

난류 채널 유동에서 폴리머 첨가제에 의한 최대 항력감소

민태기*·최해천**·유정열***

Maximum drag reduction in turbulent channel flow by polymer additives

Taegee Min*, Haechon Choi** and Jung Yul Yoo***

Keywords : Maximum drag reduction(최대항력감소), Polymer (폴리머), Elastic energy (탄성에너지)

Abstract

Maximum drag reduction (MDR) in turbulent channel flow by polymer additives is studied by direct numerical simulation. An Oldroyd-B model is adopted to express the polymer stress because it is believed that MDR is closely related to the elasticity of the polymeric liquids. The Reynolds number based on the bulk velocity and the channel height is 4000. MDR in the present study is 44% and this is in a good agreement with the Virk's asymptote. Turbulence statistics are also in good agreements with the experimental observation. In the 'large drag reduction', the decrease of turbulent kinetic energy is compensated by the increase of energy transfer from the polymer to the flow. Therefore, MDR is a dynamic equilibrium state of the energy transfer between the polymer and the flow.

1. 서론

Toms[1]에 의해 관내 난류유동에서 극소량의 폴리머의 첨가가 항력감소를 유발시킨다는 사실이 알려진 후 많은 연구들이 진행되어 왔다. 이러한 폴리머 첨가제에 의한 난류 항력감소에서 가장 특이한 현상은 '항력감소의 시작' (onset of drag reduction)[2]과 '최대항력감소'(maximum drag reduction, MDR)[3]이다. 즉, 폴리머를 첨가하기만 하면 항력감소가 시작되는 것이 아니라 일정한 농도 이상에서만 항력감소가 일어난다는 것이다. 또한 계속 농도를 증가시켜 주었을 때 항력감소의 양은 증가하지만 어느 농도 이상에서는 더 이상 항력감소가 일어나지 않는다.

대개의 난류항력감소에서 최대항력감소는 유동장이 층류로 바뀌면서 발생한다. 하지만 폴리머 첨가제에 의한 최대항력감소 유동장은 층류가 아닌 난류유동장으로 많은 연구자들의 관심을 끌고 있다. Warholic et al.[4]은 실험적인 연구들 통하여 폴리머 첨가제에 의한 항력감소를 고찰하였다. 그들은 폴리머 항력감소에는 두 가지 다른 경향이 존재함을 발견하고 '작은 항력감소'와 '큰 항력감소'로 구분하여 각각의 경우에 따라 난류량의 변화를 보고 하였다. 특히 최대항력감소에서 레이놀즈 응력이 거의 0이 됨에도 불구하고 난류가 유지됨을 보였는데 그들은 이러한 최대항력감소에서 폴리머가 난류를 유지하는 역할을 한다고 설명하였다.

최근 직접수치모사(Direct numerical simulation, DNS)를 이용하여 폴리머 첨가제에 의한 난류항력감소에 대한 연구들이 수행되었다[5-7]. 이들은 인공점성기법을 사용하였는데 이 기법

은 폴리머 항력감소에서 매우 중요한 역할을 하는 급격한 폴리머 응력 구배를 감소시켜 유동장의 왜곡이 심하게 된다[8]. 따라서 그들은 원하는 항력감소를 얻기 위해 이론적인 연구들이나 실험적인 관찰에서 보고된 값보다 훨씬 높은 Weissenberg 수에서 수치모사를 수행해야 했다.

한편 Min et al.[9, 10]은 수정된 컴팩트 상류차분기법을 이용하여 DNS를 수행하였다. 그들은 이론적인 연구들이나 실험적인 연구들에서 제시된 Weissenberg 수에서 항력감소가 시작됨을 볼 수 있었고 실험에서 측정된 여러 가지 난류량들도 잘 일치하였다. 특히 그들은 de Gennes[11]의 탄성에너지 이론을 바탕으로 폴리머 탄성에너지의 수송방정식을 유도하였으며 이를 유동 에너지의 수송방정식과 함께 해석하여 다음과 같은 항력감소 메커니즘을 제시하였다. 유동장에서 전해지는 폴리머의 탄성에너지는 대부분 점성저층에 저장된다. 이렇게 저장된 에너지는 벽면 근처의 난류운동에 의해 유체가 벽쪽에서 먼 쪽으로 이동되면서 따라 이동하게 된다. 폴리머의 응력완화시간(relaxation time)이 짧은 경우, 폴리머 탄성에너지는 점성저층을 충분히 벗어나기 전에 소산되거나 점성저층의 유동장으로 전이되므로 항력의 변화는 없게 된다. 하지만 응력완화시간이 충분히 긴 경우, 폴리머 탄성에너지는 완충층이나 로그층에 이르러 소산되거나 그곳의 유동장에 에너지를 전이하게 되어 항력은 감소한다.

본 연구는 Min et al.[9, 10]의 연장에서 이루어지는 것으로 '큰 항력감소'와 MDR 근처의 유동장을 고찰하도록 한다. 폴리머 응력을 모사하기 위해 Oldroyd-B 모델이 채택되었고 평균속도와 채널 높이로 무차원화한 레이놀즈수($Re_b = U_b h / \nu$)는 4000이다.

* 서울대 정밀기계설계공동연구소

난류제어연구단, tmin@eddy.snu.ac.kr

** 서울대 기계항공공학부, choi@socrates.snu.ac.kr

*** 서울대 기계항공공학부, jyyoo@plaza.snu.ac.kr

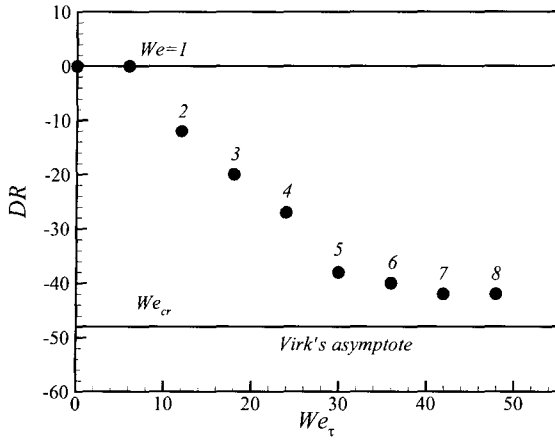


Fig. 1 Drag variations with the Weissenberg number

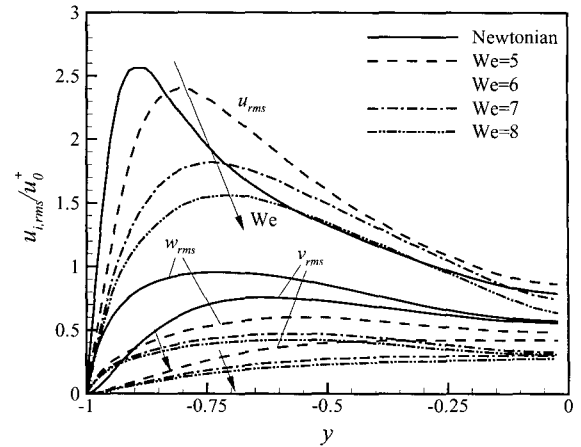


Fig. 3 Rms velocity fluctuations

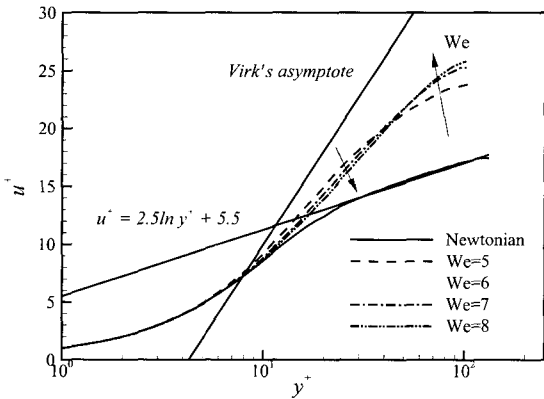


Fig. 2 Mean streamwise velocity

2. 지배방정식 및 수치기법

2.1 지배방정식

Oldroyd-B 모델을 사용한 점탄성 유체유동의 무차원화된 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\beta}{\text{Re}} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1-\beta}{\text{Re}} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

$$\tau_{ij} + \text{We} \left(\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + u_m \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} - \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \tau_{mj} - \frac{\partial u_j}{\partial x_m} \tau_{mi} \right) = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}. \quad (3)$$

여기서 u_i 는 속도, p 는 압력, τ_{ij} 는 폴리머응력, $\text{Re} (= U\delta/\nu)$ 는 Reynolds 수, $\text{We} (= \lambda U/\delta)$ 는 Weissenberg 수, U 는 완전발달 층류유동의 중심속도 ($U = 1.5 U_b$), δ 는 채널 높이의 반 ($\delta = 0.5h$), ν 는 점도, λ 는 응력완화시간, 그리고 β 는 전체 점도에 뉴턴유체성분이 기여하는 비율이다. 본 연구에서, β 는 0.9이다. $\text{Re} = 3000$ ($\text{Re}_b = U_b h/\nu = 4000$; $\text{Re}_\tau = u_w \delta/\nu \approx 135$)에 대해 주유동방향(x), 수직방향(y), 폭방향(z)으로 $128 \times 97 \times 192$ 의 격자계가 $14\delta \times 2\delta \times 7\delta$ 의 계산영역에 사용되었다 ($\Delta x^+ \approx 15$, $\Delta y^+_{\min} \approx 0.4$; $\Delta z^+ \approx 5$). 여기서, u_w 는 뉴턴 유체의 경우 ($\beta = 1$) 벽면마찰속도이다.

2.2 수치기법

수치기법은 준 내재적 분할기법으로 식(1)의 속도 확산 항과 폴리머 응력의 미분항에는 Crank-Nicolson 기법이 사용되었고 식(1)의 속도 대류항과 식(3)의 모든 항은 Runge-Kutta 기법이 사용되었다. 또한 공간 차분기법으로는, 식(1)의 폴리머 응력의 미분에는 4차 정확도의 콤팩트 도식(COM4; Lele[12])이, 식(3)의 폴리머 응력의 대류항에는 개선된 콤팩트 상류차분도식(MCUD3; Min et al.[8])이 사용되었다. 그 외 모든 항은 2차 정확도의 중심차분도식이 사용되었다. 보다 자세한 수치기법은 Min et al.[10]에 기술되어 있다.

3. 결과 및 토의

3.1 항력 및 평균 유동

Figure 1은 Weissenberg 수에 따른 항력의 변화이다. 여기서 We_τ 는 $\lambda u_w^2/\nu$ 로, DR 은 아래와 같이 평균압력구배의 차이로 정의 된다.

$$DR = \frac{\left. \frac{d\bar{p}}{dx} \right|_{\text{Newtonian}} - \left. \frac{d\bar{p}}{dx} \right|_{\text{We}}}{\left. \frac{d\bar{p}}{dx} \right|_{\text{Newtonian}}}. \quad (4)$$

여기서 $\left. \frac{d\bar{p}}{dx} \right|_0$ 는 뉴턴유체에서의 평균압력구배이다. $\text{We} \leq 4$ 의 결과는 Min et al.[9, 10]의 것으로, 전체적으로는 Weissenberg 수가 증가함에 따라 항력감소가 크게 일어남을 알 수 있다. 또한 $\text{We} > 4$ 에서는 항력감소의 크기가 점차 완화되어 Virk의 최대항력감소근사(MDR asymptote)[3]에 접근함을 볼 수 있다. 참고로 Fig. 1에 표시된 Virk의 접근값은 파이프 유동에 대한 것으로 본 연구에서 행해진 채널유동과 정확히 일치하지 않을 수 있다.

Figure 2는 시간 평균된 주유동방향속도를 나타낸 것이다. Virk의 평균유동에 대한 최대항력감소근사[3]에 대체적으로 일치하고 있지만 항력과 달리 그 차이가 조금 크다. 이는 Virk의 최대항력감소에 대한 근사가 원관에 대한 것이라는 점과 평균유동의 경우 그 결과는 $\text{Re}_b > 10000$ 에서 실험적으로 구해진 점에 기인한다.

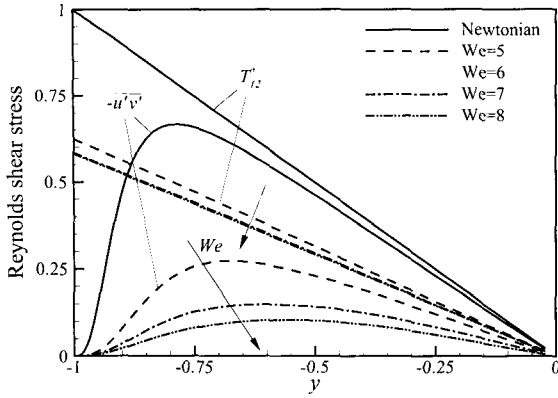


Fig. 4 Reynolds shear stress

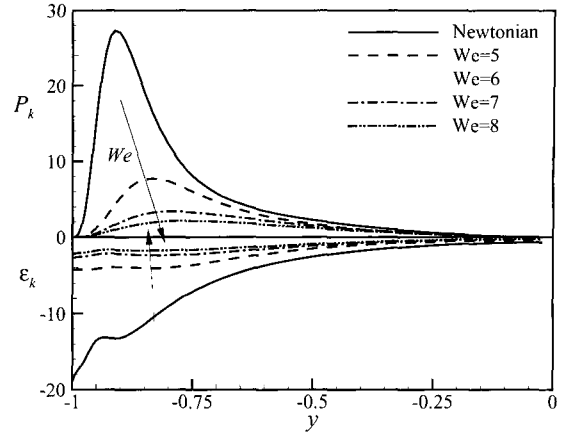


Fig. 6 Gain and loss of the turbulent kinetic energy

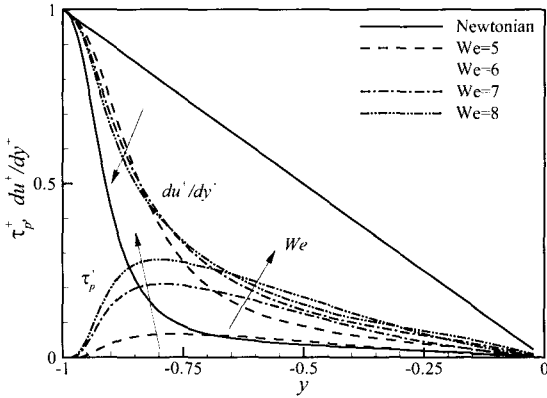


Fig. 5 Momentum deficit and mean velocity gradient

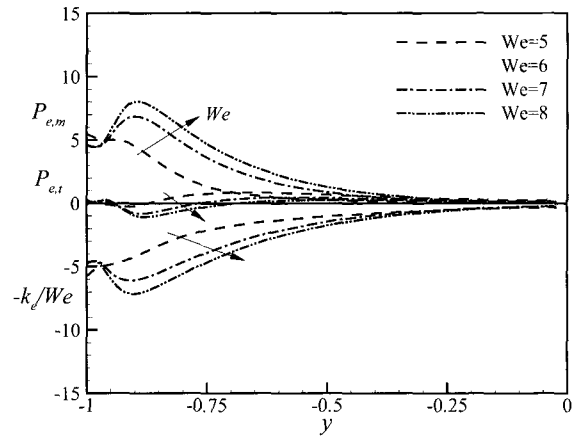


Fig. 7 Gain and loss of the polymer elastic energy

3.2 난류량

Figure 3은 속도섭동성분들의 rms 이다. v_{rms} 와 w_{rms} 는 ‘작은 항력감소’와 마찬가지로 Weissenberg수의 증가에 따라 감소한다. 재미있는 것은 u_{rms} 인데, ‘작은 항력감소’($We \leq 4$)에서 이들은 점성저층에서는 감소, 완충층과 로그층에서는 증가하였다 [10, 11]. 하지만 그림에서 보듯이 ‘큰 항력 감소’에서는 모든 영역에서 감소하기 시작한다. 이러한 rms의 변화는 Warholic et al.[4]의 실험적 관찰과도 일치한다.

Figure 4는 레이놀즈 전단 응력을 나타낸 것이다. Weissenberg 수가 증가함에 따라 레이놀즈 전단 응력이 급격히 감소함을 볼 수 있다. 폴리머 항력감소의 중요한 특징중의 하나인 운동량 부족분(momentum deficit; τ_p^+)을 Figure 5에서 나타내었다. 운동량 부족분은 전체 운동량 평형에서 아래와 같이 표시되는 양으로,

$$T_{12}^+ = \frac{du^+}{dy^+} + \tau_p^+ - \frac{\overline{u'v'}}{u^2} \quad (5)$$

여기서 τ_p^+ 가 운동량 부족분이다. Weissenberg 수의 증가에 따라 운동량 부족분은 레이놀즈 응력과는 반대로 크게 증가하게 된다. 주목할 점은 평균유동의 기울기 du^+/dy^+ 가 벽 근처에서 감소하고 벽에서 먼 쪽에서는 증가한다는 점이다. 큰 항력감소에서 이러한 변화들은 궁극적으로 최대항력감소와 연관되는데 이 영향에 대해서는 다시 논의하기로 한다.

3.3 폴리머의 탄성에너지와 MDR 메커니즘

Min et al.[9, 10]은 de Gennes[11]가 제시한 폴리머 탄성에너지 기반의 유동장과 폴리머 상호간의 에너지 전달을 보임으로써 폴리머 첨가제에 의한 난류항력감소를 규명하였다. 이러한 에너지 전달은 각각 다음과 같이 표시되는 항들에 의해 설명된다.

$$P_k = -\overline{u'v'} \frac{dU}{dy}, \quad \epsilon_k = \frac{\beta}{Re} \frac{\overline{\partial u'_i}}{\partial x_j} \frac{\overline{\partial u'_i}}{\partial x_j},$$

$$P_{e,m} = \frac{1-\beta}{Re} \tau_{12} \frac{dU}{dy}, \quad P_{e,t} = \frac{1-\beta}{Re} \frac{\overline{\partial u'_i}}{\partial x_j} \tau'_{ij}, \quad (6)$$

여기서 P_k 는 평균유동장과 난류유동장의 에너지 교환율, $P_{e,m}$ 은 평균유동장과 폴리머, 그리고 $P_{e,t}$ 는 난류유동장과 폴리머와의 에너지 교환을 나타낸다. 또한 ϵ_k 는 난류유동에너지의 소산율 나타낸다.

Figures 6과 7은 이상과 같이 정의된 에너지 교환량들을 나타낸 것이다. 난류운동에너지의 경우 레이놀즈 응력의 급격한 감소로 평균유동장에서 얻는 에너지가 매우 적어짐을 볼 수 있다. 또한 벽 근처 평균유동구배가 벽 근처에서 감소하고 먼 쪽에서 증가함에 따라 ‘작은 항력감소’에서와 달리 벽 근처에 폴리머 탄성에너지로 저장된 에너지의 양이 벽에서 먼 쪽 보다 오히려 작아지게 된다. 따라서 벽 근처의 난류에너지가 풀

리머에 의해 벽에서 먼쪽의 유동장으로 전이되어 그곳의 난류 에너지를 증가시키는, '작은 항력감소'의 가장 큰 특징은 더 이상 없게 된다. 따라서 유동장 전반에 걸쳐 난류에너지는 감소하게 된다. 한편 P_{ei} 는 계속 감소하여 음수로 커져 감을 볼 수 있는데 이는 폴리머 탄성에너지가 난류유동장으로 에너지를 돌려주는 것을 의미한다. 따라서 전체적으로 난류는 감소하게 되지만 이는 P_{ei} 에 의해 저지되므로 어느 순간 더 이상의 항력감소가 일어나지 않는 MDR의 평형을 이루게 되는 것이다.

4. 결론

난류 채널 유동에서 폴리머 첨가제에 의한 최대항력감소(MDR)를 직접수치모사로 해석하였다. 사용된 수치기법은 Min et al.[8-10]과 동일하며 폴리머 응력을 모사하기 위해 Oldroyd-B모델이 사용되었다. 본 연구에서 구해진 최대항력감소량은 Virk의 MDR 근사와 잘 일치하였으며 난류량의 거동 역시 Warholic et al.[4]의 실험적인 관찰과 잘 일치하였다. '작은 항력감소'와 달리 '큰 항력감소'에서는 전체 유동장에 걸쳐 난류에너지가 감소하게 된다. 하지만 동시에 폴리머가 난류유동장에 돌려주는 에너지가 증가함에 따라 난류의 감소는 저지 받게 되며 이에 따라 어느 한도에서 MDR의 평형을 이루게 된다.

후 기

본 연구는 창의적연구진흥사업의 지원으로 이루어졌으며 관계자 여러분께 감사를 드립니다.

참고문헌

- [1] Toms, B. A., Some observations on the flow of linear polymer solutions through straight tubes at large Reynolds numbers, Proc. 1st International Congress on Rheology 2, (1949), pp. 135-141.
- [2] Virk, P. S., Merrill, E. W., Mickley, H. S., Smith, K. A. and Mollo-Christensen, E. L., The Toms phenomenon-turbulent pipe flow of dilute polymer solutions, J. Fluid Mech., Vol. 30, (1967), pp. 305-328.
- [3] Virk, P. S., An elastic sublayer model for drag reduction by dilute solutions of linear macromolecules, J. Fluid Mech., Vol. 45, (1971), pp. 417-440.
- [4] Warholic, M. D., Massah, H. and Hanratty, T. J., Influence of drag-reducing polymers on turbulence: effects of Reynolds number, concentration and mixing, Exp. Fluids, Vol. 27, (1999), pp. 461-472.
- [5] Sureshkumar, R., Beris, A. N. and Handler, R. A., Direct numerical simulation of the turbulent channel flow of a polymer solution, Phys. Fluids., Vol. 9, (1997), pp. 743-755.
- [6] Dimitropoulos, C. D., Sureshkumar, R. and Beris, A. N., Direct numerical simulation of viscoelastic turbulent channel flow exhibiting drag reduction: effect of the variation of rheological parameters, J. Non-Newtonian Fluid Mech. Vol. 79, (1998), pp. 433-468.
- [7] Ptasiński, P., Boersma, J., Nieuwstadt, F. T. M., van den Brule, H. A. A. and Hunt, J. C. R., Turbulent channel flow near maximum drag reduction: simulations, experiments and mechanisms, submitted to J. Fluid. Mech., (2002).

- [8] Min, T., Yoo, J. Y. and Choi, H., Effect of spatial discretization schemes on numerical solutions of viscoelastic fluid flows, J. Non-Newtonian Fluid Mech., Vol. 100, (2001), pp. 27-47.
- [9] Min, T., Yoo, J. Y., Choi, H. and Joseph, D. D., Direct numerical simulation of turbulent drag reduction by polymer additives, Proc. 53rd Annual Meeting of Annual Meeting of American Physical Society Division of Fluid Mechanics, (2000), p. 157.
- [10] Min, T., Yoo, J. Y., Choi, H. and Joseph, D. D., A role of elastic energy in turbulent drag reduction by polymer additives, Proc. 2nd International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, (2001), pp. 35-40.
- [11] De Gennes, P. G., Introduction to Polymer Dynamics, Cambridge University Press, (1990).
- [12] Lele, S. K., Compact finite difference schemes with spectral-like resolution, J. Comput. Phys., Vol. 103, (1992), pp. 16-42.