

Upwind Navier-Stokes 방법을 이용한 굴곡면에 충돌하는 초음속 제트유동의 수치 해석적 연구

서정일* · 송동주**

A Numerical Analysis of Supersonic Impinging Jet Flows on Curved Surfaces using Upwind Navier-Stokes Method

Jeong Il Seo* and Dong Joo Song**

Key words : Impinging Jet, Curved Surface, Supersonic, CFD

Abstract

For the purpose of Thermal Protection Material design problem, a numerical analysis of axisymmetric high temperature supersonic impinging jet flows of exhaust gas from combustor on curved surfaces has been accomplished. A modified CSCM Upwind Navier-Stokes method which is able to cure the carbuncle phenomena has been developed to study strong shock wave structure and thermodynamic wall properties such as pressure and heat transfer rate on various curved surfaces. The results show that the maximum heat transfer rate which is the most important parameter affecting thermo-chemical surface ablation on the plate did not occur at the center of jet impingement, but rather on a circle slightly away from the center of impingement and the shear stress distribution along the wall is similar to the wall heat transfer rate distribution.

1. 서론

캐니스터(canister) 형태의 유도무기 발사장치설계에 대두되는 중요한 공학적 문제는 로켓발사의 안정된 운용을 위한 로켓과 발사대의 상호작용 규명과 로켓발사 시 로켓추진에 의한 고온고압의 연소가스로부터 발사장치의 보호이다. 고온고압의 로켓추진가스는 온도가 3000K까지 올라가는 고온유동일 뿐만 아니라 로켓노즐에서의 유동속도가 2500m/sec인 초음속 내부유동이며, 연소압력이 80기압 이상의 초고압 유동장이며 또한 로켓추진체의 연소물이 혼합된 화학적 반응기체의 유동이다. 이러한 극심한 공기열역학적 하중으로부터 발사장치운용의 안정성 확보 및 발사대 내부를 보호하기 위하여 열보호재가 사용된다.

열유입특성에 따른 열보호재의 종류 및 안전율을 고려한 열보호재의 두께설계에서 열보호재 표면에 가해지는 열유입조건 즉 바닥 열보호재의 벽면압력, 표면 열전달률 및 경계층에서의 각종 공기 열역학적 물성치들의 정확한 예측이 아주 중요하다[1]. 특히 보다 사실적인 해석을 위해서는 삭마가 진행되는 열보호재 표면의 형상변화와 함께 충돌제트 유동장을 실시간으로 연계시켜 해석하여야 한다[2]. 그러나 열보호재 표면에서 일어나는 열 및 물질전달 해석과 함께 고온 고속유동 특히 충돌제트 문제는 베럴 충격파(barrel shock), 반사 충격파(reflected shock), 마하 디스크(mach disc), 제트 경계면, 유동 박리 및 재순환 영역이 존재하는 물리적으로 매우 복잡한 유동이며 수치해석적으로도 많은 노력이 필요한 문제 중 하나이다.

이들 문제에 대해 기존연구는 대부분 평판이나 혹은 경사면에 충돌하는 초음속 제트에 관한 실험적, 수치해석적 연구가 대부분이며 주로 로켓 노즐과 충돌면의 거리, 노즐 출구압과 대기압의 비 등의 영향에 따른 연구에 집중되어져 왔다[3].

따라서 본 연구에서는 열보호재 설계에 있어 열보호재의 표면 삭마시 나타날 수 있는 임의의 굴곡면에 대하여 고온 고속유동이 충돌할때의 유동 현상 및 표면 물성치들의 변화에 대하여 Upwind Navier-Stokes 방법을 이용하여 연구하였다.

2. NUMERICAL METHODS

2.1 CSCM Upwind Method

CSCM Upwind 방법에서 비점성 플럭스의 차이는 보존변수와 원시변수 및 특성변수간의 상사변환 관계식으로부터 유도된다[4].

Modified CSCM formulation

2차원/축대칭 압축성 Navier-Stokes 방정식을 일반좌표계에서 벡터형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{1}{J} \frac{\partial q}{\partial \tau} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} = \frac{\partial F_v}{\partial \xi} + \frac{\partial G_v}{\partial \eta} \quad (1)$$

여기서 F 와 G 는 비점성 플럭스, F_v 와 G_v 는 점성 플럭스로 밀도와 압력, 속도, 총에너지의 원시변수들의 함수로 나타낼 수 있다.

CSCM Upwind방법에 있어서 비점성 플럭스는 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

* 영남대학교 일반대학원, p9724402@chunma.yu.ac.kr

** 영남대학교 기계공학부, djsong@yu.ac.kr

$$\begin{aligned}\partial F &= \bar{A} \partial q = \overline{MT\Lambda T^{-1}} \bar{M}^{-1} \partial q \\ &= \overline{MT\Lambda T^{-1}} \partial \tilde{q} = \overline{MA'} \partial \tilde{q} \\ &= \overline{MT\Lambda} \partial \tilde{q}\end{aligned}\quad (2)$$

여기서 q 는 보존변수 \tilde{q} 는 원시변수, \tilde{q} 는 특성변수를 나타낸다. 행렬 \bar{M} 와 \bar{T} 는 각각 원시변수를 보존변수로, 특성변수를 원시변수로 변환시켜주는 행렬이며 $\bar{\Lambda}$ 행렬은 고유값 대각행렬이다.

식 (2)로부터 대각행렬 진리함수 D^* 를 사용하여 플릭스의 차분 ΔF^+ 와 ΔF^- 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\Delta \hat{F} &= \overline{MTIT^{-1}} \bar{A}' \Delta \tilde{q} \\ &= \overline{MT}(D^+ + D^-) \bar{T}^{-1} \bar{A}' \Delta \tilde{q} = \Delta \hat{F}^+ + \Delta \hat{F}^-\end{aligned}\quad (3)$$

$\bar{A}' \Delta \tilde{q} = \tilde{M}^{-1} \Delta q$ 의 관계식을 이용하여 위의 식은 최종적으로 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\Delta \hat{F}^\pm = \overline{MTD^\pm T^{-1}} \tilde{M}^{-1} \Delta q = \tilde{A}^\pm \Delta q \quad (4)$$

식(4)와 같이 플릭스의 차분을 보존변수를 이용하여 표시한다. 위와 같은 변환으로 CSCM방법을 Roe의 U특성치를 만족하는 형태로 나타낼 수 있어 충격파의 포착과 경계층 내부의 물성치를 FVS방법에 비해 정확히 구할 수 있다. 자세한 유도 과정은 Lombard 등[5]의 논문에 나와있다.

Time accurate solution

시간에 대해 2차의 정확도를 가진 이중 시간 전진법의 내부 반복과정은 다음과 같이 일반적인 i, j 번째 내부점의 유한차분 방정식으로 기술하면 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\left[\begin{array}{c} \left(\frac{1}{J\Delta\tau} + \frac{1+\phi}{J\Delta t} \right) + \tilde{A}^+ \nabla_\xi + \tilde{A}^- \Delta_\xi \\ + \tilde{B}^+ \nabla_\eta + \tilde{B}^- \Delta_\eta \end{array} \right] \delta q^{n+1,k} = R^{n+1,k} \quad (5)$$

여기서 $n+1, n$ 은 실제 time level을 의미하며, $k+1, k$ 는 가공의 시간 iteration level을 나타내고 있으며 Δ 와 ∇ 는 전방 및 후방 공간차분을 나타내며 잔류항 $R^{n+1,k}$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}R^{n+1,k} &= \frac{\phi \delta q^{n-1}}{J\Delta t} - \frac{(1+\phi)(q^{n+1,k} - q^n)}{J\Delta t} \\ &- \left(I + \tilde{A}^+ \nabla_\xi + \tilde{A}^- \Delta_\xi + \tilde{B}^+ \nabla_\eta + \tilde{B}^- \Delta_\eta \right) (q^k - q^n) \\ &- \left(\tilde{A}^+ \Delta_\xi q_{i-1} + \tilde{A}^- \Delta_\xi q_i + \tilde{B}^+ \Delta_\eta q_{j-1} + \tilde{B}^- \Delta_\eta q_j \right)\end{aligned}\quad (6)$$

Carbuncle problem

일반적으로 강한 충격파가 격자계와 평행하게 포착될 시 충격파와 평행한 방향으로의 플릭스의 Jacobian 행렬의 고유치값이 거의 0에 가까워져 수치적으로 불안정성이 발생한다. 따라서 이를 해결하기 위하여 인위적으로 고유치값을 적절히 크게 해주어(엔트로피 수정) 수치적 불안정성을 없애주는 방법이 많이 사용된다[6]. 그러나 본 수치해석 방법은 고유값의 부호에 따라 플릭스를 분할하는데 있어 대각행렬 진리함수를 사용함으로 플릭스의 jacobian항에는 명확하게 고유값이 나타나지

않는 특성이 있다. 이에 본 연구에서는 고유치값이 내재적으로 포함된 \tilde{M}^{-1} 행렬을 고유치값을 외재적으로 포함된 형태로 재구성하여 홍 등[6]이 사용한 방법과 동일하게 고유치를 보정하였다 (Modified CSCM 방법).

Solution procedure and turbulence model

식(5)는 Diagonal Dominant ADI 방법을 사용하여 ξ 방향과 η 방향으로 순차적으로 해를 구할 수 있으며 난류모델로는 Baldwin-Lomax 대수모델을 사용하였다.

3. RESULTS AND DISCUSSION

Fig.1과 Table.1은 본 연구에 사용된 충돌제트 유동장의 수치 계산영역과 계산조건을 나타낸 그림이다. 전체 유동영역에 대해 Multi-Block(B1:39×32, B2:163×66, B3:39×36, B4:39×36)을 사용하였으며 타당한 수치해를 얻기 위하여 계산영역을 충분히 확보하였다. 전압과 전온도가 각각 81.64기압, 2952K인 고온 고압의 연소실 조건으로부터 실제 계산에는 등엔트로피 관계식을 이용하여 노즐 목에서부터 계산을 수행하였다. 경계조건으로는 제트충돌면에서 벽면온도를 288K로 고정시킨 벽면은 도 경계조건을 사용하였고 far-field에 해당하는 바깥쪽 경계면은 1기압 288K로 고정하였다.

Fig.2는 본 연구에 사용된 제트유동의 다양한 충돌면을 나타낸 그림이다. 실제 실험에서 구한 전체 형상변화를 1로 하여 각각 전체형상변화의 1/2, 1/4, 1/8인 곡면 및 평판에 대하여 축대칭유동으로 계산을 수행하였다

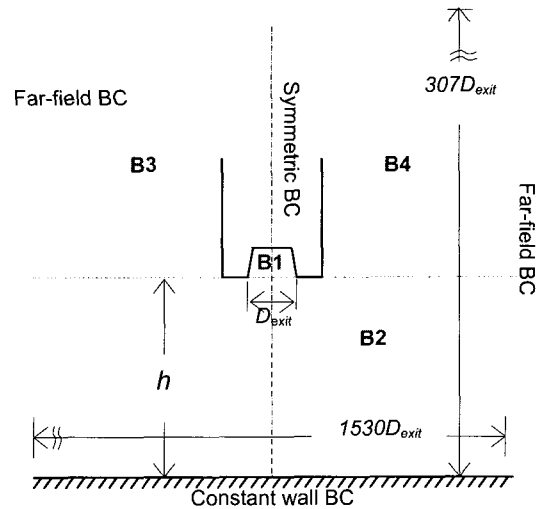


Fig.1 Schematics of the flow field

Table 1. The configurations of current work

Total Pressure	81.64(atm)
Total Temperature	2952(K)
p_{exit}/p_{back}	1.38
Nozzle exit diameter(D_{exit})	0.0326m
Nozzle area ratio(A_{exit}/A_{throat})	7.38278
The length from nozzle exit to flat plate(h)	0.1265m

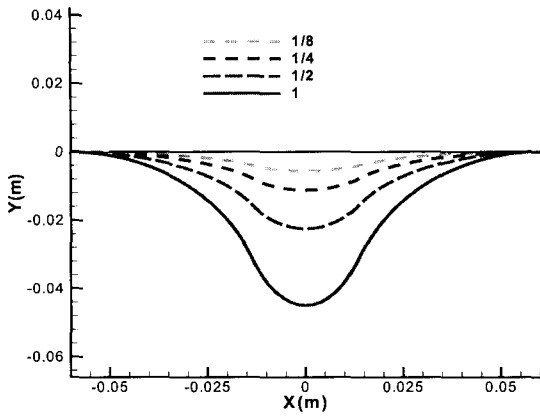


Fig.2 Test curved wall configurations

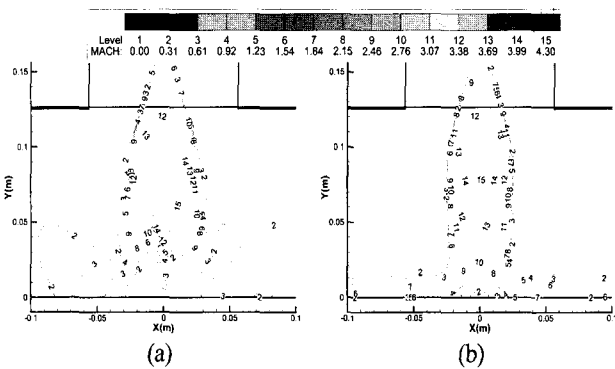


Fig.3 Mach number contour comparison plots between carbuncle (a) non-fixed and (b) fixed supersonic jet impinging flows over flat plate

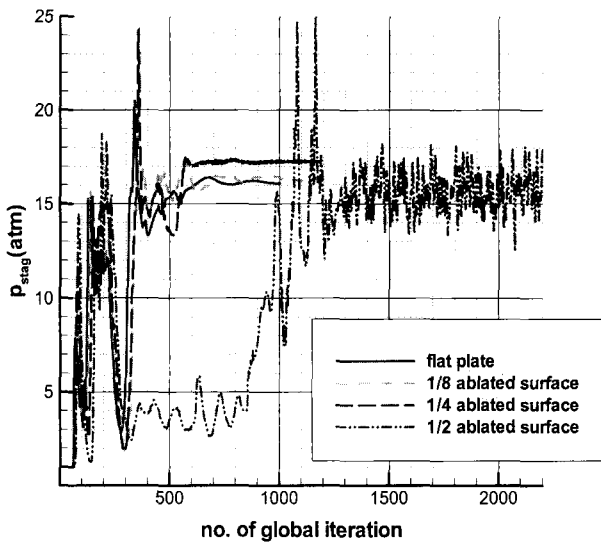


Fig.4 Stagnation pressure variations along global iteration

Fig.3 (a)(b)는 평판에 충돌하는 제트유동의 마하수를 나타낸 그림으로 carbuncle 현상에 의해 충격파가 깨지는 것을 Fig.3(a)로부터 볼 수 있으며 carbuncle fixing을 통해 구한 해는 평판위에서 plate shock이 깨끗하게 잘 포착되고 있음을 Fig.3(b)로부터 알 수 있다.

Fig.4는 충돌면 정체점에서 시간진행에 따른 압력변화를 나

타낸 그림이다. 그림에서의 Global iteration 1회는 실제시간으로 $2.9753 \times 10^{-6} \text{sec}$ 이며 평판 및 1/8, 1/4 형상은 800번 이후 정상상태의 압력거동을 보여주나 1/2 형상의 경우는 계속적인 비정상 거동을 보여주고 있다. 모든 형상에 대해 충격파의 위치변화에 따른 압력변화가 Global iteration 500회 이전에 심하게 나타나고 있으며 일시적인 carbuncle 현상에 의한 것인지 혹은 물리적인 현상에 따른 것인지에 대한 타당성 검증이 필요하다.

Fig.5는 제트충돌면의 형상에 따른 유동의 마하수 분포를 나타낸 그림이다. 충격파의 형상이 각각의 충돌면 형상과 유사한 형태로 나타나고 있음을 알 수 있으며 충돌면 형상변화가 클수록 radial 방향으로의 유동팽창(expansion)이 좀더 강하게 일어남을 볼 수 있다. 특히 1/2형상에서는 $x \approx \pm 0.07$ 부근에서 유동박리가 관찰되었다.

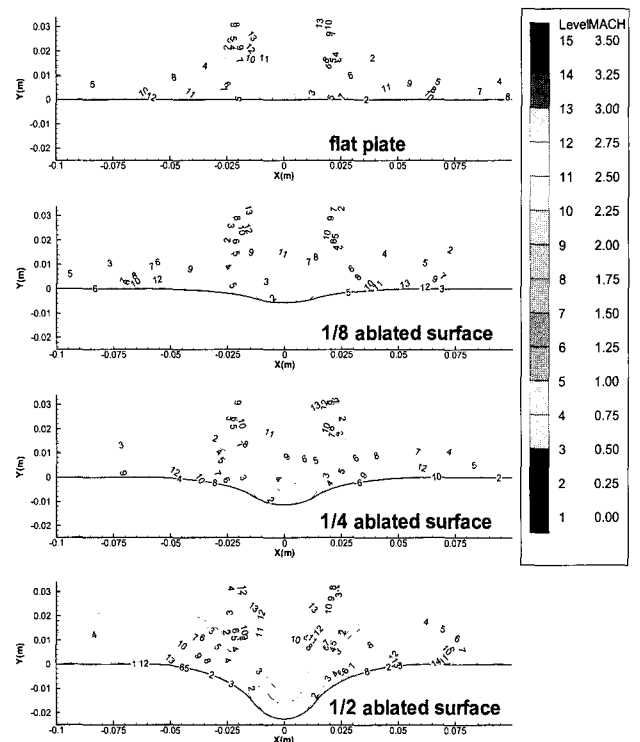


Fig.5 Mach number contour plots among different surface shapes

Fig.6은 제트충돌면의 형상에 따른 벽면 압력을 나타낸 그림이다. 정체점에서 최고 압력을 나타내고 있으며 그 크기는 16기압 정도로 형상변화가 심할수록 조금씩 증가하는 경향을 나타내었으나 1/2 형상의 경우는 비정상효과로 인해 전체 결과와 비교하기에는 무리가 있을 것으로 생각된다. 모든 경우에 대해 정체점으로부터 radial 방향으로 대기압 이하로의 유동의 급격한 팽창(expansion)이 이루어진 후 0.07m 지점에서 유동의 재압축(recompression)으로 인한 압력증가가 예측되었다. 또한 형상변화가 클수록 최대 유동팽창 지점은 radial 방향으로 밀려났으며 이에 따라 재압축도 작게 나타났다.

Fig.7은 열보초재의 삭마에 가장 큰 영향을 미치는 벽면 열전달율을 나타낸 그림이다. 모든 형상에 대해 radial 방향으로 두개의 정점이 예측되었으며 최고 열전달율은 정체점으로부터 0.01~0.02m 떨어진 지점에서 20MW/m^2 정도의 아주 큰 값을 예측하였다. 최고 열전달율은 형상의 변화가 심할수록 크기가 감소하는 경향을 나타내었다. 두번째 정점의 경우 유동

의 재압축 영역인 0.07~0.075m 떨어진 지점에서 발생하였다.

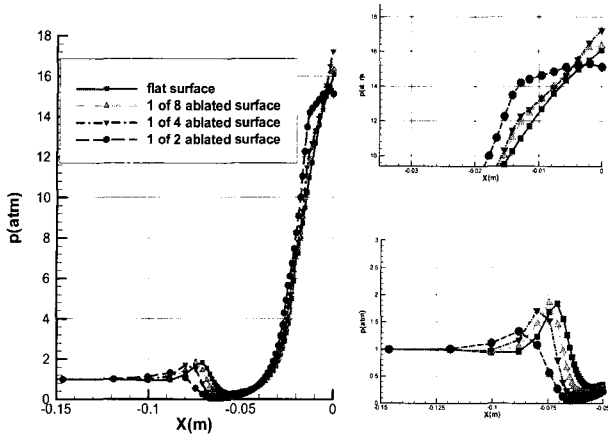


Fig.6 Wall pressure comparison plots among different surface shapes over jet impinging region

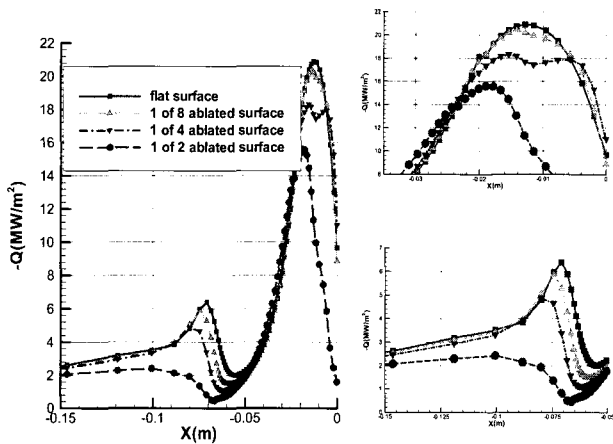


Fig. 7 Heat transfer rate comparison plots among different surface shapes over impinging region

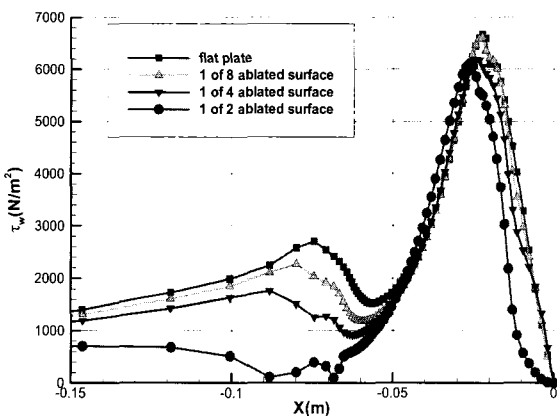


Fig.8 Shear stress comparison plots among different surface shapes over impinging region

Fig.8은 열보호재의 기계적 삭마 메카니즘과 밀접한 관련이 있는 벽면을 따른 전단응력의 변화를 나타낸 그림이다. 벽면 열전달율과의 물리적 상사성으로 인해 열전달율 분포와 유사하게 예측 되었으며 1/2 형상의 경우 유동 박리를 확인할 수 있다.

이러한 다양한 곡면위의 유동을 해석한 결과 평판에 가까울수록 열전달율과 표면 마찰력이 더 크음을 알 수 있었다. 이에 따라 삭마가 진행되면 될수록 삭마로 변형된 표면 형상 때문에 삭마가 촉진되지는 않을것으로 보여진다.

4. 결론

시간에 대해 2차 정확도를 가지는 축대칭 비정상 Upwind Navier-Stokes 방법을 사용하여 굴곡면에 충돌하는 고온 고압의 초음속 제트유동에 대하여 연구하였다. carbuncle 현상을 치유하기 위하여 플릭스에 내재적으로 포함된 고유치를 외재적으로 나타내어 고유치를 보정하였다. 제트 충돌면의 형상변화에 따른 벽면 압력 및 벽면 열전달율을 연구한 결과 굴곡이 심할수록 충돌벽면을 따른 유동의 벽면 압력이 조금 높게 나타나는 경향을 보였으나 그 차이는 크지 않았다. 최대 열전달율은 정체점으로부터 0.015m 가량 떨어진 지점에서 예측되었으며 굴곡이 심할수록 그 크기는 감소하였다. 또한 굴곡이 심할수록 radial방향으로의 유동팽창이 강하게 일어나 재압축 영역($x \approx 0.075m$)에서의 벽면 압력과 열전달율이 줄어들었다. 전단응력의 경우 열전달율 분포와 유사하게 나타났다. 삭마가 진행되어 변형된 표면형상 때문에 삭마가 더 촉진되지는 않을것으로 보여졌다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소 ‘VLS 최적설계를 위한 유동해석 및 복합재의 열/삭마 특성연구’사업의 지원으로 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

참고문헌

- [1] 김정훈, 권창오, 서정일, 배철호, 송동주, “열보호재료의 열 및 물질전달 현상에 관한 수치해석적 연구,” 대한기계학회 논문집 B권, 제 23권, 제8호(1999), pp.1201~1212
- [2] P. J. Conti, R. W. MacCormack, L. S. Groener, and J. M. Fryer, “Practical Navier-Stokes Computation of Axisymmetric Reentry Flowfields with Coupled Ablation and Shape Change,” AIAA 92-0752(1992)
- [3] 서정일, 정재현, 김영인, 김정훈, 송동주, 배철호, “로켓노즐 내부의 공기 열역학적 삭마특성에 관한 연구,” 대한기계학회 2001년도 춘계학술대회 논문집 E(2001), pp. 282-287
- [4] C. D. Donaldson and R. S. Snedeker, “A Study of Free Jet Impingement. Part I. Mean Properties of Free and Impinging Jets,” J. Fluid Mech., Vol. 45, part2, pp. 281~319
- [5] C. K. Lombard, J. Bardina, E. Venkatapathy, and J. Olinger, “Multi-dimensional Formulation of CSCM - An Upwind Flux Difference Eigenvector Split Method for the Compressible Navier-Stokes Equations,” AIAA-83-1895(1983)
- [6] 홍승규, 이광섭, 박승오, “Characteristics of Supersonic Jet Impingement on a Flat Plate,” 한국전산유체공학회 2001년도 춘계학술대회 논문집(2001), pp.134-143