

LH-모멘트에 의한 극치홍수량의 빈도분석을 위한 적정분포형 유도

Derivation of Optimal Distribution for the Frequency Analysis of Extreme Flood using LH-Moments

* 맹승진 (한국수자원공사) · 이순혁 (충북대)
* Maeng, Sung-Jin · Lee, Soon-Hyuk

Abstract

This study was conducted to estimate the design flood by the determination of best fitting order of LH-moments of the annual maximum series at six and nine watersheds in Korea and Australia, respectively. Adequacy for flood flow data was confirmed by the tests of independence, homogeneity, and outliers. Gumbel (GUM), Generalized Extreme Value (GEV), Generalized Pareto (GPA), and Generalized Logistic (GLO) distributions were applied to get the best fitting frequency distribution for flood flow data. Theoretical bases of L, L1, L2, L3 and L4-moments were derived to estimate the parameters of 4 distributions. L, L1, L2, L3 and L4-moment ratio diagrams (LH-moments ratio diagram) were developed in this study.

I. 서론

본 연구에서는 대상유역의 연최대홍수량 자료에 대한 동질성, 독립성 및 Outlier 검정을 시도하고, 연최대홍수량 자료의 적정 분포형을 선정하기 위해 Gumbel (GUM), Generalized Extreme Value (GEV), Generalized Logistic (GLO) 및 Generalized Pareto (GPA) 분포에 대한 적합성 검정을 실시한다. 이를 위하여 대상 분포형별로 매개변수 추정 방법인 LH-모멘트의 차수변화에 따른 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트법의 이론을 정립하고, 정립된 이론에 의한 LH-모멘트비도인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비도를 작성한다. 또한, LH-모멘트비도와 Kolmogorov-Smirnov (K-S) 검정에 의해 적용분포형인 GUM, GEV, GLO 및 GPA 분포의 적합성을 판정하기로 한다.

II. 확률가중모멘트와 LH-모멘트의 관계

누가분포함수 $F(X)$ 를 갖는 확률변수 X 에 대한 확률가중모멘트의 일반식은 식 (1)과 같다.

$$M_{p,r,s} = E[X^p \{F(X)\}^r \{1 - F(X)\}^s] = \int x^p \{F(x)\}^r \{1 - F(x)\}^s dF(x) \quad (1)$$

여기서, p, r, s 는 정수이고, $r = s = 0$ 인 $M_{p,0,0}$ 이면 p 는 비부성정수(非負性定數)가 되고 $M_{p,0,0}$ 은 원점에 대한 기존의 p 차 모멘트와 동일한 값을 나타낸다.

확률가중모멘트의 차수를 증가시켜 이들을 선형조합한 LH-모멘트법은 Wang에 의해 제시되었다. 여기에서 Wang은 LH-모멘트를 식 (2) ~ (5)와 같이 정의하였다.

$$\lambda_1^\eta = E[X_{(\eta+1):(\eta+1)}] \quad (2)$$

$$\lambda_2^\eta = \frac{1}{2} E[X_{(\eta+2):(\eta+2)} - X_{(\eta+1):(\eta+2)}] \quad (3)$$

$$\lambda_3^\eta = \frac{1}{3} E[X_{(\eta+3):(\eta+3)} - 2X_{(\eta+2):(\eta+3)} + X_{(\eta+1):(\eta+3)}] \quad (4)$$

$$\lambda_4^\eta = \frac{1}{4} E[X_{(\eta+4):(\eta+4)} - 3X_{(\eta+3):(\eta+4)} + 3X_{(\eta+2):(\eta+4)} - X_{(\eta+1):(\eta+4)}] \quad (5)$$

여기서, η 는 차수이며, $E[X_{j:m}]$ 은 누가분포함수 $F(x) = P_r(X \leq x)$ 을 갖는 임의 표본 크기 m 의 j 차 기대값이며 다음의 식 (6)과 같다.

$$E[X_{j:m}] = \frac{m!}{(j-1)!(m-j)!} \int_0^1 x(F)^{j-1}(1-F)^{m-j} dF \quad (6)$$

LH-모멘트법의 경우에도 일반 모멘트법에서의 변동계수, 왜곡도 및 첨예도에 해당하는 LH-모멘트비인 LH-변동계수, LH-왜곡도 및 LH-첨예도를 가지며, 각각 식 (7) ~ (9)와 같이 정의된다.

$$\tau_2^\eta = \frac{\hat{\lambda}_2^\eta}{\hat{\lambda}_1^\eta} \equiv \text{LH-변동계수(LH-coefficient of variation)} \quad (7)$$

$$\tau_3^\eta = \frac{\hat{\lambda}_3^\eta}{\hat{\lambda}_2^\eta} \equiv \text{LH-왜곡도(LH-skewness)} \quad (8)$$

$$\tau_4^\eta = \frac{\hat{\lambda}_4^\eta}{\hat{\lambda}_2^\eta} \equiv \text{LH-첨예도(LH-kurtosis)} \quad (9)$$

본 연구에서는 LH-모멘트의 차수 η 를 0 ~ 4까지 변화하여 적용 확률분포형의 매개변수를 추정하고자 하며 이들을 순차적으로 L-모멘트, L1-모멘트, L2-모멘트, L3-모멘트 및 L4-모멘트라 한다. 그리고 상기의 식에 의해 GUM, GEV, GLO 및 GPA 분포의 LH-모멘트비를 유도하였다.

III. 사용수문자료

본 연구의 분석을 위해 선정된 대상유역은 우리나라 수위관측소들 중에서 관측기록년수가 20년 이상이고, 수위-유량 곡선식이 검증된 금강수계의 규암, 공주, 영산강수계의 마륙 및 섬진강수계의 송정, 압록, 적성유역이다. 선정된 각 유역별로 설계홍수량 유도를

위해 해당 유역의 연최고치 자료를 사용하였다.

또한, 본 연구에서는 확률분포형의 매개변수 추정법인 LH-모멘트의 차수 변화에 따른 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트법의 적용성을 고찰하기 위해 비교적 타 관측지점에 비해 관측자료의 신빙성이 높은 우리나라의 6개 지점뿐만 아니라 오스트레일리아의 9개 지점과 함께 분석을 시도하고자 한다.

따라서, 본 연구의 분석을 위한 오스트레일리아의 대상유역은 장기간의 연속유출자료를 보유하고 있는 Barker Creek의 Wyalla, Baron강의 Picnic Crossing, Big Creek의 Elands, Frankland강의 Mt. Frankland, Myponga강의 Myponga Weir, Preston강의 Beelerup, Stuart강의 Ween's Bridge, Tallangatta Creek의 Tallangatta 및 North Johnstone 강의 Goondi의 9개 지점을 선정하였다.

IV. 결과 및 고찰

1. 사용수문자료의 기본통계치 분석

우리나라의 규암, 공주, 마륵, 송정, 압록, 적성유역과 오스트레일리아의 Wyalla, Picnic Crossing, Elands, Mt. Frankland, Myponga Weir, Beelerup, Ween's Bridge, Tallangatta 및 Goondi유역에 대한 평균치, 표준편차, 왜곡도계수, 변동계수 및 첨예도의 기본통계치를 각 유역별로 구하였다.

우리나라의 대상유역 전반에 걸쳐 평균치와 표준편차는 각각 333.06 ~ 3,254.98 및 197.26 ~ 1,945.43의 범위를, 왜곡도계수와 변동계수는 각각 -0.062 ~ 1.561 및 0.512 ~ 0.598의 범위를 그리고 첨예도는 1.538 ~ 5.106의 범위를 나타내었고 오스트레일리아의 대상유역 전반에 걸쳐 평균치와 표준편차는 각각 24.50 ~ 1,184.77 및 20.96 ~ 661.02의 범위를, 왜곡도계수와 변동계수는 각각 0.518 ~ 2.039 및 0.529 ~ 1.058의 범위를 그리고 첨예도는 2.117 ~ 7.846의 범위를 나타내었다.

2 연최대홍수량 자료의 분석 여부 결정을 위한 검정

우리나라와 오스트레일리아의 대상유역에 대한 연최대홍수량 자료의 독립성, 동질성 및 Outlier 검정 결과 대상유역의 연최대홍수량 자료에 관한 독립성과 동질성이 인정됨과 동시에 연최대홍수량 자료의 균형분포에서 상, 하로 격리되는 Outlier가 없음을 검정됨으로써 수문자료로서의 분석 타당성이 인정되었다.

3 적정 확률분포형의 선정

가. 확률분포형 및 차수변화에 따른 LH-모멘트비도의 작성과 검토

우리나라와 오스트레일리아의 대상유역들의 연최대홍수량에 대한 적정 확률분포형의 선정은 LH-모멘트비인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비의 산정과 함께 LH-모멘트비도인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비도를 도시함으로써 이루어질 수 있다.

따라서 본 분석에서 사용된 GUM, GEV, GLO 및 GPA 분포형의 L, L1, L2, L3 및 L4-왜곡도(LH-skewness)와 L, L1, L2, L3 및 L4-첨예도(LH-kurtosis)의 관계인 L, L1, L2, L3

및 L4-모멘트비도를 도시하고, 각 대상유역별 연최대홍수량의 L, L1, L2, L3 및 L4-왜곡도와 L, L1, L2, L3 및 L4-침예도를 적용 분포형별로 구한다. 각 분포형별로 구해진 L, L1, L2, L3 및 L4-왜곡도는 x 축에, L, L1, L2, L3 및 L4-침예도는 y 축에 플로팅하여 LH-모멘트비도를 작성함으로써 이를 근거로 적절한 확률분포형을 선정한다.

대상유역에 대한 연최대홍수량의 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비인 L, L1, L2, L3 및 L4-왜곡도와 L, L1, L2, L3 및 L4-침예도를 구하였다. 대상유역별로 구해진 LH-모멘트비와 LH-모멘트비의 평균값을 LH-모멘트비도인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비도에 도시하였다. 그 결과 대상유역별 연최대홍수량계열인 15개의 L, L1, L2, L3 및 L4-왜곡도와 L, L1, L2, L3 및 L4-침예도의 무차원 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트 플로팅 포지션점이 GEV 분포형의 곡선에 고루 산재해 있으며, LH-모멘트비의 평균값에서 LH-왜곡도인 L1, L2, L3, 및 L4-왜곡도의 평균값이 각각 0.226, 0.232, 0.238, 0.245 및 0.254로써 타 확률분포형의 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비 곡선 보다 GEV 분포형의 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비 곡선에 보다 근접되어 있음을 볼 수 있다.

결론적으로, 대상유역별 연최대홍수량에 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트법을 적용하여 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비를 플로팅한 결과 GEV 분포형이 적절한 확률분포형으로 나타났다.

나. Kolmogorov-Smirnov 검정에 의한 적정 확률분포형의 선정

대상유역들의 연최대홍수량에 대한 적정 확률분포형을 선정하기 위해 적용된 4개의 확률분포형의 매개변수를 LH-모멘트의 차수변화에 의한 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트법에 의해 산정 하였다. 대상유역별 적정 확률분포형의 선정을 위해 Kolmogorov-Smirnov 검정을 실시하였으며, 검정결과는 전 대상유역에 있어서 GEV 분포형이 타 분포형에 비해 적정 분포형으로 판정되었다.

따라서, 2개의 적합도 검정인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비도에 의한 검정과 Kolmogorov-Smirnov 검정을 수행한 결과 적용된 4개 확률분포형 중 GEV 분포형이 타 확률분포형에 비해 적절한 것으로 검정되었다. 이와 같은 사실에 비추어 양 방법에서 유일하게 적정 확률분포형으로 판정된 GEV 분포형을 최종적으로 선정하였다.

V. 결론

1. 대상유역별 연최대홍수량 자료에 관한 Wald-Wolfowitz의 독립성 검정과 Mann-Whitney의 동질성 검정 및 Grubbs-Beck의 Outlier 검정을 수행한 결과 이의 분석 타당성이 인정되었다.

2. 연최대홍수량 자료의 적정 분포형을 선정하기 위한 확률분포형은 GUM, GEV, GLO 및 GPA 분포를 대상으로 하였으며, 적용 대상 분포형별로 매개변수 추정방법인 LH-모멘트의 차수변화에 따른 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트법의 이론을 정립하였다.

3. 대상유역의 연최대홍수량에 대한 적합도 검정을 위해 4개 확률분포형을 대상으로 본 연구를 통해 작성된 LH-모멘트비도인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비도와 비매개변수 방법인 Kolmogorov-Smirnov(K-S) 검정을 실시한 결과 GEV 분포형이 타 확률분포형에 비해 적절한 것으로 검정되었다.