Proceedings of
The Second National Congress on Fluids Engineering
August 22-24, 2002, Muju, Korea

Cross-Correlation 해석을 통한 공동의 소음 특성 연구

허대녕*·김재욱**·이덕주***

Study on Noise Characteristic of Open Cavity with Cross-Correlation Analysis

Dae Nyoung Heo*, Jae Wook Kim** and Duck Joo Lee***

Key words : *Open Cavity, Rossiter's Equation, Cross-Correlation, CAA(Computational Aeroacousics)*

Abstract

The physical phenomena of rectangular open cavity are numerically investigated in this paper. Two-dimensional cavity problems with laminar boundary layers in upstream are simulated by using the compressible Navier-Stokes equations. The high-order and high-resolution numerical schemes are used for the evaluation of spatial derivatives and the time integration. Cross-correlation is used to analyze the characteristics of wave propagation along time and spatial. Sudden phase shifting of ***90*** degrees is appeared near downstream edge, and this is coincident with the phase lag suggested in original Rossiter's equation. The results give a further understanding of the physical phenomenon of noise generation, and the resonance of flow and acoustic in cavity. Moreover, modified Rossiter's equation, which is more accurate and can be applied in various conditions, is suggested. The distance from the point of vortex generation to the point of vortex collapsing acts as effective distance of cavity resonance, and the phase difference between the point of vortex collapsing and the point of acoustic source acts as phase lag. The mechanism of acoustic generation is fully understood in this paper. The mechanism of acoustic generation is fully understood in this paper.

1. 서 론

항공기의 landing gear wells와 weapon bays, 자동차의 창문, sunroof 등 우리의 주위에서 볼 수 있는 많은 구조물이 공동(cavity)의 형상을 가지고 있다. 이러한 공동은 유동이 지나갈 때, leading edge에서 shear layer의 불안정으로 vortex가 생성되고, 이 vortex들은 유동을 따라 전파되어 공동의 downstream edge와 부딪혀 소음원으로 작용하게 된다. Downstream edge에서 발생한 소음은 전영역으로 방사되며, leading edge에서 shear layer의 추가적인 불안정성을 유발한다. 따라서, 유동과 소음의 피드백 작용으로 인한 공진 현상이 발생하여, 큰 소음원으로 작용할 뿐만 아니라 공력음향하중으로 작용하여 심각한 구조물 파괴의 원인이 되기도 한다.

그러므로, 공동을 지나는 비정상 유동에서 발생하는 유동과 소음의 공진 현상을 이해하려는 연구가 예로부터 많이 수행되어 왔으며[1-2], 특히 Rossiter[1]는 실험을 통하여 공동에서 발생하는 소음의 주파수를 예측할 수 있는 식을 제시하였고, Tam은 수학적 해석을 통하여 주파수를 예측할 수 있는 선형모델을 제시하였다. 또, 최근에는 이러한 이해를 바탕으로 소음을 제어할 수 있는 방법에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

* 한국과학기술원 항공우주공학전공 대학원,
nyoung@kaist.ac.kr
** 한국과학기술원 항공우주공학전공,
jwkim@acoustic.kaist.ac.kr
*** 한국과학기술원 항공우주공학전공,
djlee@mail.kaist.ac.kr

본 연구에서는 고차-고해상도의 computational aeroacoustics (CAA) 프로그램을 사용하여 Navier-stokes 식을 계산함으로써, 층류 공동에서 발생하는 유동과 소음의 공진 현상을 정확히 계산한다. 그리고, 이 계산 결과를 cross-correlation 해석을 통하여 공동에서 발생하는 각 유동변수들의 전파 특성을 알아본다. 또, 공동에서 발생하는 소음의 주파수 예측하기 위하여 가장 널리 사용되고 있는 Rossiter's equation[1]은 많은 오차를 가지고 있으므로, 그 정확도에 한계가 있다. 그러므로, 물리적으로 타당하고, 정확한 값을 예측할 수 있는 식을 제시하고, 공동에서의 소음 발생 메커니즘을 명확히 규명하는 것에 목적이 있다.

2. 지배 방정식 및 수치 해석 기법

본 연구에서는 2차원 압축성 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 수치 해석을 수행하였다. 직교 좌표계에서 보존형태의 N-S 방정식은 식 (1)과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial E}{\partial x}+\frac{\partial F}{\partial y}=\frac{\partial E_v}{\partial x}+\frac{\partial F_v}{\partial y} \tag{1}$$

일반적으로 음향장은 유동장에 비해 그 크기가 매우 작다. 따라서 음향장과 유동장의 상호작용을 정확히 모사하기 위해서는 고차, 고해상도의 수치기법을 사용하여야 한다.

공간차분을 위해서는 J. W. Kim에 의해 제안된 OHOC scheme을 사용하였다. 지배 방정식은 식 (2)와 같다.

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} = c\frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6\Delta x} + b\frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\Delta x} + a\frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} \quad (2)$$

본 연구에서 사용된 Optimized Fourth-order Pentadiagonal (OFOP) scheme의 각 상수값은 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.5900108167074074 \\ \beta &= 0.09779791767419070 \\ a &= 1.279672797796143 \\ b &= 1.051191982414920 \\ c &= 0.04475268855213291 \end{aligned} \quad (3)$$

시간 적분을 위해서는 LDDRK 시간 적분법을 이용하였다. vortex와 acoustic wave가 비물리적 반사 없이 잘 빠져나가도록 하기 위해 figure 1과 같이 inflow/outflow/upper 경계면에 buffer zone을 사용하였다. 또, 물리적으로 안정적인 경계조건을 위해 특성치 경계조건(characteristic boundary condition)을 사용하였고, 특히 입출류 조건으로 Poinsot and Lele의 경계조건을 사용하였다. 초기 조건(initial condition)으로 공동의 윗부분은 공동이 없는 Flat-Plate의 Blasius boundary layer의 해를 사용하였고, 공동 내부는 유속을 모두 *0*으로 주어 공동의 경계면에서 모든 물리량이 연속이 되도록 하였다. Inflow에서는 Blasius boundary layer의 velocity profile을 유입조건으로 사용하였다.

3. 수치 해석 결과 및 토의

3.1 유동장 및 소음장

공동의 형상과 유동 특성을 결정하는 파라미터는 figure 1과 같이 공동의 깊이(*D*), 공동의 길이(*L*), 공동의 leading edge에서의 boundary layer의 momentum thickness(θ), 유입류의 속도(*U*)이다. 이것을 무차원화하면, 길이의 비 *L/D*, θ/D, freestream의 마하수(*M*), momentum thickness에 대한 Reynolds number ($Re_\theta = U\theta/\nu$)로 결정된다.

본 연구에서는 *M=0.5*, *L/D=2*, $\theta/D=1/25$, $Re_\theta=200$인 경우가 해석 되었으며, 이 조건에서 공동은 shear layer mode를 가진다. 위상이 다른 두 순간에서의 vorticity contours를 나타낸 figure 2를 보면, shear layer에서 vortex가 roll up을 하며 전파되어 downstream edge에 부딪히며, cavity의 오른쪽 내부에 존재하는 vortex와 강한 상호작용을 일으키고, 주기성을 나타냄을 확인할 수 있다. Figure 3는 buff zone을 제외한 전체 계산 영역에서의 pressure contour를 나타낸 것으로써, downstream edge 부근이 소음원으로 작용하여 유동의 방향에 약 *145*도에 해당하는 앞쪽 상방으로 가장 강하게 소음이 전파됨을 확인할 수 있다.

3.2 Cross-correlation analysis

Cross-correlation 식은 식 (4)와 같이 정의 된다.

$$R_{x_1x_2}(\tau) = E\left[q(x_1,t)q(x_2,t+\tau)\right] \quad (4)$$

*q*는 각 primitive variables(*u*, *v*, ρ, *p*)를 대표하는 문자로서, cross-correlation을 통하여 시간과 공간에 따른 전파 특성을 해석할 수 있다.

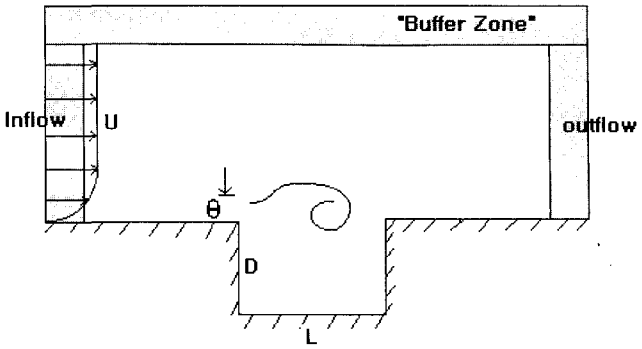

Figure 1 : Schematic diagram of cavity configuration and Computational domain

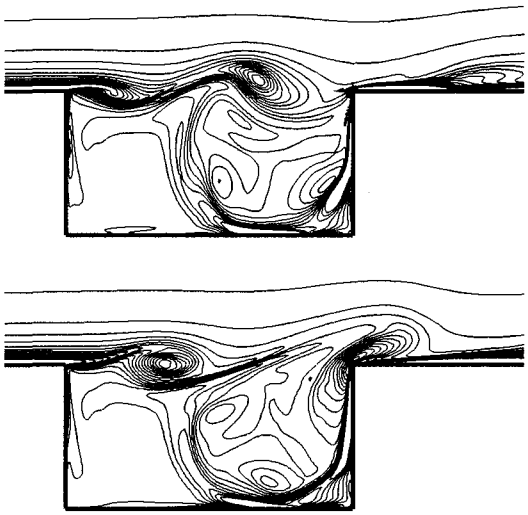

Figure 2 : Vorticity contours at two different instants ($M=0.5, L/D=2, \theta/D=1/25, Re_\theta=200$)

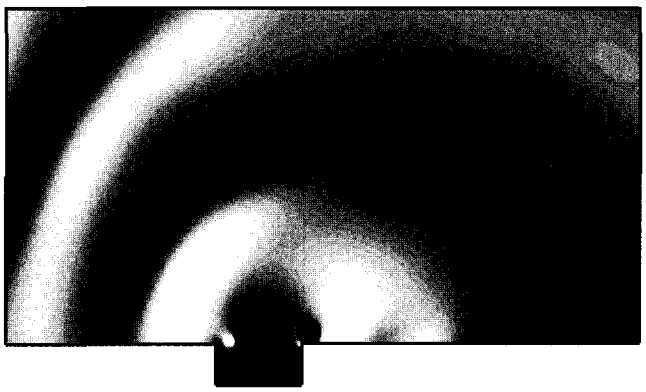

Figure 3 : Acoustic fields of entire domain except the buffer zone ($M=0.5, L/D=2, \theta/D=1/25, Re_\theta=200$)

Leading edge와 downstream edge를 각각 *(0,0)*과 *(2,0)*으로 정의하였을 때, x_1을 *(1,0)*으로 고정하고 x_2를 *(0,0)*에서 *(2,0)*으로 변화하였을 때의 p에 대한 cross-correlation 결과는 figure 4와 같다. Shear layer mode이므로, τ방향으로 주기성이 나타나며, 밝은 부분은 *(1,0)*과 위상이 같고, 어두운 부분은 위상이 반대임을 나타낸다. 기울기가 작은 것을 파동의 전파 속도가 빠른 것을 의미한다. 약 *x=0.4*인 부분부터 전파 속도가 거의 일정함을 알 수 있는데, *x=0.4*는 figure 2에서 볼 수 있는 바와 같이 leading edge 근처의 boundary layer 영역에서 생성된 vortex가 강하게 성장하여 독립적으로 떨어져 나오는 위치이다.

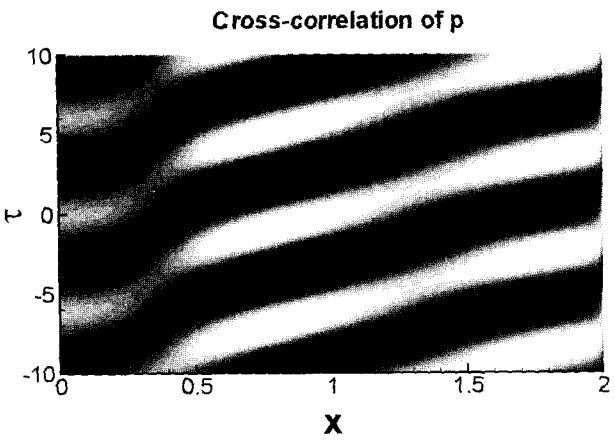

Figure 4 : Cross-correlation of pressure at y=0

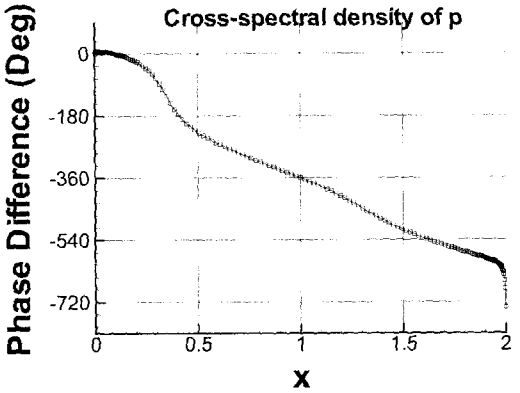

Figure 5 : Cross-spectral density of pressure at y=0

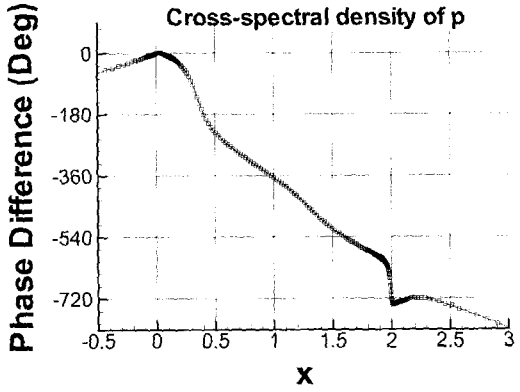

Figure 6 : Cross-spectral density of pressure at y=0.02

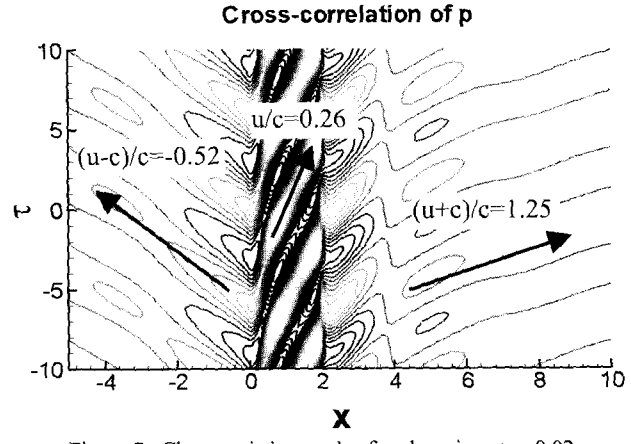

Figure 7 : Characteristic speeds of each region at y=0.02

Cross-correlation한 결과를 Fourier transform을 하면 u, v, ρ, p의 모든 변수들에 대하여, 공동 내외의 모든 영역에서 $St=Uf/L=0.6609$인 주파수에서 피크가 발생하며, 이것은 figure 4에서 나타나는 τ방향의 주기를 이용하여 계산한 결과와 동일하다. Leading edge와 downstream edge 사이에서 p에 대한 cross-spectral density를 계산한 결과는 figure 5와 같다. 위상은 편의를 위하여 $x=0$에서의 값에 대한 상대값으로 표현하였다. Figure 4와 비교검토하면, $x=0.3$을 전후하여 전파속도가 매우 느리므로 공간에 대해서는 위상이 x에 대해 빠르게 변화한다. 그리고, $x=0.4$부터는 거의 동일한 속도로 위상이 변화하며, downstream edge에 해당하는 $x=2$에서는 약 90도의 급격한 위상 변화가 발생한다. 이러한 현상은 figure 6에서와 같이 $y>0$인 구간에서도 동일하게 발생하나, $y<0$인 구간에서는 발생하지 않는다. 또한 공동의 형상이나 유입류의 조건이 다른 경우에서도 똑같이 관찰할 수 있다. 이것은 figure 2에서 볼 수 있는 바와 같이 $y>0$인 구간에서는 vortex가 downstream edge에 부딪힌 후, boundary layer의 영향으로 인하여 길쭉하게 찌그러지는 현상이 발생한다. 이것처럼 $0<x<2$ 사이에서 거의 일정한 속도로 전파되던 유동이 $x=2$를 지나 벽면의 boundary layer 안으로 들어가게 되면서 약 90도에 해당하는 갑작스런 위상 변화가 발생하게 되는 것이다.

Figure 7은 x_1을 $(1,0.02)$으로 고정하고 x_2를 $(-5,0.02)$에서 $(10,0,02)$로 변화하였을 때의 cross-correlation 결과이다. 파동의 전파속도가, 공동의 앞쪽, 공동의 위, 공동의 뒤쪽에서 각각 -0.52, 0.26, 1.25이며, 이것은 $(u-c)/c$, u/c, $(u+c)/c$에 해당한다. 유입류가 $M=0.5$이므로, 공동을 지나면서 mixing layer 영역에서 속도가 약 절반 정도로 줄어듦을 확인할 수 있으며, 공동의 주위에서는 가장 주요한 교란 성분이 유동이지만, 그 이외의 지역에서는 공동에서 발생한 소음이 가장 주요한 교란 성분임을 확인할 수 있다.

3.3 Modified Rossiter's equation

Rossiter's equation[1]은 공동에서 발생하는 공진 현상의 주파수를 예측하기 위한 식으로서, 공동에 대한 연구에 있어서 가장 널리 사용되고 있으며 식 (5)와 같다.

$$\frac{L}{U_c}+\frac{L}{c}=\frac{n-\beta}{f_n},\quad n=1,2,3,\cdots \tag{5}$$

L은 공동의 길이, U_c와 c는 각각 vortex의 속도와 speed of sound이다. n은 자연수로서 몇번째의 모드를 나타내며, f_n은 그 모드에 해당하는 주파수를 나타낸다. 그리고, β는 downstream edge에서의 유동과 소음의 phage lag을 나타낸다. 속도비에 대한 계수 $k=U_c/c$를 도입하면 Strouhal number에 대하여 식 (6)과 같이 바꿔 쓸 수 있다.

$$St_n=\frac{f_nL}{U}=\frac{n-\beta}{M+1/k},\quad n=1,2,3,\cdots \tag{6}$$

Rossiter's equation은 공동의 길이와 마하수만 알면 쉽게 이용할 수 있다는 장점이 있다. 그러나, 단순화된 실험식인만큼 맞는 것인지, 틀린 것인지를 구별하지 못할 만큼 큰 오차를 가지는 경우가 많다. 그러므로 Rossiter's equation의 물리적인 의미를 되짚어보고 정확한 식을 유도해 보고자 한다. 본 연구에서 사용된 수치해석은 모든 영역에 대하여 실시간으로 모든

유동 및 소음 변수들의 정확한 값을 계산할 수 있다. 그러므로 물리적인 의미가 타당한 식이라면, 직접 계산된 각 변수들을 이용하여 정확한 공진 주파수의 예측이 가능할 것이다.

먼저 식 (6)에 사용된 두 개의 계수 β와 k에 대해서 고찰해 보겠다. Phase lag β는 일반적으로 *1/4*이 사용되며, 이것은 figure 5, 6에서 downstream edge 주위에서 발생하는 *90*도의 급격한 위상 변화는 주기의 *1/4*에 해당하므로 타당한 값이다. 그러나 k는 일반적으로 *0.56*이 사용되나 이것은 실제적인 공동의 경계면에서의 속도비와는 차이가 크다. 그리고, 식 (5)의 좌변은 vortex와 소음이 공동의 길이를 횡단하는데 걸리는 시간을 표현하는데, 그 속도가 공간과 시간에 따라서 크게 변화하므로, 식 (7)과 같이 표현되어야 한다.

$$\int_{\text{Leading Edge}}^{\text{Downstream Edge}} \left(\frac{1}{U_c} + \frac{1}{c-U_c} \right) dl = \frac{n-\beta}{f_n}, \quad n = 1, 2, 3, \cdots \qquad (7)$$

식 (7)의 좌변 첫번째 항은 vortex를 따라 적분하여야 하고, 두번째 항은 소음의 전파 경로를 따라 적분하여야 한다. Figure 8은 vortex를 따라 그 좌표를 그린 그림이다. Vortex는 약 *x=0.1* 주위에서 생성되어 약 *x=1.8* 주위에서 붕괴한다. 그러므로 식 (8)과 같이 다시 바꿔쓸 수 있다.

$$\int_{\text{Vortex Generation Point}}^{\text{Vortex Collapsing Point}} \frac{1}{U_c} dl + \int_{\text{Vortex Generation Point}}^{\text{Acoustic Generation Point}} \frac{1}{c-U_c} dl = \frac{n-\beta}{f_n}, \quad n = 1, 2, 3, \cdots \qquad (8)$$

좌변의 두번째 항은 소음의 전파 경로를 따라 적분하여야 하지만, 그 경로를 알기가 매우 어렵고 첫번째 항에 비하여 매우 작은 값을 가진다. 그러므로 식 (9)와 같이 간단히 줄여 쓸 수 있다.

$$\int_{\text{Vortex Generation Point}}^{\text{Vortex Collapsing Point}} \left(\frac{1}{U_c} + \frac{1}{c-U_c} \right) dl = \frac{n-\beta}{f_n}, \quad n = 1, 2, 3, \cdots \qquad (9)$$

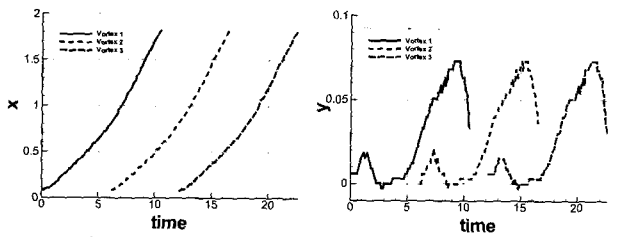

Figure 8 : Coordinates of the foremost three vortices

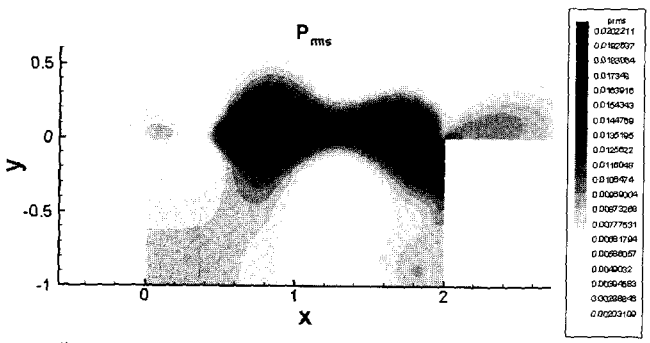

Figure 9 : Root mean square (RMS) of pressure near cavity

	n=1	n=2	n=3	n=4
Eq (9) & β=0	0.3695	0.7390	1.109	1.478
Rossiter's Eq : Eq (5)	0.3596	0.8390	1.319	1.798

(a) M_∞=*0.3* (St_{exact}=*0.7473*)

	n=1	n=2	n=3	n=4
Eq (9) & β=0	0.3341	0.6682	1.002	1.336
Rossiter's Eq : Eq (5)	0.3024	0.7056	1.109	1.641

(b) M_∞=*0.5* (St_{exact}=*0.6609*)

	n=1	n=2	n=3	n=4
Eq (12) & β=0	0.3041	0.6083	0.9124	1.217
Rossiter's Eq : Eq (7)	0.3017	0.704	1.106	1.509

(c) M_∞=*0.7* (St_{exact}=*0.5986*)

Table 1 : Predicted Strouhal numbers

식 (9)의 좌변은 figure 8의 vortex 전파 경로를 따라 적분하여야 하며, phase lag β는 vortex가 붕괴되는 위치와 공동 벽면에 위치한 소음원 사이의 위상 차이이다. 소음원의 위치를 파악하기 위하여 공동 주위의 압력값의 root mean square (RMS)값을 계산하면 figure 9와 같다. 이 경우 약 *(-0.1, 2)*가 소음원으로 작용하게 됨을 알 수 있으며 이 점과 vortex 붕괴 위치 사이의 phase lag을 계산해 보면 거의 *0*에 가깝다. 따라서 식 (9)의 β는 *0*이 적합하다.

식 (9)의 계산 결과를 원래의 Rossiter's equation인 식 (5)와 비교한 결과는 table 1과 같다. 마하수를 *0.3, 0.5, 0.7*로 변화하며 계산을 수행하였을 때, 예측된 값이 각각 *0.7390, 0.6682, 0.6083*으로 수치 해석을 결과를 통해 직접 계산된 *0.7473, 0.6609, 0.5986*과 매우 근접한 값임을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 고차 고해상도 수치기법을 이용하여 공동을 해석하였다. Cross-correlation 해석을 통해 공동 주위에서 발생하는 각 파동의 전파 특성을 파악하였으며, 압력의 경우 downstream edge 주위에서 약 *90*도에 해당하는 급격한 변화를 확인할 수 있었다. 또, 종래의 Rossiter's equation에서 공동의 길이와 속도에 해당하는 인자를 vortex가 생성되는 위치에서 vorrtex가 붕괴되는 위치 사이의 적분 형태로 바꾸고, phase lag을 vortex가 붕괴되는 위치와 소음원 위치 사이의 위상차이인 *0*을 사용함으로써 매우 정확한 예측식을 제안하였다. 공동에서 발생하는 공진 현상을 정확히 이해할 수 있었다.

후 기

본 연구는 과학재단의 특정기초 연구인 '유동과 소음의 되먹임 관계 규명 및 제어(R01-1999-000-00264-0)' 연구의 일환으로 수행되었습니다. 본 연구를 수행할 수 있도록 많은 도움을 주신 과학재단에 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

[1] J. E. Rossiter, "Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds," Technical report 3438, Aeronautical Research Council Reports and Memoranda

[2] D. Rockwell and E. Naudascher, "Review-Self-sustaining oscillatioins of flow past cavities,", Journal of Fluids Engineering,