

## Kirchhoff Surface를 이용한 Fan 소음 해석

박용민\*, 이승배\*\*

### Acoustic Analysis of Axial Fan using BEM based on Kirchhoff Surface

Y.-M. Park\*, S. Lee\*\*

**Key Words :** Kirchhoff Surface, BEM(경계요소법), FW-H(Ffowcs Williams-Hawkings) 방정식, Unsteady Loading Noise(비정상 하중소음), Dipole Source(이극자 음원), Fraunhofer Region

#### Abstract

A BEM is highly efficient method in the sense of economic computation. However, boundary integration is not easy for the complex and moving surface e.g. in a rotating blade. Thus, Kirchhoff surface is designed in an effort to overcome the difficulty resulting from complex boundary conditions. A Kirchhoff surface is a fictitious surface which envelopes acoustic sources of main concern. Acoustic sources may be distributed on each Kirchhoff surface element depending on its acoustic characteristics. In this study, an axial fan is assumed to have loading noise as a dominant source. Dipole sources can be computed based on the FW-H equation. Acoustic field is then computed by changing Kirchhoff surface on which near-field is implemented, to analyze the effect of Kirchhoff surface on it.

#### 1. 서론

다양한 소음원에 대한 개선의 노력이 성과를 거두고 있으나 많은 변수들로 인해 각 변수들의 소음에 대한 기여도 평가 및 이를 고려한 설계는 어려운 실정이다. 현재 소음해석은 다음의 방법들을 기초로 하고 있다. 우선 헬 날개 주위의 비정상 와동을 비점성적 방법으로 계산한 후, 음향학적 상사성이론 및 케이싱 등에 의한 산란, 반사 및 회절을 계산하는 BEM을 통해 소음장을 예측하는 방법과 설계변수에 의해 예측되는 양력계수분포를 이용하여 하중소음을 예측하는 방법, 그리고 날개끝전에서의 와동모델을 바탕으로 한 비정상 양력에 의한 소음예측 방법, 그리고 난류유동을 계산한 후, 이와 함께 CAA를 이용하는 방법 등이다. 본 연구에서는 날개끝전에서의 비정상 하중을 고려하여 FW-H방정식을 수행하였으며 이를 헬 주위의 Kirchhoff 면상의 음원으로 하여 BEM을 통한 음향장 해석을 하였다. 계산된 소음 분포를 통해 소음원의 역추적 기법에 대한 연구를 수행하였다.

#### 2. 본론

##### 2.1 연구 방법

복잡한 삼차원, 비정상 유동을 갖는 회전하는 날개 주위의 소음 예측을 위해서는 유동장에 대한 정확한 정보가 필요하다. 유동에 의해 유발되는 공기역학적 힘과 운동에 의한 공력음향학을 연구하는 방법은 크게 세 가지가 있다. 첫째는 움직이는 매질 속에 있는 고체경계면에 작용하는 압력변동의 영향을 선형화

하는 방법이며, 둘째는 Lighthill이 제안한 바와 같이 지배방정식으로부터 유도된 소음상사식을 사용하는 것이며, 셋째는 유동장과 음향장을 고해상도 수치기법을 사용하여 직접 계산하는 방법이다. 그러나 자유음장에서의 송풍기 소음을 예측하기 위해 적용 가능한 현실적이며 효과적인 방법은 Lighthill이론에 기초하여 비 정지 매질 속에 움직이는 고체표면에 의한 소음식인 FW-H방정식을 사용하는 것이다.

##### 2.2 경계요소법

유체의 연속방정식과 운동방정식으로부터 유도된 파동방정식의 음압을 시간에 대해 주기적인 조화함수의 중첩이라고 가정하면 다음과 같은 Helmholtz방정식이 유도된다.

$$\nabla^2 p(\vec{x}) + k_0^2 p(\vec{x}) = 0 \quad (1)$$

여기서  $k_0$ 는 파수를 나타내며 이 방정식의 해를 위해 Green함수를 도입한다. Green함수는 어떤 음원과 공간사이의 관계를 나타내어주는 응답함수이다. Green함수는 공간의 형태와 차원에 따라 각기 다르게 나타나며, 이를 이용하여 Helmholtz방정식을 전 영역에 대하여 적분하고 Green's 2nd theorem을 적용하면 경계요소법의 기본방정식인 Kirchhoff-Helmholtz방정식이 유도된다.

$$c(x)p(x) = \int_{s_0} \left[ G(x|y) \frac{\partial p(y)}{\partial y} - \frac{\partial G(x|y)}{\partial y} p(y) \right] dS(y) \quad (2)$$

이 식은  $[a][p] + [\beta] \left[ \frac{\partial p}{\partial n} \right] = [f]$  와 같은 형태의 선형행

\* 인하대학교 대학원, g1981008@inhavision.inha.ac.kr

\*\* 인하대학교 기계공학과, sbaelee@inha.ac.kr

렬의 조합으로 정리될 수 있고, 이와 같은 경계요소법의 특징은 계산이 전 영역이 아닌 경계에서만 수행되는데 있다.

$$p(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^{n_s} p_{t,i}(t) + p_{ln,i}(t) + p_{lf,i}(t) \quad (6)$$

### 2.3 Ffowcs Williams-Hawkings 방정식

헬의 날개와 같이 비정지매질 속에서 움직이는 물체에 대한 유동소음의 해석적 연구는 Ffowcs Williams와 Hawkings에 의하여 이루어졌다. 회전하는 헬의 경우 소음의 발생원인은 두 가지로 분석될 수 있다. 첫째는 헬과 케이싱의 주기적인 교란이 날개통과 주파수로 대표되는 톤소음이 있고, 둘째로 헬의 회전에 의하여 유발된 난류유동의 교란과 날개끝전에서 흘러지는 후류와 류에 의한 비정상 압력의 교란으로 정의되는 광역소음이 있다. 움직이는 물체의 표면을  $f(x, t) = 0$ 으로 표시한다면, 연속방정식 및 운동량 보존방정식은 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = \rho_0 u_i \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (3)$$

$$-\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j + P_{ij}) = P_{ij} \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_j} \quad (4)$$

식 (3)의 시간미분과 식 (4)의 공간미분을 조합하고 Lighthill의 난류 응력항을 고려하여 비균일 파동방정식을 유도하면 다음과 같은 Ffowcs Williams-Hawkings(FW-H)방정식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_j^2} &= \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \\ &- \frac{\partial}{\partial x_i} (P_{ij} \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_j}) \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 u_i \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_i}) \end{aligned} \quad (5)$$

FW-H방정식의 가장 큰 특징은 파동방정식의 소음원 항인 우변이 그 특성에 따라 단극자, 이극자, 사극자 음원으로 분리하여 표현됨에 있다. 즉, 우변의 첫째 항은 Lighthill의 음향학적 상사성에 의한 난류응력 항으로 사극자 음원이며, 둘째 항은 물체표면에 의해 유체에 단위 면적당 작용하는 하중소음(Loading Noise)인 이극자 음원을 나타내며, 셋째 항은 물체의 표면에서 수직방향으로의 가속도에 의한 공기 체적의 이동의 두께소음(Thickness Noise)인 단극자 음원의 기여를 나타낸다. 본 연구에서는 헬소음 계산 시 사극자 음원을 제외한 단극자와 이극자 음원만을 가정한다. 위 식을 풀기 위하여 시·공간 변수들에 대한 시간영역 방법(Time Domain Method)이 사용되었다. 이는 주파수 영역 방법(Frequency Domain Method)에 비해 임의의 물체 표면 형상에 대해 더욱 정확하게 적용될 수 있기 때문에 널리 사용되고 있다. FW-H방정식의 단극자 음원과 이극자 음원에 대하여 Farassat 등은 두께소음 및 하중소음을 구하기 위해 시간영역 방법을 이용하여 수치계산이 가능하도록 개선된 형태의 FW-H방정식을 발표하였다. Farassat의 해를 헬 소음원에 적용할 경우 가장 지배적인 소음은 하중소음이며, 송풍기와 같은 헬의 날개끝단 마하수가 대체로 0.3 이하의 아음속이므로 대류속도인  $(1 - M_r)$ 의 영향을 많이 받지 않는다. 그러나 헬이 회전함에 따라 소음원이 시간에 따라 주기적으로 회전하므로 정상상태의 유동의 경우에도 정상양력에 의한 소음이 발생하게 된다. 이 제안된 음압의 해는 다음과 같은 각 음원들의 합으로 표현되는데 이는 음원끼리 서로 독립적이고 중첩의 효과에 의해 음향장이 구성된다는 파동의 선형적 특성에 근거한 것이다.

$p_{t,i}(t)$ ,  $p_{ln,i}(t)$ ,  $p_{lf,i}(t)$ 는 각각 두께소음, 근거리장의 하중소음, 원거리장의 하중소음을 나타내며, 다음의 식과 같이 각 요소의 음원들과 관측지점사이의 기하학적 위치와 하중들의 함수로써 나타내어진다.

$$p_{t,i}(t) = \frac{\rho V_0}{4\pi} \left[ \frac{1}{r} \frac{1}{1 - M_r} \times \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{1 - M_r} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{1 - M_r} \right) \right) \right]_{ret} \quad (7)$$

$$p_{ln,i}(t) = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{1}{(1 - M_r)^2 r^2} \times \left( \vec{r}_i \cdot \vec{f}_i \frac{1 - M_i \cdot M_i}{1 - M_r} - \vec{f}_i \cdot \vec{M}_i \right) \right]_{ret} \quad (8)$$

$$p_{lf,i}(t) = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{1}{(1 - M_r)^2 r} \times \left( \frac{\vec{r}_i}{c_0} \frac{\partial f_i}{\partial \tau} + \frac{\vec{r}_i f_i}{1 - M_r} \left( \frac{\vec{r}_i}{c} \cdot \frac{\partial \vec{M}_i}{\partial \tau} \right) \right) \right]_{ret} \quad (9)$$

여기서 'ret'은 지연시간(Retarded Time)을 의미한다. 시간 t에서 음압을 계산하기 위해서는 관찰자위치까지 음파가 도달하는 지연시간을 계산하기 위한 t시간에서의 모든 소음원의 위치가 결정되어야 한다.

### 2.4 Kirchhoff Surface

헬과 같이 그 형상이 복잡하고 회전하는 물체는 그 소음원을 규명하여 수치해석하기가 어렵다. 이러한 실제 물리적 소음원을 가진 물체를 감싸는 가상의 경계를 생각할 수 있는데, 이를 Kirchhoff 면이라고 한다. Kirchhoff 면은 적절한 요소들로 나뉘진 경계면이며, 실제소음원의 소음특성에 따라 비균일 파동방정식을 만족시키는 음압이나 그 미분값 혹은 임피던스 등이 우선 계산되어 그 표면에 경계조건으로 분포하게 된다. 이러한 가상 경계면에 분포된 값의 계산은 복잡한 헬 형상을 고려한 전산유체역학(CFD)이나 실험값 등으로부터 얻을 수 있다. 전 연구에서는 FW-H방정식에 의해 얻은 해 중 헬의 두께소음과 정상 하중소음의 해를 이용하였는데, 본 연구에서는 날개후단의 주기적인 유동교란을 고려한 비정상 하중소음을 추가로 고려하여 계산을 수행하였다. 이를 Kirchhoff 면의 각 요소에 분포시켜 새로운 음원을 구성하여 경계요소법을 통해 음향장을 계산하였다. 본 연구에서는 원형 Kirchhoff면을 도입하여 경계요소법을 수행한다.

### 2.5 연구조건

계산과 실험대상으로 한 헬은 (주)에어로네트에서 개발한 날개수 7개, 스윙 각 15.0°, 팁 직경 0.075m, 허브 직경 0.0345m, 허브/팁 비(hub/tip ratio) 0.58인 튜브형 축류헬을 모델로 하였으며 회전수는 3,350rpm으로 고정하였다. Figure 1에 나타난 바와 같이 Kirchhoff 면상에 위치하게 될 관측점을 x-z평면(1-3평면)상에서 0°부터 360°까지 이동하면서 각 위치에 FW-H방정식을 적용하여 음압을 계산한 후, 이를 다시 음원의 경계조건으로 이용하였다. 비정상 하중을 고려한 본 연구의 경우 그 크기를 변화시키면서 가정 적절한 Kirchhoff 면의 크기를 분석하였다. Figure 2는 Fig.1의 2차원 x-z평면 위의 원형 Kirchhoff 면의 요소들을

보여준다. 이 요소를 경계요소법의 적분영역으로 하여 계산을 수행한다. 이때 각 요소의 중앙에 비정상 하중을 고려한 FW-H 방정식의 해인 음압을 분포시켜 새로운 음원으로 사용한다. FW-H 방정식의 특징은 시간영역에서 계산이 이루어진다는 것이다. 따라서 주파수영역에서의 계산 기법인 경계요소법에 각 음원을 적용시키려면 FW-H방정식으로부터 구한 시간영역의 음압을 FFT(Fast Fourier Transform)를 통해 각 위치에서의 주파수영역의 음압으로 변환시켜 주어야 한다. 이때 변환된 주파수의 함수인 음압은 시간영역에서 팬의 회전에 대한 정보를 이미 가지고 있는 경계조건이 된다. 따라서 고정된 Kirchhoff 면을 이용하여 회전체의 소음계산이 가능하게 된다. Kirchhoff 면은 음원에 근접한 가상 면이기 때문에 원거리 음장에 대한 계산식들을 적용하기 위해 Fraunhofer 영역의 정의에 따른 원거리 음장의 가정을 확인하는 절차를 거쳐야 된다.

$$\frac{r_o}{\lambda} \cdot \frac{r_o}{r_c} \ll 1 \quad (10)$$

여기서  $r_o$ 는 팬의 반지름,  $r_c$ 는 중심으로부터 Kirchhoff 면 요소까지의 거리,  $\lambda$ 는 주어진 회전수에 해당하는 날개통과주파수(BPF)의 파장이다. 주어진 조건에서 팬의 BPF의 계산치는 다음과 같고, 이때의  $\lambda$ 는 0.87m이다.

$$BPF = \frac{rbm}{60} \cdot Z = \frac{3.350}{60} \cdot 7 = 390.83 \text{ Hz} \quad (11)$$

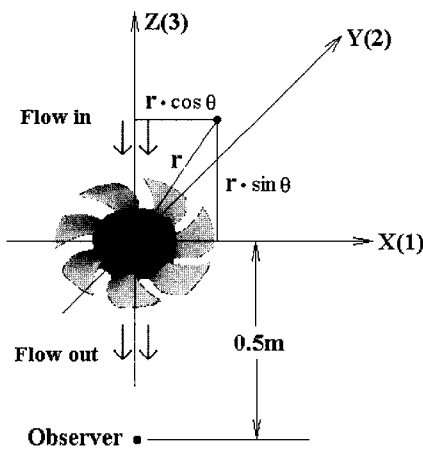


Fig.1 Tested fan and geometries

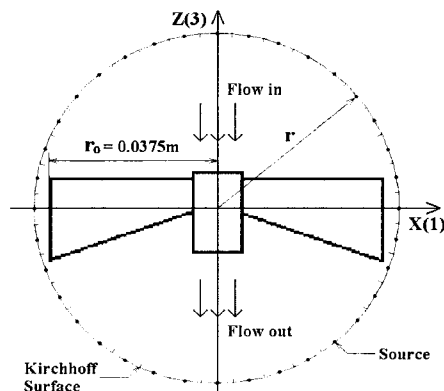


Fig.2 Kirchhoff surface elements

Kirchhoff 면의 크기 변화에 따른 소음을 계산하기 위해 그 크기를  $r_c/r_o$ 로 스케일링한다.

## 2.6 계산 및 실험 결과

유동출구로부터 0.5m 떨어진 곳에서 각각의 경우에 대한 음압의 계산을 Table 1에 주어진 경우에 대하여 수행하였다. 여기서 Kirchhoff 면상의 계산이 Fraunhofer 영역의 가정을 만족하므로 소음원에 의한 팬 날개에서의 산란(scattering) 등의 영향은 무시할 수가 있다. Kirchhoff 면의 크기를 각각 Case 1부터 Case 6까지 변화시키면서 실험결과와의 비교를 통해 최적의 계산조건을 분석하였다. Figure 3부터 Fig.4는 그 결과를 보여준다. Figure 4로부터 Case 5의 Kirchhoff 면 조건이 실험의 결과를 만족시키는 것을 알 수 있다.

	$r_c(m)$	$r_c/r_o$	Fraunhofer region	비고
Case 1	0.050	1.33	0.032 ( $\ll 1$ )	Far-field 가정
Case 2	0.055	1.47	0.029 ( $\ll 1$ )	Far-field 가정
Case 3	0.060	1.60	0.027 ( $\ll 1$ )	Far-field 가정
Case 4	0.065	1.73	0.025 ( $\ll 1$ )	Far-field 가정
Case 5	0.070	1.87	0.023 ( $\ll 1$ )	Far-field 가정
Case 6	0.075	2.00	0.022 ( $\ll 1$ )	Far-field 가정

Table 1. Various Kirchhoff surface conditions

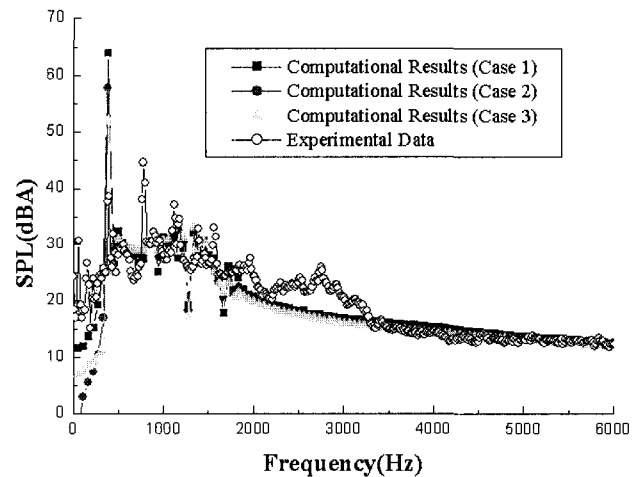


Fig.3 Case 1, Case 2, and Case 3

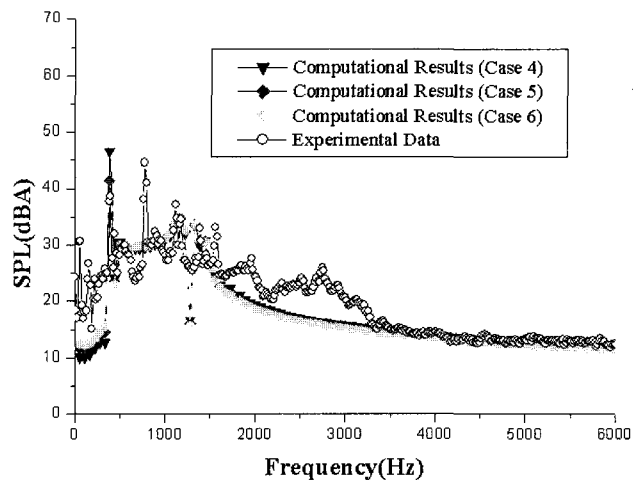


Fig.4 Case 4, Case 5, and Case 6

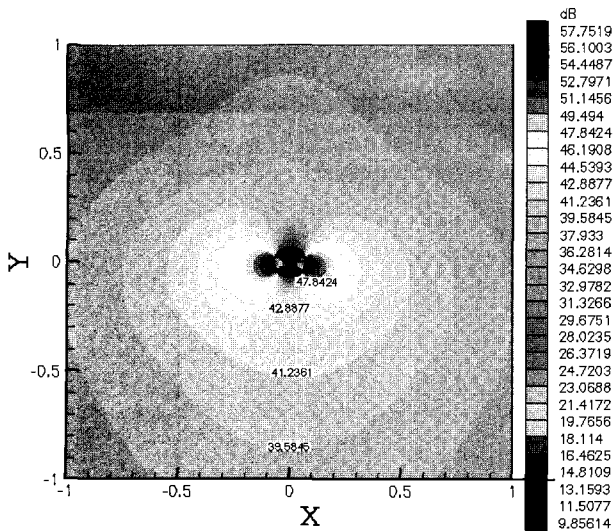


Fig.5 Acoustic contour of appropriate Kirchhoff surface condition (Case 5,  $r_c/r_o=1.87$ )

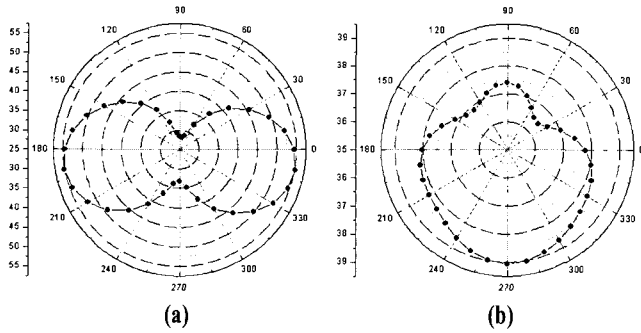


Fig.6 Noise directivity pattern at (a) 0.1m, (b) 1.0m

정상 하중에 의한 토음소음인 BPF가 이론값과 거의 일치하는 390.07Hz에서 나타나는 것을 확인할 수 있으며 비정상 하중에 의한 광역소음 특성이 전 주파수 영역에서 나타나는 것을 확인할 수 있다. Figure 5는 이 조건 하에서 구성된 음향장 분포를 보여주며 Fig.6은 웬 근처인 0.1m에서의 소음방사 형태와 원거리인 1.0m에서의 소음방사 형태를 나타낸다.

### 2.7 역설계문제

소음분포의 역변환을 통해 음원을 역으로 추적하여 궁극적으로 원하는 소음분포를 갖도록 전압 등을 설계하는 것이 역설계의 목적이다. 웬 주위의 지정된 위치에서의 전압  $[P_t]$ 와 구성된 음향장의 세기  $[X]$ 는 전달함수  $[H]$ 인 행렬을 통해 다음과 같이 선형적인 관계를 갖는다.

$$[X] = [H][P_t] \quad (12)$$

$[P_t]$ 의 특이성 문제를 보완하기 위한 방법으로 SVD(Singular Value Decomposition)를 통해 그 원인이 되는 행렬을 분해하여 유사행렬 ( $[\hat{P}]$ )로 대체 시켜 역변환을 수행한다. 그러나 원래의 행렬을 왜곡시킬 소지가 있어 적절한 대체행렬의 구성이 역변환 문제의 가장 큰 해결과제가 된다. Figure 7의 (a)는 대체행렬로 구한 전달함수  $[H]$ 가 얼마나 원래의 행렬을 잘 재생시키는지 보여준다. 이 전달함수를 응용하여 원하는 소음분포인

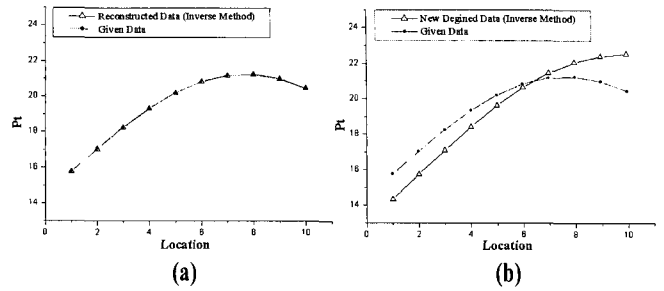


Fig.7 (a) Data reconstruction using inverse method  
(b) Inverse design of total pressure

$[X]_{desired}$ 를 설정하면 다음과 같이 궁극적인 설계 값인  $[P_t]_{new}$ 를 구하게 된다.

$$[P_t]_{new} = [H]^{-1}[X]_{desired} \quad (13)$$

Figure 7의 (b)는 원래의 소음분포인  $[X]$ 를  $[X]_{desired}$ 로 바꾸었을 때 설계 값이  $[P_t]$ 에서  $[P_t]_{new}$ 로 바뀌는 것을 보여준다.

### 3. 결론

본 논문에서는 비정상 하중을 고려한 FW-H방정식을 통하여 음원의 구성하였다. 이를 경계요소법의 경계조건으로 하여 음향장의 계산과 소음특성 분석을 수행하였으며 최적의 원형 Kirchhoff 면의 크기를 분석하였다. 또한 압력과 음향장과의 선형 관계를 통하여 역설계의 기초가 되는 역변환 문제를 시도하여 간단한 경우에 대하여 원하는 음향장을 갖는 전압분포를 설계하였다.

### 참고문헌

- [1] Sharland, I.J., "Sources of Noise in Axial Flow Fans," J. Sound and Vib., Vol. 1 (1964), pp.302-322.
- [2] 전완호, 이덕주, "덕트가 있는 축류팬의 유동 및 음향장 해석," 유체기계저널, 제 3권, 제 2호 (2000), pp.15-23.
- [3] Lee, C., Chung, M.K. and Kim, Y.H., "A Prediction Model for the Vortex Shedding Noise from the Wake of an Airfoil or Axial Flow Fan Blades," J. Sound and Vib., Vol. 164 (1993), pp.327-336.
- [4] Farassat, F., Myers, M.K., "Extension of Kirchhoff's Formula to Radiation from Moving Surfaces," J. Sound and Vib., Vol. 123, No. 3 (1988), pp.451-461.
- [5] Brentner, K.S., Farassat, F., "An Analytical Comparison of the Acoustic Analogy and Kirchhoff Formulation for Moving Surfaces," J. AIAA, Vol. 36, No. 8 (1998), pp.1379-1386.
- [6] 이덕주, 전완호, "송풍기의 공력소음," 유체기계저널, 제 2권, 제 1호 (1999), pp.1-10.
- [7] Kirkeby, O., Nelson, P.A., "Reproduction of Plane Wave Sound Fields," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 94, No. 5 (1993), pp. 2992-3000.