

# 지능판의 진동제어를 위한 수동구속감쇠의 위치 설정

강 영규\*, 김 찬묵

## Placement of Passive Constrained Layer Damping for Vibration Control of Smart Plate

Young Kyu Kang\* and Chan Mook Kim

### ABSTRACT

Dynamic characteristics of smart laminated composite plates with passive constrained layer damping have been investigated to design structure with maximum possible damping capacity. The equations of motion are derived for flexural vibrations of symmetrical, multi-layer laminated plates. The damping ratio and modal damping of the first bending and torsional modes are calculated by means of iterative complex eigensolution method. The structural damping index(SDI) is introduced to determine the optimum placement of viscoelastic patch. This paper addresses a design strategy of laminated composite plate under vibrations.

#### 1. 서론

점탄성 재료는 에너지 소산력(energy dissipation)이 우수하여 수동구속감쇠층(passively constrained-layer damping, PCLD)<sup>(1-2)</sup> 또는 비구속감쇠층(unconstrained-layer damping, UCLD)<sup>(3)</sup>의 형태로 진동 및 소음제어에 많이 활용되어 왔다. 특히 유연구조물의 설계에 있어서 효과적인 구조감쇠를 얻기 위해서 점탄성 재료를 많이 활용하고 있다. 또한 최근에는 능동구속감쇠층(actively constrained-layer damping)<sup>(4)</sup>을 이용하여 구조물의 감쇠특성을 향상시키는 연구가 활발히 진행되고 있다. 능동구속감쇠층은 수동구속감쇠층에 비해서 효과는 뛰어나지만 제작비용이 많이 드는 단점이 있다. 본 논문에서는 테일러링 기법으로 감쇠를 조절할 수 있는 복합재료를 주구조물로 하여 점탄성재료와 구속재를 이용하여 부분적으로 피복된 복합적층 지능판의 동특성을 유한요소법을 이용하여 해석하고 그 결과를 토대로 효과적인 구조감쇠를 얻기 위한 구속감쇠층 설계의 기법을 제시하고자 한다.

#### 2. 방법

해석을 위한 유한요소 정식화 과정에서 다음의 몇 가지를 가정하였다. 첫째로 주구조물(core structure)과 구속재(constraining layer)는 순수한 굽힘운동을 한다. 둘째로 주구조물과 구속재의 중립축은 동일한 휨선(deflection line)을 가진다. 셋째로 구속재의 길이는 항상 일정하다. 넷째로 구조물을 구성하는 모든 층들은 동일한 휨방향의 변위( $w$ )를 갖는다. 이러한 가정들은 적층판과 점탄성층의 두께가 얇은 경우에 전단감쇠가 주된 역할을 하므로 타당하다.

수동구속감쇠층을 가진 복합적층판을 2 차원의 판요소로 모델링하였으며, 운동방정식을 유도하는 과정에서 확장된 해밀톤의 원리(extended Hamilton's principle)를 이용하였다. 구속감쇠층이 있는 복합적층판의 운동방정식은 다음의 식을 만족한다.

\* 국민대 자동차공학 전문대학원

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} [T - U + U_v + W] dt = 0 \quad (1)$$

식(1)에서  $t_1$  과  $t_2$  는 임의의 두 시점이며,  $T$  는 각 구성요소들의 운동에너지,  $U$  는 위치에너지이며,  $U_v$  는 점탄성층의 전단변형에 의한 변형에너지이며,  $W$  는 외력에 의한 일이다.

복합적층판 자체와 구속재가 횡방향 진동시의 변위벡터  $\mathbf{u}$  와 변형률 벡터  $\boldsymbol{\varepsilon}$  는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ -z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z\beta_x \\ z\beta_y \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{v} \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ z \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ z \frac{\partial \beta_y}{\partial x} + z \frac{\partial \beta_x}{\partial y} \end{bmatrix} = z \boldsymbol{\kappa} \quad (3)$$

여기서  $w$  는 횡방향 변위이며,  $\beta_x$  와  $\beta_y$  는 각각  $x$  축과  $y$  축에 대한 회전이며,  $\boldsymbol{\kappa}$  는 곡률벡터이다.  $\mathbf{v}$  와  $\boldsymbol{\kappa}$  는 아래와 같이 표현된다.

$$\mathbf{v} = \{w \quad \beta_x \quad \beta_y\}^T \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\kappa} = \left\{ \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \quad \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \quad \left( \frac{\partial \beta_y}{\partial x} + \frac{\partial \beta_x}{\partial y} \right) \right\}^T \quad (5)$$

운동에너지  $T$  는 다음과 같이 정의된다.

$$T = \int_v \frac{1}{2} \rho \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}} dv \quad (6)$$

여기서  $\rho$  는 밀도,  $v$  는 구조물의 부피이다. 복합적층판의 변형에너지는 고전 적층판 이론(classical laminated plate theory)으로부터 유도되며, 전체 변형에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$U = \frac{1}{2} \int_A \boldsymbol{\kappa}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\kappa} dA \quad (7)$$

여기서  $A$  는 단면적이며,  $\mathbf{D}$  는 이방성 판의 굽힘 강성행렬(flexural stiffness matrix)이다. 굽힘진동시에 점탄성층이 받는 전단변형각  $\gamma$  는 다음과 같이 표현된다.

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{t_D}{t_v} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{u_{xc} - u_{xs}}{t_D} \right) \quad (8a)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} = \frac{t_D}{t_v} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{u_{yc} - u_{ys}}{t_D} \right) \quad (8b)$$

여기서  $t_D = t_s + 2t_v + t_c$  로 표현되며, 하부침자  $s, v, c$  는 각각 주구조물, 점탄성층 및 구속재를 의미한다. 또한 점탄성 전단층에 대해서 전단변형각과 전단응력의 관계를 이용하면 점탄성층의 전단변형에너지는 다음과 같다.

$$U_v = 2 \int_{V_v} \frac{1}{2} \left\{ \gamma_{zx} \quad \gamma_{zy} \right\} \begin{bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \end{bmatrix} dV_v \quad (9)$$

외력에 의한 일은 다음과 같다.

$$W = \sum_{i=1}^{n_f} \mathbf{u}^T(\mathbf{x}_i) \mathbf{f}(\mathbf{x}_i) \quad (10)$$

여기서  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i)$  는  $\mathbf{x}_i$  에 작용하는 힘벡터이며,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}_i)$  는  $\mathbf{x}_i$  에서의 변위벡터이며,  $n_f$  는 외력의 갯수이다.

변위  $\mathbf{u}$  곡률  $\boldsymbol{\kappa}$  및 회전변위  $\boldsymbol{\alpha}$  는 4절점 12자유도를 갖는 사각평판요소를 이용하여 절점변위(nodal displacement)로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{u} = \Psi_u \mathbf{q}^e \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\kappa} = \Psi_\kappa \mathbf{q}^e \quad (12)$$

$$\alpha = \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \Psi_v q^e \quad (13)$$

여기서  $\Psi_u$ ,  $\Psi_\kappa$  및  $\Psi_v$ 는 각각  $u$ ,  $\kappa$  및  $\alpha$ 에 대한 보간함수이며  $q^e$ 는 요소절점의 변위벡터이다. 운동 에너지와 위치에너지, 전단변형 에너지 및 외력에 의한 일 등을 식 (1)에 대입하여 변분을 취하면 절점변위에 대한 운동방정식이 다음과 같이 주어진다.

$$M\ddot{q} + Kq = F_{Ext} \quad (14)$$

고분자 기지재료의 특성으로 인해서 복합재료의 감쇠는 구조동역학적인 관점에서 일반구조재료보다 더 중요하다. 섬유방향으로는 매우 낮은 감쇠를 보이며, 섬유의 직각방향은 매우 높은 감쇠를 나타낸다. 복합재료의 감쇠는 이방성을 가지며 적층순서나 적층각도의 변화를 통해서 제어할 수 있다. 비감쇠용량  $\varphi$ 를 절점변수로 표현하면 다음과 같다.

$$\varphi = \frac{q^T (K_D + K_{vD}) q}{q^T (K + K_v) q} \quad (15)$$

$$K_D = \sum_{elem} \int_A \Psi_\kappa^T D^A \Psi_\kappa dA \quad (16)$$

$$K_{vD} = \sum_{elem} \int_A G_v \varphi_v \frac{2}{t_v} \left( \frac{t_D}{2} \Psi_v + \Psi_u \right)^T \left( \frac{t_D}{2} \Psi_v + \Psi_u \right) dA \quad (17)$$

$$K_v = \sum_{elem} \int_A G_v \frac{2}{t_v} \left( \frac{t_D}{2} \Psi_v + \Psi_u \right)^T \left( \frac{t_D}{2} \Psi_v + \Psi_u \right) dA \quad (18)$$

여기서 하첨자  $D$ 는 감쇠와 관련됨을 의미하며,  $\varphi$ 는 점탄성재료의 비감쇠용량이다.

점탄성 재료의 물성은 주파수와 온도의 함수이므로 감쇠비와 모드감쇠를 구하기 위해서는 비선형 고유치 문제를 풀어야 한다. 본 논문에서는 감쇠행렬이 포함된 운동방정식을 상태방정식으로 표현한 다음 역순환법(inverse iteration)으로 복소고유치 문제를 풀었다.

### 3. 결과 및 고찰

수동구속감쇠층이 부착된 탄소/에폭시 복합적층판의 감쇠비( $\zeta$ ), 모드감쇠( $2\zeta\omega$ ) 및 고유주파수를 유한요소법을 이용하여 해석하였다. 적층순서는  $[0_4/0_2/90_2]_s$ 이고 적층각도  $\theta$ 는 0, 15, 30, 45, 60 및 90도이다. 프리프레그의 두께는 0.125mm이며 시편의 크기는 200 x 200 x 2mm이다. Fig. 1에 시편의 형상을 나타내었으며 Table 1에 탄소/에폭시 복합재료의 물성을 나타내었다. 사용한 점탄성재료는 3M사의 ISD-112이며 크기는 20 x 50 x 0.127mm이다. 구속재는 알루미늄이며 크기는 20 x 50 x 0.254mm이다.

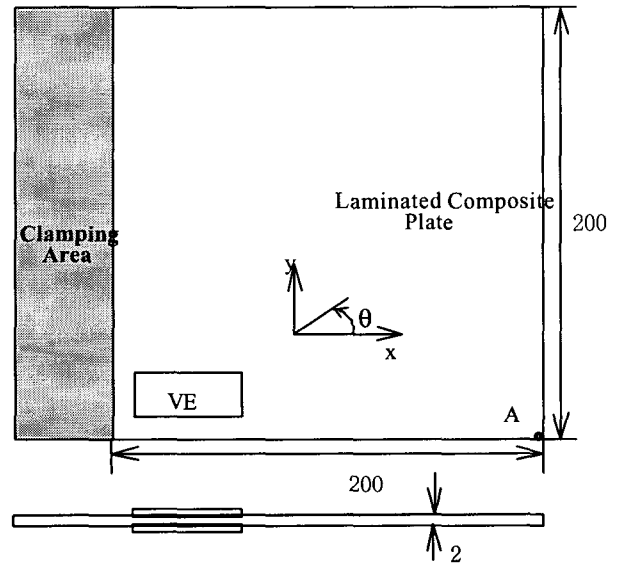


Fig. 1 Configuration of Laminated Composite Plate

Table 1 Mechanical Properties of Carbon/Epoxy laminates(CU125NS)

Property	Symbol	Value
Young's modulus(0 deg)	$E_1$	$114.7 \times 10^9$ Pa
Young's modulus(90 deg)	$E_2$	$7.589 \times 10^9$ Pa
Shear Modulus	$G_{12}$	$4.77 \times 10^9$ Pa
Poisson's ratio	$\nu_{12}$	0.28
Volume density	$\rho$	$1510 \text{ kg/m}^3$
Damping capacity( $0^\circ$ )	$\varphi_{s1}$	0.013966
Damping capacity( $90^\circ$ )	$\varphi_{s2}$	0.049120
Damping capacity(Shear)	$\varphi_{s12}$	0.074344

수동구속감쇠층의 위치에 따라서 전체 복합적층 지능판의 감쇠가 달라진다. Fig. 2은  $[30_4/0_2/90_2]_s$  적층판에 대해서 위치에 따른 첫번째

굽힘진동 모드의 감쇠비를 보여준다. Fig. 3은 구속감쇠층이 최적의 위치에 놓였을 때의 첫번째 굽힘진동 모드의 감쇠비를 보여준다. 적층각도 30도 시편의 감쇠비가 최대임을 알 수 있다. Fig. 4와 Fig. 5의 비틀림 모드에 대한 감쇠비 결과를 굽힘모드와 비교해 보면 비틀림 모드의 진동특성은 굽힘모드와는 다른 경향을 보여줌을 알 수 있다.

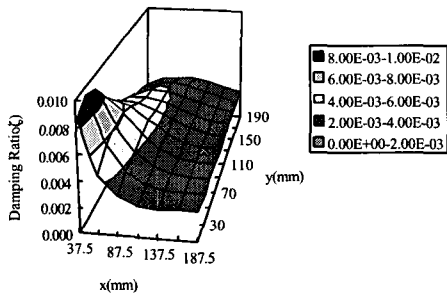


Fig. 2 Bending damping ratio of  $[30_4/0_2/90_2]_s$  plate with PCLD

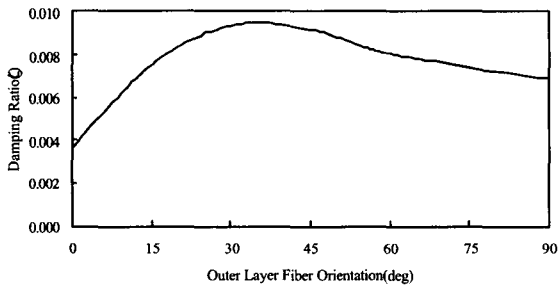


Fig. 3 Bending damping ratio for optimum location vs. fiber orientation

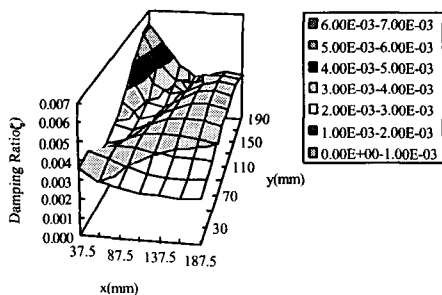


Fig. 4 Torsional damping ratio of  $[30_4/0_2/90_2]_s$  plate with PCLD

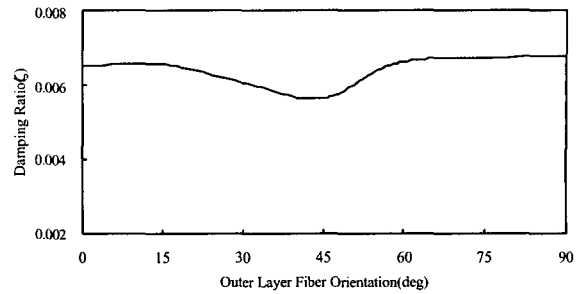


Fig. 5 Torsional damping ratio for optimum location vs. fiber orientation

감쇠비 뿐만 아니라 고유주파수도 동시에 고려하는 모드감쇠(modal damping)역시 구속감쇠층의 위치에 따라서 진동특성이 달라진다. Fig. 6은 구속감쇠층이 최적의 위치에 놓였을 때의 첫번째 굽힘진동 모드의 모드감쇠를 보여준다. 15도 시편이 가장 좋은 진동특성을 보여주며 Fig. 3의 감쇠비와 비교하면 그 경향이 많이 다름을 알 수 있다. 구속감쇠층이 최적의 위치에 놓였을 때의 첫번째 비틀림진동 모드의 모드감쇠를 Fig. 7에 나타내었으며, 15도 시편이 가장 좋은 진동특성을 보여준다.

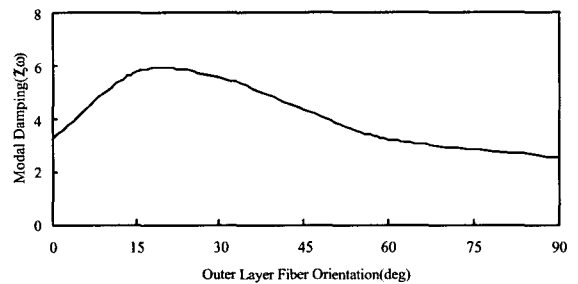


Fig. 6 Bending modal damping for optimum location vs. fiber orientation

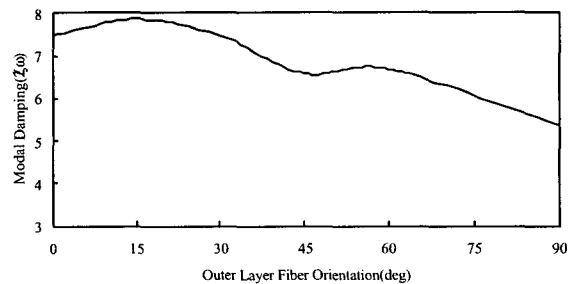


Fig. 7 Torsional modal damping for optimum location vs. fiber orientation

구조진동의 전체 변위는 각 진동모드의 중첩으로 표현되며 각각의 진동모드는 모드감쇠의 크기에 따라서 지수함수적으로 감쇠선도가 달라진다. 수동구속감쇠층이 있는 복합적층판의 다중모드 진동시의 최적의 구속감쇠층 위치를 설정하기 위해서 진동모드의 모드감쇠와 각 진동모드의 가중치를 고려한 구조감쇠지수(structural damping index, SDI)를 도입하였다. 구조감쇠지수는 다음의 식으로 정의된다.

$$SDI = \sum_{r=1}^N 2\zeta_r \omega_r c_r \quad (19)$$

여기서  $c_r$ 은 각 모드의 가중치이며 구조물의 초기변위로부터 구한다.

실제로 다중모드의 진동을 고려할 때의 수동구속감쇠층의 최적의 위치를 알아 보기 위해서 구조감쇠지수를 다양한 적층각도에 대해서 유한요소해석을 수행하였다. 단위힘이 Fig. 1의 A 지점에 작용하는 경우에 대해서 구조감쇠지수를 계산하여 Fig. 8에 나타내었다. Fig. 8에서 보면 굽힘강성이 큰 적층각도 시편이 우수한 성능을 가짐을 알 수 있다. Fig. 6과 Fig. 7의 모드감쇠와 Fig. 8의 구조감쇠지수 특성을 비교해 보면 지능판의 진동제어를 위하여 수동구속감쇠를 이용하는 경우, 주 구조물(host structure)의 최적의 적층각도는 15도임을 알 수 있다.

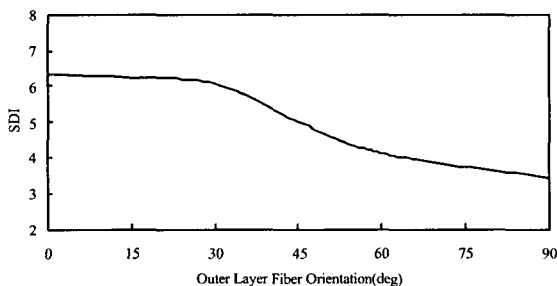


Fig. 8 SDI for optimum location vs. fiber orientation

#### 4. 결론

수동구속감쇠층을 갖는 복합적층 지능판의 동특성에 관한 연구를 수행하였으며 본 논문의 결론을 요약하면 다음과 같다.

복합적층 지능판의 진동특성을 수치모사한 결과 첫번째 굽힘 및 비틀림 진동 모드의 감쇠비 및 모드감쇠가 적층각도에 따라서 달라진다. 굽힘감쇠비는 30도 시편과 45도 시편의 감쇠효과가 두드러지며 굽힘모드감쇠는 15도 시편이 우수하다. 하지만 비틀림감쇠비의 경우는 적층각도에 크게 영향을 받지 않으며, 비틀림모드감쇠는 15도 시편이 우수한 특성을 보인다.

복합적층판의 감쇠효과를 위한 수동감쇠층의 최적의 위치설정을 위한 수치모사를 수행하였다 다중모드 진동시의 구조감쇠지수는 구조물의 강성 및 수동구속감쇠층의 위치에 따라서 달라지며 굽힘강성이 큰 시편이 우수하다.

#### 참고문헌

1. Douglas, B. E., and Yang, J. C. S., "Transverse Compressional Damping in the Vibratory Response of Elastic-Viscoelastic-Elastic Beams," AIAA Journal Vol. 16, No. 9, 1978, pp. 925-930.
2. Soni, M. L., and Bogner, F. K., "Finite Element Vibration Analysis of Damped Structures," AIAA Journal, Vol. 20, No. 5, May 1982, pp. 700-707.
3. Rao, M. D., and He, S., "Dynamic Analysis and Design of Laminated Composite Beams with Multiple Damping Layers," AIAA Journal, Vol. 31, No. 4, April 1993, pp. 736-745.
4. Shen, I. Y., "Bending-Vibration Control of Composite and Isotropic Plates through Intelligent Constrained-Layer Treatments," Smart Materials and Structures, Vol. 3, No. 1, March 1994, pp. 59-70.