 또한 해석결과의 타당성을 입증하기 위해 승용차용 변속기에 가속도계를 설치하여 운전 중 발생하는 진동을 측정하여 해석결과와 비교하였다.

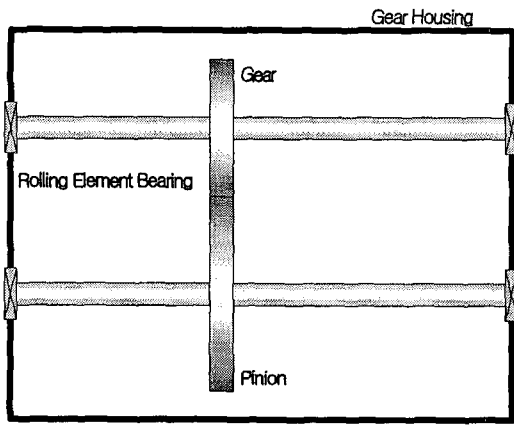
* 자동차부품연구원
E-mail : bhlee@katech.re.kr
Tel : (041) 339-3116 Fax : (041) 339-3111

** 성균관대학교 기계공학부

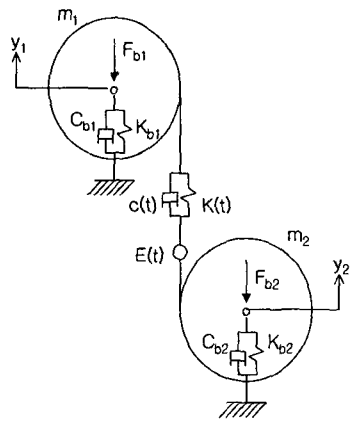
2. 기어 구동계 비선형 해석

2.1 기어-베어링 시스템

Fig. 1은 본 연구에 사용된 기어구동계의 개략도를 나타낸 그림으로 (a)에 전체 시스템의 개략도를 나타내었다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 입력축과 출력축이 베어링에 의해 지지되어 있으며 입력축에 의해 전달된 동력은 헬리컬 기어를 통해 출력축으로 전달하게 되며 전체 시스템은 하우징에 의해 연결되어 있다. 축의 정렬불량이나 하우징의 변형이 발생하게 되면 베어링과 헬리컬 기어부위가 이상적인 맞물림에서 벗어나게 되어 과도한 진동이 발생되도록 구성되어 있다.



(a) Schematic diagram



(b) Nonlinear model

Fig. 1 Nonlinear models of the gear-bearing system

Fig. 1 (b)는 (a)에서 표현된 시스템의 해석모델을 나타낸 것으로 해석모델로부터 입출력축은 강체로 가정하고, 베어링 강성과 기어 물림에 의한 시가변 강성을 고려하여 전체 시스템에 대한 운동방정식을 유도하면 다음과 같이 3자유도 운동방정식을 유도할 수 있다.^[4]

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ -m & m & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1(t) \\ \ddot{y}_2(t) \\ \ddot{p}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{b1} & 0 & c \\ 0 & c_{b2} & -c \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \\ \dot{p}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{b1} & 0 & k(t) \\ 0 & k_{b2} & -k(t) \\ 0 & 0 & k(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_{b1} \\ F_{b2} \\ F_{m-m}\ddot{e}(t) + F_a \end{bmatrix} \quad \dots(1)$$

여기서 m_1, m_2 는 입출력축 질량을 나타내며, m 은 기어물림에 의한 등가질량, k_b 는 베어링 강성, k 는 기어물림 강성, F_b 는 정렬불량에 의해 베어링에 가해지는 힘, y_1, y_2 는 베어링 지지부에서 변위, p 는 기어물림에 의한 변위, F_m, F_a 는 전달토크에 의한 평균력과 변동력을 나타낸다.

2.2 기어 맞물림 해석

헬리컬 기어는 물림길이가 스퍼 기어보다 길어지므로 물림률도 커지고 잇면의 마멸도 균일하게 발생하는 장점이 있지만 이가 비틀어져 있어 토크에 비례하는 축 방향의 드러스트가 생겨 이 드러스트를 받는 베어링이 필요하다는 단점이 있다. 그러므로 차량용 변속기 내부에서는 두 개의 테이퍼 베어링을 사용하여 축방향 힘이 상쇄되도록 하고 있다. 헬리컬 기어에서는 점접촉으로 시작하여 이의 접촉나비가 서서히 증가하여 최대가 되고 서서히 감소하여 이나비의 반대쪽의 점접촉으로 물림이 끝나므로 전단성의 변화가 완만하고 원활하여 진동과 소음이 적게 발생한다.

기어와 피니언의 회전량과 요구되는 회전량과의 차이를 전달오차(transmission error)라 하며, 이로 인해 운동과 힘이 불완전하게 전달되어 기어구동계의 진동, 소음을 발생시키는 주요 요인이 되고 있다. 특히 기어 하우징 변형으로 인한 축의 정렬불량이 발생하면 기어 맞물림이 이상적인 맞물림 형태에서 벗어나게 되어 전달오차의 형태도 변화하게 된다. 본 연구에서는 이와 같은 정렬불량에 의한 기어 치합면의 전달오차를 계산하기 위하여 먼저 이상적인 경우의 헬리컬 기어에 대해 전달오차를 유도하였다. 기어 맞물림 전달오차를 구하기 위해서는 기어치 좌표에 대한 정의와 함께 접촉점에서의 기하학적인 정의가 선행되어야 한다.^[5-7]

본 연구에서는 기어와 피니언의 치면, 기준위치에 대한 좌표계를 각각 (x_1, y_1) , 그리고 (x_2, y_2) 로 정의하였고 기어의 좌표계 (x_1, y_1) ($i=1, 2$ 는 기어와 피니언)로 정의하였다. 기어 치면 (x_1, y_1) 는 다음과 같은 함수에 의해서 좌표계 (x_1, y_1) 로 표현될 수 있다.

$$\dots(2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \times \frac{\partial}{\partial y} \neq \dots (3)$$

치표면의 단위법선 벡터는 다음과 같이 표현될 수 있으며

$$\frac{\partial}{\partial x} \times \frac{\partial}{\partial y} \dots (4)$$

기어 치면 은 에 위치한 고정좌표에 대해 회전한다고 하면 기어치면은 좌표계 에 의해 생성될 수 있다. 그러므로 치면은 다음 행렬 방정식에 의해 결정될 수 있다.

$$\dots (5)$$

또한 치면, 에 대한 단위 법선은 행렬 방정식에 의해 좌표계로 나타낼 수 있다.

$$\dots (6)$$

피니언의 경우도 위와 마찬가지로 방법으로 치면과 치면의 단위법선을 정의할 수 있다.

기어와 피니언의 치면, 은 연속적으로 접촉하게 되므로 접촉점과 법선벡터는 공유하게 된다. 이와 같은 원리를 이용하여 다음과 같은 방정식을 유도할 수 있다.

$$\dots (7)$$

$$\dots (8)$$

여기서 는 기어의 roll angle을 나타낸다. 위의 방정식으로부터 6개의 미지수와 5개의 독립적인 상수 방정식을 얻을 수 있다.

$$\dots (9)$$

5개의 비선형 방정식을 수치적으로 풀면 결국 기어치의 전달오차를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dots (10)$$

여기서 , 는 기어와 피니언의 초기 roll angle을 나타낸다.

Fig. 2는 본 연구에 사용된 기어의 전달오차를 나타낸 그림으로 헬리컬 기어의 경우 포물선 형태의 전달오차가 발생함을 알 수 있다.

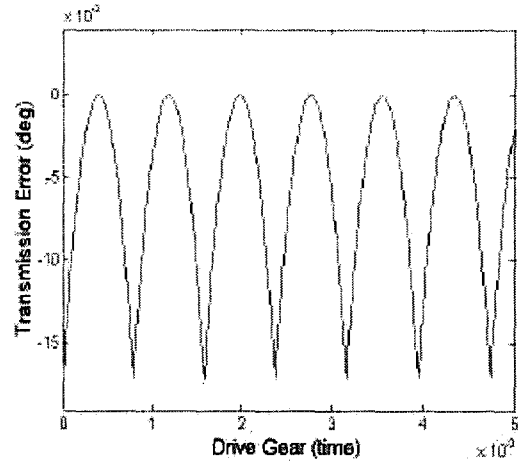


Fig. 2 Transmission error

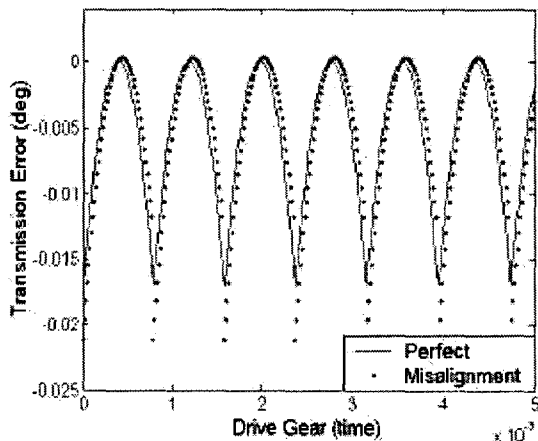


Fig. 3 Transmission error for misaligned gear system

만약 기어치에 정렬불량이 발생하게 되면 기어치면, Σ_2 에서 이루어지는 선접촉을 벗어나게 된다. 이를 천이점 (Transition point)이라고 정의하며 이와 같은 천이점들이 새로운 접촉선을 형성하게 된다. Fig. 3은 본 연구에서 고려한 정렬불량된 기어 맞물림 전달오차를 보여주는 그림으로 이상적인 접촉에서의 포물선 형태는 유지하면서 정렬불량 값만큼 shift된 형태를 보여주고 있음을 알 수 있다. 또한 불연속적인 치접촉이 이루어지는 구간이 존재하는 바 과도한 진동을 야기함을 알 수 있다.

2.3 베어링 해석

축이 베어링에 의해 지지되어 있는 경우 베어링의 기하학적 형상과 윤활유의 점성, 그리고 회전 속도에 따라

그 특성이 달라진다. 베어링은 강성이 비교적 작아 회전축의 공진 속도가 낮아지는 경향이 있으나 윤활유 막이 감쇠계로 작용하여 공진 진폭을 낮추어 주므로 임계 속도 이상에서도 운전이 가능하지만, 윤활막의 특성에 의해 안정 한계 속도가 존재하며 이 속도 이상에서는 운전이 불가능하다. 이와 같은 베어링의 특성은 시일(Seal) 특성과 정적 평형점 근처에서 선형화된 강성 및 감쇠 계수로 표현되며 회전 속도에 따라 변하는 성질을 가지고 있다.

본 연구에서는 헬리컬 기어와 축을 지지하기 위하여 로울러 베어링을 사용하였다. Fig. 1의 그림으로부터 입출력축은 니들 로울러 베어링과 테이퍼 로울러 베어링으로 구성되어 있으며 각 베어링 강성에 대한 식은 Harris 식에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.^[8]

$$k_{ij} = \frac{dF}{d\delta} \quad \dots (11)$$

여기서 반경 방향 하중의 하중 Q_{max} 에 대한 변위 δ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\delta_r = 7.68 \times 10^{-5} \frac{Q_{max}^{0.9}}{l^{0.8} \cos \alpha} \quad \dots (12)$$

여기서 Q_{max} 는 로울러 베어링의 경우 반경방향 전하중 F_r 과 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$Q_{max} = \frac{5F_r}{Z_n \cos \alpha} \quad \dots (13)$$

따라서, 위 식을 F_r 에 대한 반경 방향의 변위로 나타내면 다음 식과 같이 된다.

$$\delta_r = 3.27 \times 10^{-4} \frac{F_r^{0.9}}{l^{0.8} Z_n^{0.9} \cos^{1.9} \alpha} \quad \dots (14)$$

여기서, F_r 은 전하중, Z_n 은 로울러의 개수, l 은 로울러 유효길이, α 는 접촉각을 의미한다. 앞에서 유도한 강성에 대한 식에 위의 식을 대입하여 식 (15)와 같이 강성의 식을 완성할 수 있다. 유도된 식으로부터 변위의 제곱근에 비례하는 관계를 가지는 것을 알 수 있다.

$$k_{ij} = 8.2 \times 10^4 \cdot \delta_r^{0.1} \cdot l^{0.89} \cdot Z \cdot \cos^{2.1} \alpha \quad \dots (15)$$

본 연구에서는 Fig. 1 (a)의 베어링에 대한 베어링 강성을 계산하였다. Fig. 4는 입력축 로울러 베어링에 대

한 변위 대 베어링힘의 관계를 나타낸 결과이다. 식(15)의 강성식으로부터 베어링 강성은 약 비선형성이 나타나며 강성 대 하중값은 베어링 변형량의 제곱근에 비례하는 비선형성을 나타냄을 알 수 있는 바 기어 구동계 해석에서 이를 적용하여 수치해석하였다.

만약 축에 정렬불량이 발생하면 정지상태에서도 정렬불량에 해당하는 변위만큼 베어링 부위에서 예하중이 작용하게 된다. 즉 정렬불량된 변위에 해당하는 베어링 힘이 발생하게 된다. Fig. 4의 그림에서 δ_m 은 정렬불량된 량을 나타낸 것으로 정렬불량된 량에 해당하는 예하중을 변형과 베어링힘의 관계로부터 계산할 수 있다.

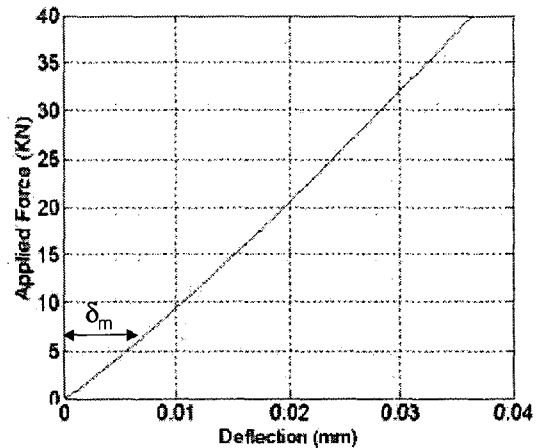


Fig. 4 Relationship of Bearing force and deflection

2.4 수치해석 결과

본 연구에서는 정렬불량에 의한 기어 구동계의 비선형 해석을 수행하기 위하여 식(1)에서 유도한 3자유도계 운동방정식에 대해 5차 Runge-Kutta 방법을 적용하여 수치해석 전용 프로그램인 MATLAB^[9]을 이용하여 수치해석하였다. 기어 맞물림 전달오차와 베어링 강성을 2.1절과 2.2절에서 유도하였으며 외부 가진에 해당하는 입력토크로는 10 kgf·m, 회전속도는 2000 rpm에 대해 수치해석을 수행하였다.

Fig. 5는 이상적인 경우에 대한 기어 물림 변위를 나타낸 그림이며 Fig. 6은 이상적인 경우와 정렬불량된 경우의 주파수 분석 결과이다. 그림에서 알 수 있는 바와 정렬불량이 발생하는 진동레벨이 증가함을 알 수 있다. Fig. 7은 출력축 변위를 나타낸 그림으로 정렬불량이 발생하면 예하중이 작용하여 출력축 베어링 지지부에서의 변위가 크게 증가함을 알 수 있다.

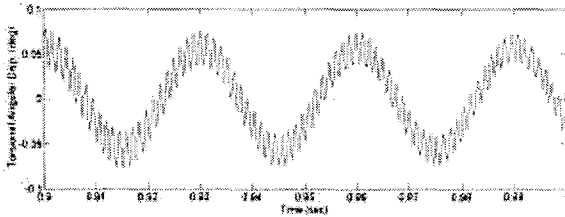
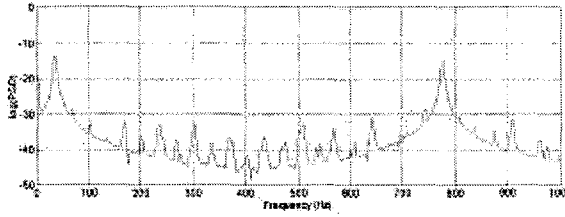
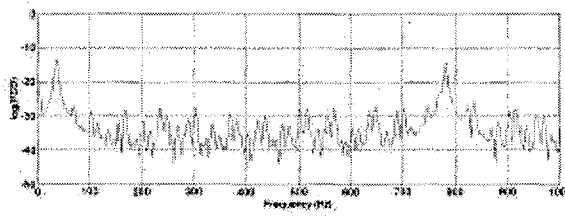


Fig. 5 Times series

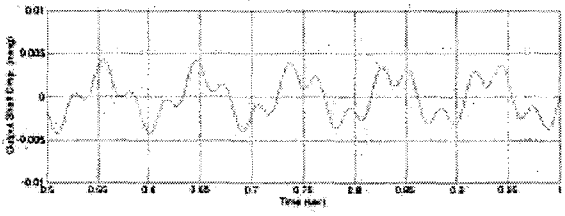


(a) Perfect gear

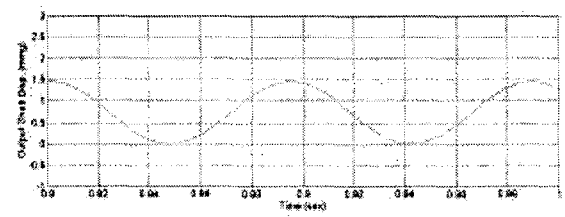


(b) Misalignment gear

Fig. 6 Frequency Analysis



(a) No misalignment



(b) Misalignment

Fig. 7 Output-shaft displacement

3. 기어구동계 실험

본 연구에서는 앞 장에서 유도한 기어구동계 해석의 타당성을 입증하기 위하여 승용차용 변속기에 대해 실험을 수행하였다. 즉 변속기 구동장치를 설계, 제작하여 운전 중 발생하는 변속기 진동을 측정하여 수치해석 결과와 비교하였다.

3.1 실험장치

본 연구에서는 변속기 구동 시 발생하는 진동소음특성을 재현하기 하기 위하여 Fig. 8과 같은 변속기 구동장치를 설계, 제작하여 변속기 구동계 실험을 수행하였다. 엔진에서 발생하는 구동력은 40마력의 모터를 사용하여 재현하였으며, 차량 주행 시 발생하는 주행 저항을 재현하기 위하여 20마력의 부하를 발생시키는 파우더 클러치를 사용하였다. 파우더 클러치는 회전변화 시에도 일정한 부하 토크를 유지할 수 있도록 설계된 자동 컨트롤러(Automatic Controller)에 연결시켜 부하량을 조절하였으며 모터에서 변속기로 구동력을 전달할 때 발생할 수 있는 정렬불량 현상을 최소화하기 위하여 우레탄 커플링을 사용하였다. 변속기에 전달된 동력은 등속 조인트(CV Joint)를 통해 좌우 바퀴에 전달하게 되므로 본 연구에서는 변속기 디퍼렌셜 기어부분에 실제 차량에 장착되고 있는 2개의 등속 조인트(장축, 단축 등속 조인트)를 설치하여 동력전달이 이루어지게 하였다. 또한 차량의 관성력을 실험장치에 부여하기 위하여 회전관성력이 5.9 $kgf \cdot m^2$ 인 플라이 휠을 부하 장치와 등속 조인트 사이에 설치하였다.

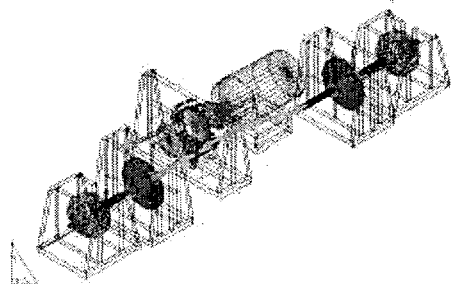


Fig. 8 Experimental set-up

변속단에서 발생하는 진동 신호를 측정하기 위하여 변속기 입출력축 부위에 가속도계를 설치하여 구동 시 발생하는 진동신호를 측정하였다. 회전수 변화는 모터 축과 부하장치에 연결된 축 부위에 제작한 키홈에 비접촉식 광센서를 설치하여 1회전 당 1개의 펄스를 발생시켜 회전속도를 측정하였다.

3.2 신호분석

변속기에서 측정된 신호는 여러 복잡한 신호를 포함하므로 본 연구에서는 기어 신호와 관련된 신호만을 추출하여 분석하였다. 입력신호에 따라 필터계수가 변하는 LMS 알고리즘을 바탕으로 복합된 신호로부터 원하는 신호만을 잡음의 영향을 받지 않으면서 추출할 수 있는 방법으로 가장 많이 사용되는 것은 적응간섭제거법(adaptive interference

canceling)이다.

이 신호처리방법은 입력신호와 함께 분리하고자하는 신호의 관련신호(correlated signal)를 입력으로 주어 Fig. 9에서와 같은 알고리즘을 통해 원하는 신호만을 분리하는 것으로 본 연구에서는 $s_k + n_k$ 를 기어드 모터의 케이스 부위에서 측정된 가속도 신호, n_k 는 분리하고자하는 기어쌍의 물림 주파수의 코사인성분으로 각 기어쌍의 신호에 해당하는 n_k 와 관련이 있는 신호로 주었다. 이와같은 과정을 거쳐 출력 신호, e_k 는 측정된 신호로부터 여타 다른 요인에 의해 발생된 신호를 제거한 기어물림 주파수 성분만을 의미하게 된다.

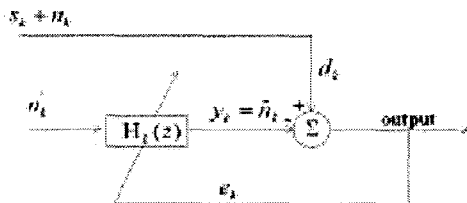


Fig. 9 Adaptive interference canceling

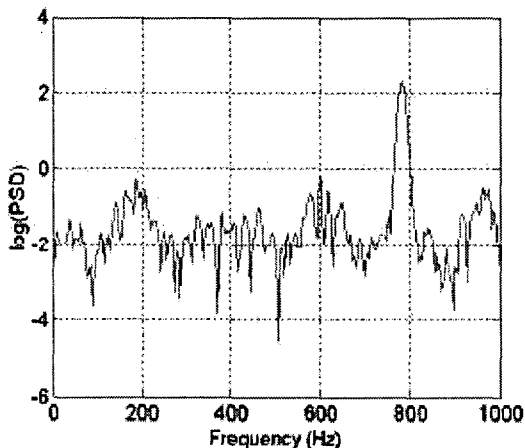


Fig. 10 Waterfall diagram

본 연구에서는 가속도계를 입출력측에 장착하여 진동신호를 측정하였으며 이와 같이 측정된 신호는 A/D 변환을 거쳐 컴퓨터에 저장하여 신호분석 전용 소프트웨어인 MATLAB을 이용하여 실험 데이터를 분석하였다. 사용된 변속기는 기어물림에 의해 발생된 신호뿐만 아니라 모터와 전원주파수 성분 등 여러 신호의 복잡한 신호특성을 나타내므로 순수한 기어만의 신호를 추출하기는 쉽지 않다. 그러므로 본 연구에서는 적응간섭제거법을 이용하여 측정된 진동신호로부터 기어성분만을 추출하여 분석하였다.

Fig. 10은 변속기 입력측의 회전속도가 2000 rpm인 경우

의 실험데이터 수치해석에서 사용한 회전속도와 같은 조건에서의 진동신호를 주파수 분석한 결과다. 이는 Fig. 6에서 수행한 수치해석결과와 일치하게 나타나는 바 본 연구에서 유도한 운동방정식이 타당함을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 정렬불량된 기어 구동계의 비선형 운동방정식에 대해 수치해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 기어 맞물림에 의한 전달오차와 베어링 강성을 유도하여 기어 구동계의 비선형 운동방정식을 유도하였다.
- (2) 정렬불량이 기어 구동계의 미치는 영향을 살펴보았으며 정렬불량 발생 시 축진동과 치합면의 진동레벨이 증가함을 알 수 있었다.
- (3) 유도한 운동방정식의 타당성을 확인하기 위하여 실제 변속기에 대해 실험을 수행하여 해석결과와 비교하였다.

참 고 문 헌

- (1) Errichelo, R., 1979, "State of the Art Review : Gear Dynamics", ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 101, No. 3, pp. 368-372
- (2) Welboun, D., 1979, "Fundamental Knowledge of Gear Noise", Conference on Noise and Vibrations of Engines and Transmissions, pp. 10-11
- (3) Houser, D. R., 1982, "Research in the Gear Dynamic and Gear Noise Reseach Laboratory", SAE 821066
- (4) Kahraman, A. and Singh, R. 1991, "Interactions Between Time-Varying Mesh Stiffness and Clearance Non-Linearities in a Geared System", Journal of Sound and Vibration, Vol. 146(1), pp. 135-156
- (5) Litvin, F. L., 1994, "Gear Geometry and Applied Theory", PTR Prentice Hall, Inc.
- (6) Simon, V., 1988, "Load and Stress Distributions in Spur and Helical Gears", ASME, Journal of Mechanism, Transmission, and Automation in Design, Vol. 110, pp. 197-202
- (7) Cheng, Y. and Lim, T. C., 2001, "Vibration Analysis of Hypoid Transmissions Applying an Exact Geometry-Base Gear Mesh Theory", Jorunal of Sound and Vibration, Vol. 240(3), pp. 519-543
- (8) Harris, T. A. 2001, "Rolling Bearing Analysis", John Wiley & Sons, Inc.
- (9) 1993, "MATLAB User's Guide", Math Works, Inc.