

난류 채널 유동에서의 유체 입자 분산

최정일*·이창훈**

Fluid Particle Dispersion in a Turbulent Channel Flow

Jung-Il Choi* and Changhoon Lee**

Key Words : Fluid particle(유체입자), Particle dispersion(입자분산), Turbulent channel flow(난류채널유동)

Abstract

The dispersion of Lagrangian fluid particles in a turbulent channel flow is studied by a direct numerical simulation. Four points Hermite interpolation in the homogeneous direction and Chebyshev polynomials in the inhomogeneous direction is adopted by assessing the acceleration of fluid particles. In order to characterize the inhomogeneous Lagrangian statistics, accurate single particle Lagrangian statistics are obtained along the wall normal direction. Integral time scales of Lagrangian velocity can be normalized by Eulerian mean shear stresses.

1. 서론

입자유동은 대기 혹은 수질 오염물질의 확산에 관련된 환경 분야에 밀접한 관련이 있다. 이와 같은 문제해석을 위해서는 엄밀한 유동의 해석과 더불어 수학적 모델의 개발이 필요하다. 대기 환경 내의 입자유동은 그 밀도가 매우 낮으므로 난류와 같은 대기조건에서 입자들의 거동은 주위 환경유동에 많이 영향을 받기 때문에, 입자확산의 예측에 있어서 매우 높은 정확성이 요구되며, 수학적 모델링 과정이 매우 어렵다.

가장 일반적인 입자유동의 접근 방법으로서 RANS (Reynolds averaged Navier-Stokes equations)를 이용하여, 양상불 평균된 지배방정식의 해석이 사용되어져 난류영향의 요소를 모델화하였다. 그러나 난류섭동에 의한 입자운동을 통계학적 모형에 의해 다루었기 때문에, 난류상관구조 (Turbulent coherent structures)에 의한 요소가 배제되었다. 또한 입자유동의 모형에 있어서 균질 (homogeneous) 난류 유동에 기인하고 있다. 그러나, 난류의 생성이 벽면구조와 밀접한 관련이 있다는 점에 있어 고려해볼 때, 비균질 (inhomogeneous) 난류유동해석을 통한 입자유동이 절실히 요구된다.

최근들어, 직접수치모사 (Direct Numerical Simulation, DNS) 혹은 대형화 모사 (Large Eddy Simulation, LES)를 이용한 난류유동해석을 통해 입자운동해석 뿐만 아니라 입자유동의 모형들에 많은 연구가 진행되어 오고 있다[1]. Yeung [1-3]은 균질 난류유동에서의 DNS를 이용하여 난류유동 특성을 파악하고, 유체입자의 Lagrangian 해석을 통하여 통계적 모형에 대한 많은 연구결과를 발표한 바 있다. 그러나 난류채널유동과 같은 비균질 난류유동의 Lagrangian 통계적 모형 관점에서의 해석은 미비한 실정이다. 이에 대해, Armenio 등[4]은 DNS와 LES를 이용하여 난류채널유동에 대해 유체입자 운동을 해석하였으나, LES모델의

Lagrangian 통계량에 미치는 영향에 국한되었다. 본 연구에서는 난류채널유동의 Eulerian 유동해석을 기반으로 Lagrangian 통계량들의 엄밀한 해석을 통한 입자확산 통계모형의 기본 자료를 제공하고, 벽면구조에 따른 수직방향 비균질 난류유동 특성이 Lagrangian 통계량에 미치는 영향을 조사한다.

2. 직접수치모사

입자유동해석을 위해 $Re_\tau = 100$ 인 난류채널유동에 대한 직접 수치모사가 수행되었다. Navier-Stokes방정식의 해를 구하기 위해 시간차분에 대해 semi-implicit방법이 사용되었다. 점성항에 대해서는 Crank-Nicolson방법, 대류항에 대해서는 3차 Runge-Kutta 방법이 사용되었다. 공간차분에 대해 벽면 수직방향으로는 Chebyshev-tau방법, 주유동방향 및 횡방향으로는 dealiased Fourier방법이 적용되었다. 본 연구에서 사용된 spectral 방법은 Kim 등[5]이 사용한 것과 같다. 계산영역은 주유동방향, 수직방향, 횡방향으로 $4\pi\delta \times 2\delta \times 4\pi\delta/3$ 이며, 사용된 격자계는 $32 \times 65 \times 32$ 이다. 계산 시간 간격은 입자추적의 문제를 고려하여, 벽단위로 $\Delta t^+ = 0.1$ 을 사용하였다.

3. 입자추적기법

3.1 유체입자 운동방정식

유체입자의 궤적의 계산은 입자운동 방정식의 적분으로 구해졌다. 적분을 하기 위해 입자의 초기 위치를 부여하고, Lagrangian 입자속도 $V_i(x_i(0), t)$ 는 DNS에서 얻어진 각 격자계의 Eulerian 속도 U 를 내삽하여 부가하였다. 특정 시각 t 에서 초기위치가 $x_i(0)$ 인 입자의 위치, $X_i(x_i(0), t)$ 는 다음과 같다.

$$\frac{\partial X_i(x_i(0), t)}{\partial t} = V_i(x_i(0), t) \quad (1)$$

Lagrangian 입자속도 $V_i(x_i(0), t)$ 와 Eulerian 속도 U_i 와의

* 연세대학교, CT연구단, jichoi73@hotmail.com

** 연세대학교, 기계공학과, cleec@yonsei.ac.kr

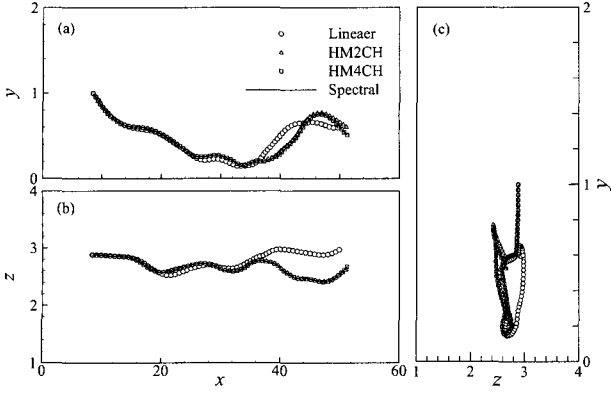


Fig. 1. Trajectories of a particle.

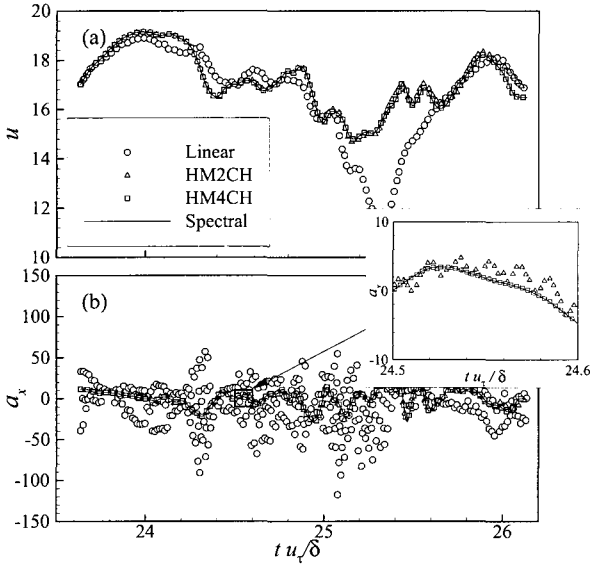


Fig. 2. Velocity and acceleration of a particle.

상관관계는 다음과 같다.

$$V_i(x_i(0), t) = U_i[X_i(x_i(0), t), t] \quad (2)$$

3.2 유체입자 속도의 내삽

입자가 운동함에 따라 각 특정시간에서의 위치는 격자점이 아닌 임의의 지점에 위치하게 되는데, 이 때, Eulerian 속도장은 각 격자점에 값이 존재하므로 내삽이 필연적이다. Balachandar와 Maxey[6]에 의해 지적된 바 있듯이, 내삽을 사용하는 경우, 유동특성이 복잡함에 따라 정밀한 내삽법이 필요한 반면, 그 계산시간은 증가된다. 본 연구에서는 내삽법의 정확도를 평가하기 위해 4가지 형태의 내삽에 대한 평가가 행해졌다. 먼저, 파수영역에서의 속도를 직접 합 (Direct Summation, Spectral)을 해서 물리적 영역의 속도로 내삽하였다.

$$V_i(x, y, z, t) = \sum_{k_1} \sum_{k_2} \sum_{n=0}^{N_y} \mathcal{U}_i e^{ik_1 x} e^{ik_2 z} T_n\left(\frac{y}{H}\right) \quad (3)$$

이 때, \mathcal{U}_i 는 속도에 대한 파수영역에서의 값을 의미하며, T_n 은 Chebyshev 다항식을 나타낸다. 두 번째로, 가장 간단한 방법인 3차원 선형내삽 (Linear interpolation, Linear)이 사용되었다.

$$V_i(x, y, z, t) = \sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N U_i P_l(x) P_m(y) P_n(z) \quad (4)$$

여기서, P_l, P_m, P_n 는 각 방향으로의 기저함수들이다. 다음으로

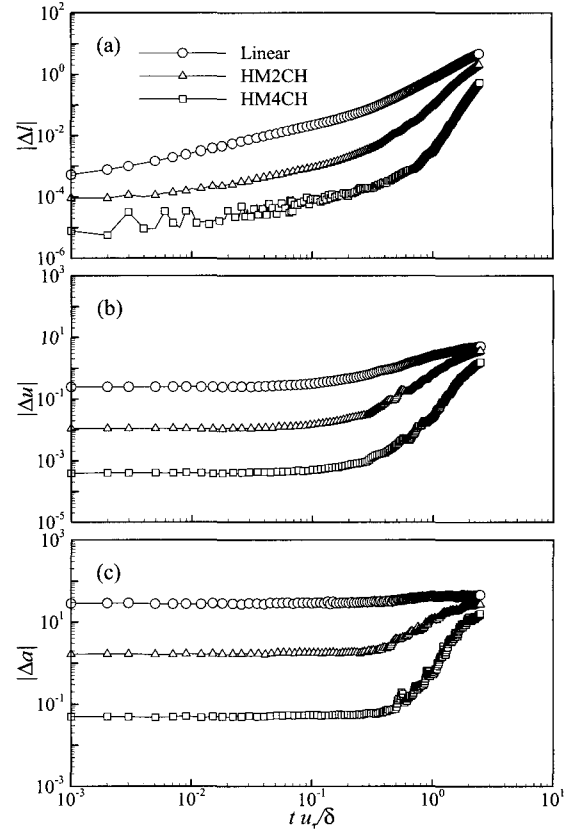


Fig. 3. Standard deviation of interpolation errors.

주유동방향과 횡방향으로의 유동정보들이 균질하며 주기적인 성질을 고려하여, 2차원 Hermite 내삽 [6]을 사용하였으며, 이를 수직방향으로 Chebyshev 다항식을 직접 합산하였다.

$$V_i(x, y, z, t) = \sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^{N_y} \left[\mathcal{U}_i H_l(x) H_m(z) + \frac{\partial \mathcal{U}_i}{\partial x} G_l(x) H_m(z) + \frac{\partial \mathcal{U}_i}{\partial z} H_l(x) G_m(z) + \frac{\partial^2 \mathcal{U}_i}{\partial x \partial z} G_l(x) G_m(z) \right] T_n\left(\frac{y}{H}\right) \quad (5)$$

여기서 H_l, H_m, G_l, G_m 는 각각 Hermite 내삽법의 기저함수이며, $\mathcal{U}_i, \partial \mathcal{U}_i / \partial x, \partial \mathcal{U}_i / \partial z, \partial^2 \mathcal{U}_i / \partial x \partial z$ 는 속도 및 속도 구배에 대한 Chebyshev 다항식의 계수를 의미한다. 본 연구에서는 Hermite에 사용되는 격자점이 2, 4점일 경우 (HM2CH, HM4CH)에 대해 내삽을 평가하였다. 유체입자속도의 시간적분에 대해서는 3차 정확도의 Runge-Kutta방법을 이용하였다.

3.3 입자추적기법의 정확도

입자추적 기법의 정확도를 평가하기 위해, 앞서 언급된 4가지 내삽 방법에 대한 평가를 수행하였다. Fig. 1은 각 내삽방법에 따라 초기위치로부터 놓여진 입자들이 시간에 따라 흘러가는 궤적을 $t u_i / \delta = 2.5$ 까지 나타내고 있다. 초기입자의 위치는 채널의 중심이다. Fig. 1에서 볼 수 있듯이, Linear를 제외한 내삽 방법은 Spectral 방법에 의한 것과 잘 일치한다. 특히, Fig. 1(c)는 유동단면의 입자궤적으로서, 복잡한 난류구조에 따라 입자 추적이 Linear 내삽법의 부적합함을 보여주고 있다.

Fig. 2는 유체입자의 속도 및 가속도의 시간이력곡선을 나타내고 있다. Linear 내삽법을 제외하고는 잘 예측하고 있으나,

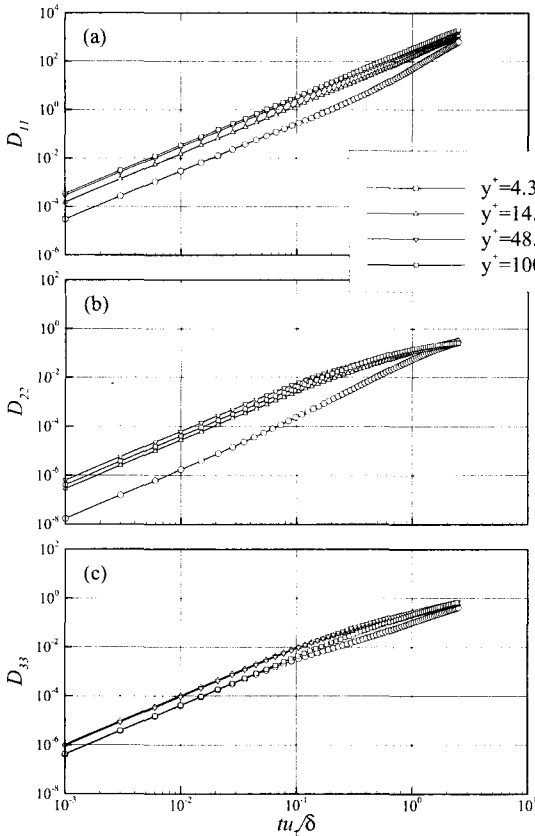


Fig. 4. Fluid particle dispersions.

Fig. 2 (b)에서 제시된 유체입자의 가속도를 살펴보면, HM2CH에 의한 경우, 가속도의 전체적인 경향은 Spectral 방법에 의한 가속도를 예측하고 있지만, 작은 크기의 진동현상이 내재하고 있다. 이러한 원인에 의해 가속도에 대한 상관함수 예측시, 초기 시간에 요동하는 결과를 보였다. 그러나, HM4CH의 경우는 기존의 Spectral방법에 의한 결과와 비교했을 때, 거의 정확한 입자 가속도를 예측하고 있다.

각 내삽법에 대한 정확도를 정량적으로 나타내기 위해 유체입자 2000개에 대한 Spectral 방법과의 각 물리량들의 표준편차를 다음과 같이 정의하였다.

$$E^2_{\phi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi_{int.} - \phi_{spec.})^2 \quad (6)$$

여기서 N 은 입자수를 나타내며, $\phi_{int.}$ 는 각 내삽법에 따른 물리량을 의미하며, $\phi_{spec.}$ 는 Spectral 방법에 의한 물리량이다. Fig. 3은 각 내삽법에 따른 오차의 시간변화를 나타내고 있다. 시간이 지남에 따라 각 물리량들의 오차는 누적되어 입자가 방출된 장시간 후의 결과는 신뢰할 수 없지만, $tu_{\tau}/\delta = 1.0$ 이하의 시간에서는 HM2CH, HM4CH의 내삽법의 오차가 작다. 특히 가속도의 예측에 있어서, HM4CH의 경우 오차의 차이가 더 현저하다.

4. Lagrangian 통계량

난류체널유동 내에 방출된 유체입자의 Lagrangian 통계량을 벽면 비균질효과를 고려한 해석을 위해, 벽면 수직방향으로 벽으로부터 $y^+ = 4.3, 14.2, 48.6, 100$ 인 지점에서 방출된 입자들의 통계량을 구분하여 얻었다. 통계량을 획득하기 위해, 각 경우에 대해 115,200개의 입자 거동을 앙상블 평균하였다. Fig. 4는 유체입자의 분산을 나타내며, 이는 초기위치에 따른

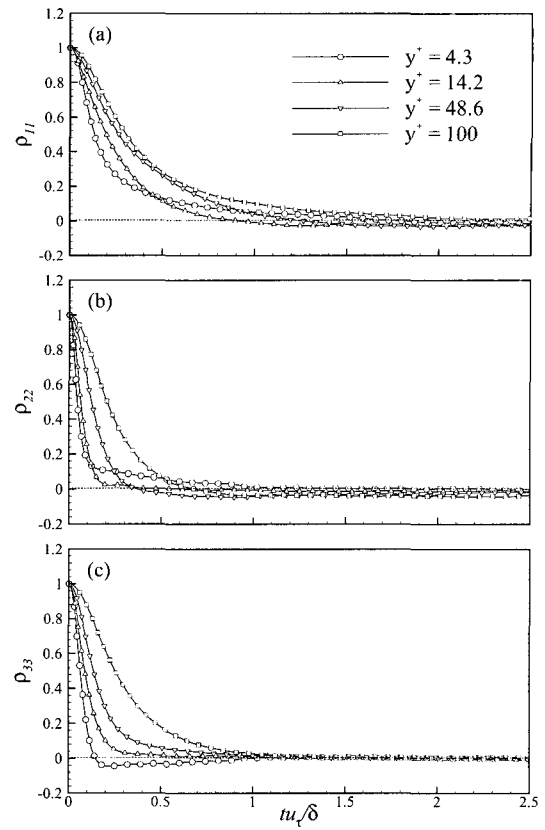


Fig. 5. Lagrangian velocity auto-correlations.

유체입자의 변위의 제곱평균량이다.

$$D_{ii}(t) = \langle (X_i(x_i(0), t) - x_i(0))^2 \rangle \quad (7)$$

입자확산과정의 초기 입자분산은 Kontomoris 등[7]에 의해 지적된 바와 같이, 직방향으로의 비균질 특성에도 불구하고, Taylor의 이론[8]에 의거하여 시간에 대한 2차함수를 나타내고 있다.

$$D_{ii}(t) \approx \overline{u_i^2} t^2, \quad t \ll T_L, \quad i=2,3 \quad (8)$$

이에 대해, Fig. 4 (b), (c)의 경우는 수직방향의 난류강도에 따라 입자분산의 초기값의 크기가 결정되는것에 일치하지만, Fig. 4(a)의 주유동방향 확산은 등방성 난류와는 달리, 주유동방향 속도구배 (S)를 고려하여, 다음과 같이 정규화될 수 있다.

$$D_{11}(t) \approx S \overline{u_1^2} t^2, \quad t \ll T_L \quad (9)$$

입자속도에 대한 상관함수는 입자확산에 대해 중요한 역할을 하고 있다. Lagrangian 입자속도 상관함수는 다음과 같다.

$$\rho_{ii}(t) = \frac{\langle v_i(t_0)v_i(t_0+t) \rangle}{\langle v_i^2(t_0) \rangle^{1/2} \langle v_i^2(t_0+t) \rangle^{1/2}} \quad (10)$$

여기서 v_i 는 각방향 입자속도의 난류성분을 의미하며, 이는 Shen과 Yeung[3]에서 전단이 있는 경우에 대한 속도상관함수를 정의함에 있어서 입자유동의 섭동량을 고려한것과 마찬가지로, 입자의 위치에 따른 Eulerian 속도성분과의 차를 입자유동의 난류성분으로 정의하였다. Fig. 5는 각 방향 속도성분에 대한 상관함수를 나타내고 있다. 전체적으로 주유동방향의 상관성은 다른 방향의 상관성 보다 더 크다. 이는 전단응력이 존재하는 등방성 유동에서와 비슷한 경향을 보여주고 있다. 또한 난류적분 시간 척도 (T_L)에 의해 시간축을 무차원화하면, 그 상관함수는 $\exp(-t/T_L)$ 의 분포를 보여주고 있다. 그러나 벽면에 아주

가까운 곳 ($y^+ = 4.3$)에서의 상관함수는 다른 양상을 보여주고 있으며, 특히 수직방향의 상관성은 초기에 빠른 감쇄를 보이

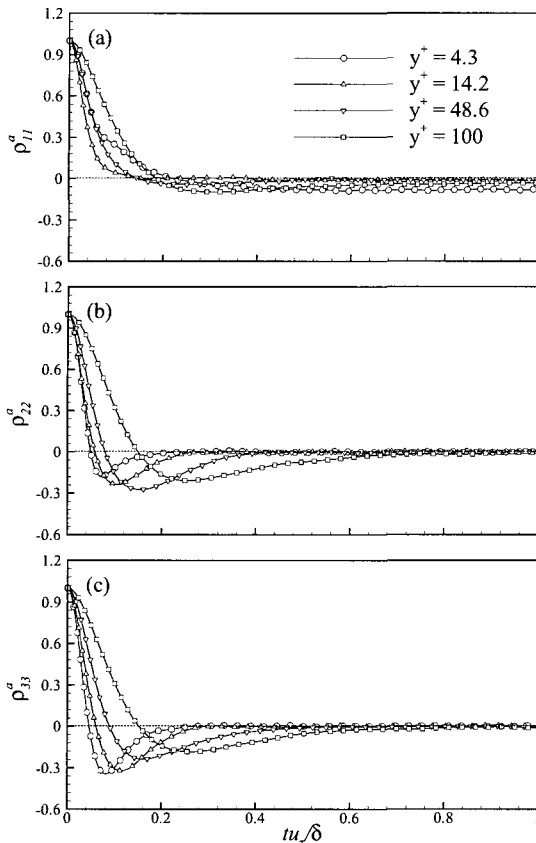


Fig. 6. Lagrangian acceleration auto-correlations.

지만, 오히려 $y^+ = 14.2$ 의 경우보다 큰 값을 나타내고 있다. 또한 횡방향 상관함수는 $0.1 < tu_i/\delta < 1.0$ 의 영역에서 음의 값을 보여주고 있다.

Fig. 6은 Lagrangian 입자 가속도에 대한 상관함수이다. 입자가속도는 속도에 대한 2차 정확도의 시간차분에 의해 얻어졌으며, 그 상관함수는 다음과 같다.

$$\rho_{ii}^a(t) = \frac{\langle a_i(t_0)a_i(t_0+t) \rangle}{\langle a_i^2(t_0) \rangle^{1/2} \langle a_i^2(t_0+t) \rangle^{1/2}} \quad (11)$$

가속도에 대한 상관함수는 속도에 대한 상관함수에 비해 빠르게 상관성이 감소하며, 수직방향, 횡방향의 성분은 음의 영역을 나타내고 있다. Yeung[2]에 의해 지적된 바와 같이, 전단응력이 있는 등방성 유동에 있어서 주유동방향 가속도의 상관성이 음인 영역이 관찰되었다. 그러나 본 결과에서는 주유동방향의 강한 음의 영역은 관찰되지 않았지만, 수직방향과 횡방향의 상관함수는 음의 영역이 관찰되었다. 상관함수가 0을 지나는 시간은 입자의 초기 위치에 따라 변화하고 있지만, Eulerian 유동장에 대한 소산율 (ϵ)을 이용하여 계산해보면, Kolmogorov 시간의 2.2 배로서 Yeung[2]의 결과와 유사하다.

Lagrangian 속도 및 가속도에 대한 상관함수를 정량적으로 분석하기 위해 난류적분시간을 입자의 초기위치에 따른 분포를 구하였다. 이를 위해, 수직방향으로 16지점에서 입자가 방출시킨 뒤 이를 추적하였다. 속도 상관함수에 대한 난류적분시간은 완충영역 ($y^+ \sim 20$)에서 극소값을 나타내고 있다. 한편, 등방성 유동에서의 전단응력의 유무에 따른 난류적분시간을 살펴보면, 전단응력이 있는 경우 난류적분시간은 감소한다[2-3]. 그러므로 난류채널유동에서의 난류적분시간은 $y^+ > 20$ 인 영역에서는 전단응력의 감소에 따른 증가에 기인한다. 속도에 대한 난류적분시간은 주유동방향, 횡방향, 수직방향의 순으로 크다. 이에 대해,

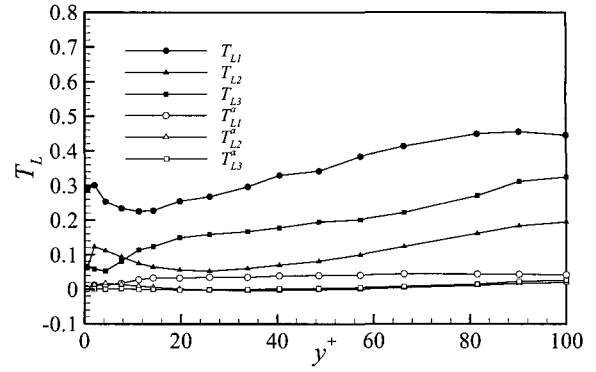


Fig. 7. Turbulent integral time scales.

아주 짧은 적분시간을 갖는 수직방향의 입자확산을 살펴보면 (Fig. 4(b))에서 시간에 대한 1차의 경향을 보이고 있다. 가속도에 대한 적분시간은 Shen 과Yeung[3]에 의해 보고된바와 같이, 음의 영역의 상관성에 따른 아주 작은 값을 나타내고 있다.

5. 결론

난류채널유동에서의 유체입자유동에 대한 해석이 수행되었다. 입자추적기법에 대한 평가를 수행한 결과, Lagrangian 통계량 추정에 있어서 HM4CH는 입자궤적, 속도 및 가속도에 대해서 충분히 긴 난류적분시간동안 Spectral방법에 의해 물리량과 일치하였다. 난류채널유동 내에서의 벽면 비균질에 따른 Lagrangian 통계량들을 등방성 유동에서의 전단응력이 있는 것에 대해 비교 분석하였다. 그 결과, 상관함수의 특성시간 척도인 입자 속도에 대한 난류적분시간은 전단응력이 감소할수록 증가하였다. 이에 대해 전단응력을 기본으로 한 정규화 방법에 의한 Lagrangian 통계량 처리가 요구된다.

참고문헌

- [1] P.K. Yeung, Lagrangian investigations of turbulence, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol.34 (2002) 114-142.
- [2] P.K. Yeung, One-and two-particle Lagrangian acceleration correlations in numerically simulated homogenous turbulence, Phys. Fluids, Vol.9, No.10 (1997), pp.2981-2990.
- [3] P. Shen and P.K. Yeung, Fluid particle dispersion in homogenous turbulent shear flow, Phys. Fluids, Vol.9, No.11 (1997), pp.3472-3484.
- [4] V. Armenio et al., Effect of the subgrid scales on particle motion, Phys. Fluids, Vol.11, No.10 (1999) pp.3030-3042.
- [5] J. Kim et al., Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, J. Fluid Mech. Vol.177 (1987) pp.133-166.
- [6] S. Balachandar and M.R. Maxey, Methods for evaluating fluid velocities in spectral simulations of turbulence, J. Comp. Phys., Vol.83 (1989), pp.96-125.
- [7] K. Kontomaris et al., An algorithm for tracking fluid particles in a spectral simulation of turbulent channel flow, J. Comp. Phys., Vol.103 (1992), pp.231-242.
- [8] S.B. Pope, Turbulent flows, Cambridge university press (2000).