

반응면 기법을 이용한 제트송풍기의 공력학적 수치최적설계

서성진*·김광용**

Aerodynamic Design Optimization of an Jet Fan using the Response Surface Method

Seoung-Jin Seo*, Kwang-Yong Kim**

Key Words : Jet fan(제트송풍기), Response Surface Method(반응면기법), CFD(전산유체역학), Sweep angle(스융 각), Numerical Optimization(수치최적화)

Abstract

In this study, three-dimensional incompressible viscous flow analysis and optimization using response surface method are presented for the design of a jet fan. Steady, incompressible, three-dimensional Reynolds averaged Navier-Stokes equations are used as governing equations, and standard k-ε turbulence model is chosen as a turbulence model. Governing equations are discretized using finite volume method. Sweep angles are used as design variables for the shape optimization of the impeller in response surface method. The experimental points which are needed to construct response surface are obtained from the D-optimal design and finally the shape of impeller is achieved from using a numerical optimization for the response surface which is obtained from CFD.

1. 서론

터보기계내의 유동장은 블레이드 형상에 의해 발생하는 이차유동, 와류, 경계층 박리, 후류 그리고 충격파 등과 같은 매우 복잡한 3차원 난류현상으로 인해 정밀한 유체역학적 해석이 쉽지 않은 분야이다. 그러나, 최근의 컴퓨터 성능개선과 전산유체역학 및 난류모델의 발전으로 인해 전산유체역학(CFD)적 유동 해석은 고효율 터보기계를 설계하는 데에 이미 적용되고 있으며, 최근에 이루어지고 있는 획기적인 수치계산 능력의 향상은 CFD를 이용한 최적설계 영역까지 보편화시키고 있다.

그간 널리 사용되어 온 최적설계의 기법들 중에서 구배법(gradient-based method)은 가장 보편적으로 이용되는 방법[1,2]이지만, 최적 값이 국부적인 영역에 갇혀 버릴 수 있다는 큰 단점을 갖고 있으며, 최근에 개발된 adjoint variable method[3] 역시 지금까지의 구배법 중 가장 효율적인 방법의 하나이기는 하지만, 해석 과정 중 상당한 부분을 재구성해 주어야 하는 단점이 있다. 이에 비해 전역적인 최적 값을 찾는 반응면 기법[4,5]은 구배법에 비해 많은 장점을 갖고있다. 국부적인 민감도 분석이 필요치 않으며, 필요한 정보는 다양한 방법으로 수집된다. 또한 다수의 설계 점에 대한 최적화 작업을 수행할 수 있으며, 병렬 계산이 용이하다. 이 밖에도 목적함수의 수치 해석적 잡음을 없애주어 전역적인 최적 값에 보다 근접할 수 있도록 해 준다. 최근에는 이러한 이점을 활용하여 반응면을 이용한 단일 또는 다분야간 최적화 문제가 많이 다루어지고 있다[6-8]. 본 연구에

서는 삼차원 Navier-Stokes 유동해석을 바탕으로 하는 공력학적 수치최적설계기법에 반응면 기법을 도입하여 축류형 제트송풍기의 형상설계에 응용하기 위한 연구를 수행하고자 하였다.

2. 최적설계

2.1 반응면기법

반응면기법은 실제 반응함수를 근사적인 다항 함수로 모델링하기 위해 물리적 또는 수치적인 실험으로부터 얻어진 결과들을 이용하는 일련의 수리 통계적 기법이다[5]. 실제 반응함수 f 는 알 수 없거나 매우 복잡한 형태를 취하고 있으므로 적절한 가정은 반응면 기법의 성공 여부와 직접적으로 연관되어 있다. 본 연구에서는 실제 반응함수 f 의 형태를 다음과 같이 이차 다항식으로 가정하여 반응면을 구성하였다.

$$\eta = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

여기서, k 은 설계변수의 수를 의미하며, β_0, β_j, \dots 등은 반응함수의 회귀상수를 의미한다. 이 회귀상수들은 유동해석을 통해 얻어진 실험 데이터로부터 최소자승법(least squares method)을 이용하여 결정하였다.

구성된 다항식 반응면의 각 항에 속한 회귀상수들은 ANOVA(Analysis of Variance)와 t-statistics를 통해 타당성을 평가하였다. t-statistics 값의 역수는 계수의 값에서 표준편차(standard deviation)가 차지하는 비율로서 이 값이 작을수록 낮은 정확도를 갖는 계수가 된다. t-statistics가 허용할 수 있는

* 인하대학교 대학원, mrroi@netian.com

** 인하대학교 기계공학과, kykim@inha.ac.kr

최소 값은 오로지 사용자의 판단에 달려 있으며, 이 값들은 반응면 모델을 구성하기 위해 사용되는 실험 반응 값의 개수와 밀접한 관계가 있는 것으로 알려져 있다. 구성된 반응모델에서 정확도가 떨어지는 항을 제거함으로써 반응모델의 신뢰도를 높이고 예측성을 향상시킬 수 있다. 임의의 항이 전체적인 반응모델의 신뢰도에 미치는 영향을 평가하는 방법으로서 R^2_{adj} 을 이용할 수 있다.

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{SS_E / (n - p)}{S_{yy} / (n - 1)} \quad (2)$$

여기서, SS_E 는 오차제곱의 총 합이며, S_{yy} 는 반응 함수 제곱 값의 총합이다. R^2_{adj} 의 값이 클수록 정확한 반응모델이 구성되었음을 의미하며, 반응모델이 실제 반응함수를 잘 반영함으로써 얻을 수 있는 최대의 R^2_{adj} 값은 1.0이다. 보통의 경우 R^2_{adj} 의 값이 0.9~1.0의 값을 가질 경우 타당한 반응 모델이라고 판단할 수 있다.

2.2 설계변수 및 목적함수

본 연구에서는 반응면 기법을 적용하기 위한 수치 실험점을 결정하기 위해 RANS 해석기법을 이용하여 25개의 수치 실험점을 얻었다. 목적함수 F는 난류에너지생성률(G)과 압력수두(H)의 비를 사용하였으며 익형의 형상을 구성하기 위한 설계변수로서 날개중간에서의 스위프각(sweep angle at the middle, γ_m)과 날개 끝에서의 스위프각(sweep angle at the tip, γ_t), 2개의 변수를 설계변수로 채택하였다. 스위프각은 반경방향 날개길이에 대한 백분율로 나타내어지며 다음과 같은 구속조건을 사용하였다.

$$-0.1 \leq \gamma_m \leq -0.2, -1.6 \leq \gamma_t \leq -0.8 \quad (3)$$

각 설계 변수들은 -1에서 1까지 무차원화 하였다.

2.3 실험 계획법

본 연구에서는 실험점의 선택방법에 따른 실험점의 개수에 따라 반응면을 구성하는 데 미치는 영향을 파악하고자 하였다.

첫 번째 방법으로 경험적으로 얻어진 실험점을 모두 선택하여 반응면을 구성하였다(Case I). 두 번째로 Case I의 실험점들 중에서 3^k -완전계승법(Full Factorial Method)에 의한 총 9개의 실험점을 추출(Table 1)한 후 반응면을 구성하였다(Case II). 이 방법은 설계 공간 내에서 각 설계 변수들의 최소값과 최대값을 설정하고, 이를 [-1, +1]의 값을 갖는 무차원 값으로 변환한 후, 여기에 중심점을 추가해 모든 설계 변수의 [-1, 0, +1] 조합에 대해 수치 실험을 시행하는 방법이다. 마지막으로, D-최적화 기법은 설계 공간 내에서 실험점을 선택할 때, $|X^T X|$ 를 최대화하도록 하는 점들을 선택하는 기법으로, 일련의 시행착오적 최적화 기법을 통해 설계 점들의 집합을 찾는 D-optimal 기법을 사용하여 반응면을 구성하였다. 이 방법에서는 2개의 설계변수를 사용할 경우 6개의 미지 상수를 결정하여야 하는 데 이 방법에 의해 25개의 추천된 수치 실험점들 중에서 6개의 수치 실험점이 선택되었고, 각각의 경우에 사용된 실험점을 Table 1에 나타내었다.

3. 결과 및 검토

본 연구에서는 채택된 축류 제트팬은 8개의 익형 형상을 갖는 날개를 가지고 구성되어 있으며, 허브 반지름은 55mm, 날개 끝단까지의 반지름은 100mm, 외벽(casing)까지의 반지름은 104mm이다. 270×30×55개의 격자점들을 사용하여 대수적인 방법으로 수치해석을 위한 격자계를 구성하였다(Fig. 1). 축방향으로 입구부에서 88개, 날개부에서 25개, 날개를 지난 하류부까지는 157개를 사용하였다. 이 격자계는 수치최적설계 및 반응면 기법을 이용한 제트팬의 설계에 적용하기 위해 NACA Four-digit Wing Section을 이용하여 날개 형상을 구현하였다.

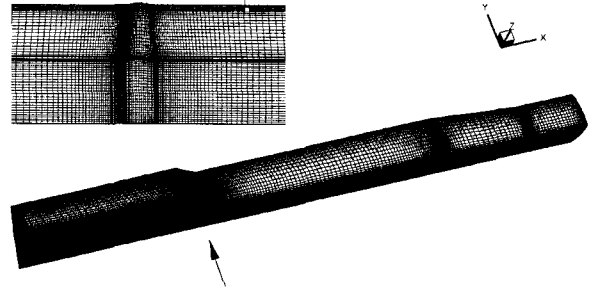


Fig. 1 Grid system

유동해석을 위해 작동유체는 표준대기상태의 공기를 사용하였으며, 밀도는 1.2 kg/m^3 , 점성은 $1.8E-5 \text{ N}\cdot\text{S/m}^2$ 이고, 날개의 회전속도는 작동속도인 3,400rpm으로 하여 계산하였다. 또한 허브 이하의 고체부분을 처리하기 위해서 점성값을 크게 하였다. 경계조건으로는 입구경계면에서 균일 속도분포를 가정하였으며, 출구경계면에서 축방향 모든 변수들의 구배가 무시된다는 조건을 도입하였다. 또한 주기경계면은 계산영역을 Fan의 날개와 날개사이의 구간만으로 설정함에 따라 두면 사이의 모든 물리적인 양들이 같다는 주기조건을 적용하였다.

한번의 완전히 수렴된 유동해석 결과를 얻기 위해서 3,000회의 반복계산을 수행하였으며, 반복계산에 따른 Residual의 변화를 Fig. 2에 나타내었다.

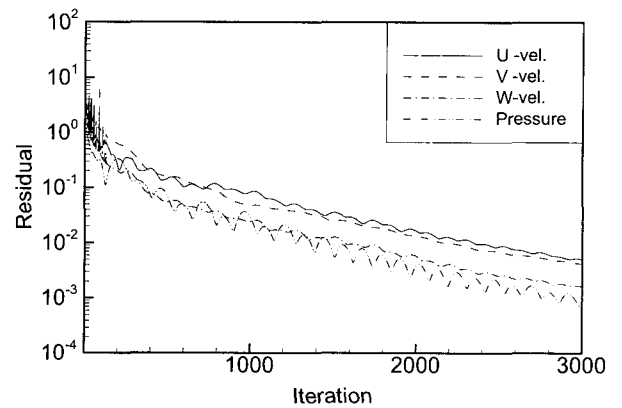


Fig. 2 History of residual

각각의 미지상수는 통계학 상용 소프트웨어인 SPSS를 사용하여 구하였다. 완성된 반응함수는 t-검정과 adjust R^2 법을 사용하여 만족할 만한 신뢰도를 얻을 수 있었다. ANOVA와 회귀분석의 결과는 Table 2에 정리하였으며, 이에 대한 미지상수의 값은 Table 3과 같다.

Table 1 Experimental points

No.	Case I		Case II	Case III
	γ_m	γ_t		
1	-1.0	-1.0	V	V
2	-0.5	-1.0		
3	0.0	-1.0	V	
4	0.5	-1.0		
5	1.0	-1.0	V	V
6	-1.0	-0.25		
7	-0.5	-0.25		
8	0.0	-0.25		
9	0.375	-0.25		
10	1.0	-0.25		
11	-1.0	0.0	V	
12	-0.5	0.0		
13	0.0	0.0	V	V
14	0.375	0.0		
15	1.0	0.0	V	
16	-1.0	0.5		
17	-0.5	0.5		
18	0.0	0.5		
19	0.5	0.5		
20	1.0	0.5		
21	-1.0	1.0	V	V
22	-0.5	1.0		
23	0.0	1.0	V	V
24	0.5	1.0		
25	1.0	1.0	V	V

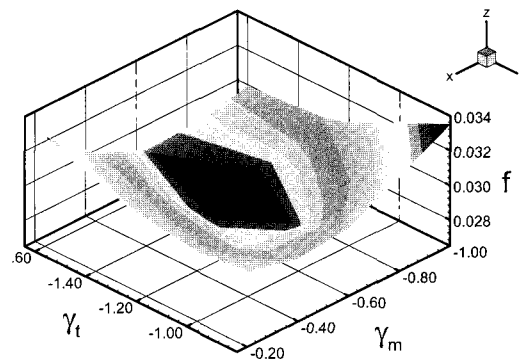
Fig. 3(a)에서 RANS에 의해 얻어진 설계변수와 목적함수의 관계를 나타내었으며 Fig. 3(b), Fig. 3(c) 그리고 Fig. 3(d)에서는 Case I, Case II 그리고 Case III의 경우 위에서 언급한 과정을 통하여 구성된 반응면을 나타내었다. Fig. 3을 살펴보면, Case III의 경우 나머지 (a), (b) 그리고 (c)의 반응면과 차이가 있음을 볼 수 있다. 이러한 이유는 D-optimal 기법을 적용하여 반응면을 구성할 경우 충분한 신뢰도를 갖는 반응 모델을 얻기 위해서는 반응 모델 계수 보다 많은 실험점을 필요로 하나 개수의 1.5배수의 실험점을 사용할 경우 Case II의 경우와 동일하게 됨으로 본 연구에서는 D-optimal 기법이 가능한 가장 작은 값을 선택하여 사용하였기 때문인 것으로 사료된다.

따라서 이러한 문제점의 원인을 확실하게 규명하기 위해서는 차후에 설계 변수를 증가시켜가며 설계변수와의 관계를 고찰하여야 할 것으로 보인다.

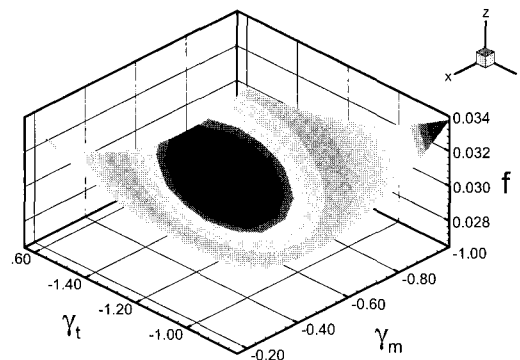
Fig. 3에 보여진 반응면의 최적값을 찾기 위한 최적화 기법으로 선형 계획법(linear programming)을 사용하였으며 그 결과를 Table 4에 나타내었다. Table 4를 살펴보면, Case I, Case II 그리고 Case III 세 경우 모두 신뢰할 만한 결과를 얻었음을 알 수 있다. 특히, 각각의 설계변수 및 그에 따른 최적값은 25개의

Table 2 Results of ANOVA and regression analysis

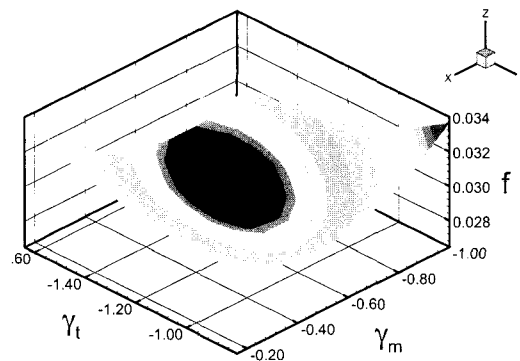
	R	R ²	Adjusted R ²	Std. error of the estimate
Case I	.994	.988	.984	1.59E-04
Case II	.998	.995	.987	1.760E-04
Case III	1.000	1.000	1.000	.



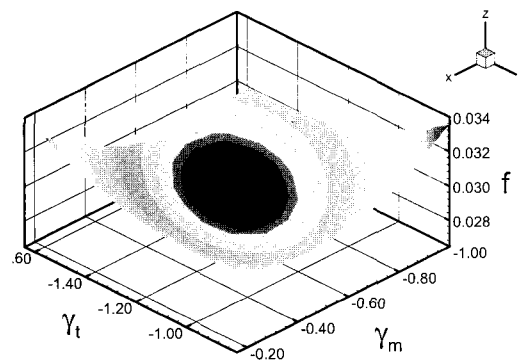
(a) RANS



(b) Case I (by total experimental data)



(c) Case II (by full factorial)



(d) Case III (by D-optimal)

Fig. 3 Response surface

실험점을 사용한 Case I과 9개의 실험점만을 Case II의 결과를 볼 때 그 차이가 미미하며 세 경우 중 D-optimal의 경우가 Case I과 Case II보다 오차가 더 작음을 알 수 있었다.

Table 3 Coefficients of response surface function

	Case I		Case II		Case III	
	Coeff.	Std. error	Coeff.	Std. error	Coeff.	Std. error
β_0	0.0372	0.001	0.0372	0.001	0.03863	0.000
β_1	0.0039	0.001	0.0047	0.001	0.00276	0.000
β_2	0.0107	0.001	0.0103	0.002	0.01395	0.000
β_3	0.0124	0.000	0.0126	0.001	0.01104	0.000
β_4	-0.0091	0.000	-0.0088	0.001	-0.00880	0.000
β_5	-0.0062	0.000	-0.0062	0.001	0.00760	0.000

Table 4 The results of optimization

	γ_m	γ_t	f (RSM)	f (RANS)	Error
Case I	-0.6539	-1.344 9	0.02876	0.02882	7.12e-5 0.25%
Case II	-0.6533	-1.337 4	0.02875	0.02883	7.16e-5 0.25%
Case III	-0.6366	-1.285 4	0.02879	0.02881	2.17e-5 0.08%

Fig. 4에 초기 형상에 대한 유동해석의 결과인 압력면(a)과 흡입면(c) 그리고 두 단면의 중간부분(b)에서의 속도에 대한 유선을 나타내었고, Fig. 5에서는 Case I의 결과로서 얻어진 설계 변수에 대한 유동해석의 결과를 나타내었다. Fig. 4와 Fig. 5를 비교해보면 두드러지게 나타나는 현상은 날개 후단 팁부근에서의 유동박리가 넓은 영역에서 발생하고 있는 것을 관찰할 수 있었으나 최적화 된 날개 형상의 유동해석 결과에서는 유동박리의 영역이 상당히 작아졌음을 볼 수 있었다.

4. 결론

본 연구에서는 삼차원 Navier-Stokes 유동해석을 바탕으로 하는 공력학적 수치최적설계기법에 반응면 기법을 도입하여 축류형 제트송풍기 블레이드의 형상을 설계하기 위한 연구를 수행하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) Full Factorial Method(Case I)와 D-optimal method(Case II)를 사용하여 구성된 반응면은 25개의 실험점을 사용하여 구성된 반응면과 비교할 때 그 차이가 매우 작음을 알 수 있었다.

(2) 위의 세 방법에 의해 구성된 반응면으로부터 수치 최적화를 수행한 결과로부터 얻어진 목적함수의 값들은 차이가 거의 없었으며 유동해석으로부터 얻어진 목적함수의 값들을 매우 정확하게 예측하고 있음을 알 수 있었다.

(3) 최적설계 된 후의 유동해석 결과 날개 후단 팁부근에서 발생하던 유동박리에 의한 손실 영역이 상당히 작아졌음을 볼 수 있었다.

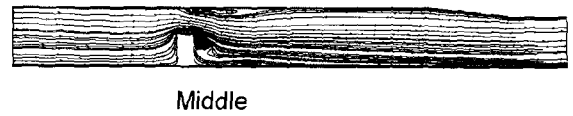
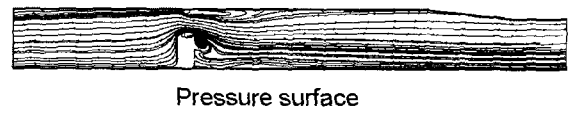


Fig. 4 Streamlines on the pressure, middle and Suction surface for initial shape



Fig. 5 Streamlines on the pressure, middle and Suction surface for final shape

참고문헌

- [1] Lee, S. Y. and Kim, K. Y., 2000, "Design Optimization of Axial Flow Compressor Blades with Three-Dimensional Navier-Stokes Solver," ASME paper 2000-GT-0488.
- [2] Chung, J., Shim, J., and Lee, K. D., 2000, "3D Transonic Compressor Design Optimization with Quasi-3D Flow Physics," ASME FEDSM00-11075.
- [3] Jameson, A., Pierce, N. A., Maritelli, L., 1997, "Optimum Aerodynamic Design Using the Navier-Stokes Equations," AIAA 97-0101.
- [4] Myers, R. H., Montgomery, D. C., 1995, Response Surface Methodology: Process and Product optimization Using Designed Experiments, John Wiley & Sons.
- [5] Shyy, W., Papila, N., Vaidyanathan, R., and Tucker, K., 2001, "Progress in Aerospace Science," Vol. 37, pp. 59-118.
- [6] Madsen, J.I., Shyy, W. and Haftka, R.T., 2000, "Response Surface Techniques for Diffuser Shape Optimization," AIAA Journal, Vol. 38, pp. 1512-1518.
- [7] Sevant, N. E., Bloor, M. I. G., and Wilson, M. J., 2000, "Aerodynamic Design of a Flying Wing Using Response Surface Methodology," J. Aircraft, Vol. 37, No. 4, pp. 562-569.
- [8] Sobieszczanski-Sobieski, J. and Haftka, R. T., 1996, "Multi disciplinary Aerospace Design Optimization: Survey of Recent Development," AIAA 96-0711.