

축소노즐에서 발생하는 기체유동의 복합 초킹현상에 관한 연구

이준희*·우선훈*·김희동**

A Study of the Compound Choking Phenomenon of Gas Flow in a Converging Nozzle

Lee, Jun-Hee*, Woo, Sun-Hoon* and Kim, Heuy-Dong**

Keywords : Compressible Flow(압축성 유동), Compound Choking(복합 초킹), Internal Flow(내부 유동), Choking Condition(초킹 조건), Compound Sound Wave(복합 음파), Shock Wave(충격파)

Abstract

In general, a single gas flow through a converging nozzle is choked when the pressure communications between the downstream and upstream flowfields are broken by the sonic condition of Mach number, $M=1$. A similar phenomenon may occur in two streams of different stagnation properties flowing side by side in a converging nozzle. In this case, the limiting condition of $M=1$ for flow choking is no longer applied to such a compound compressible flow. The compound choking phenomenon can be explained by means of a compound sound wave at the nozzle exit. In order to detail the flow characteristics involved in such a compound choking of the two streams, the two-dimensional, compressible, Navier-Stokes equations have been solved using a fully implicit finite volume method and compared with the results of the one-dimensional theoretical analysis. The computational and theoretical results show that the compound sound wave can reasonably explain the compound choking phenomenon of the two streams in the convergent flow channel.

1. 서론

단일 작동기체의 압축성 유동이 축소-확대 노즐을 통하여 팽창하는 경우, 질량유량은 배압이 감소할수록 증가하며 배압이 어느 임계압력에 도달하면 배압이 감소하여도 더 이상 질량유량의 변화가 없는 이른바 유동의 초크현상이 발생한다. 이 때의 초크현상은 유로의 단면적이 최소가 되는 지점에서 유동의 마하수가 $M=1$ 이 되어, 음속으로 상류에 전파되는 노즐출구 하류의 유동정보를 차단하여 발생하며, 1차원 이론해석으로 초크조건을 용이하게 구할 수 있다⁽¹⁾.

한편, 전압, 비열비, 밀도 등의 상류정체실 상태량이 서로 다른 다수의 유동이 축소-확대 노즐에서 혼합하는 경우의 초크현상은 단순히 기존의 1차원 기체역학 이론식으로부터 얻어지는 노즐목에서의 유동의 마하수, $M=1$ 의 조건이 성립하지 않으며, 유동의 혼합, 점성이나 열전달 효과, 경계층의 영향 등으로 인하여 단일 작동기체에 의한 초크와는 다른 유동특성을 나타낸다. 이러한 유동의 초크현상을 일반적으로 복합초킹(Compound Choking)이라 하며, 이젝터 시스템^(2,3)이나 스크램 켈^(4,5) 등의 장치에서 빈번히 발생하여 질량유량에 영향을 주거나 추력을 결정하는 등 시스템 전체 성능에 영향을 미치므로, 복합초크 현상에 대한 명확한 이해가 요구된다. 그러나, 복합초크의 발생 메커니즘에 대해서 현재로는 모르는 부분이 많고, 이론적인 개념도 일차원적이다.

복합초크에 관한 기존의 연구로써, Bernstein 등⁽⁶⁾ 과 Hoge

등⁽⁷⁾ 은 상류에 분리판이 설치된 축소-확대 노즐 내부에 상태량이 서로 다른 두 유동이 통과하는 경우의 초크현상을 연구하여, 노즐목에서 유동이 초음속과 아음속으로 공존하는 상태에서 복합초크가 발생하여 노즐목의 아음속 영역 하류의 유동상태가 변하여도 상류에는 영향을 주지 않으며, 노즐목 하류의 유동이 균일하게 초음속으로 가속될 수 있다는 것을 발견한 바 있다. 그러나 복합초크의 발생기구 및 조건 등에 대해서는 상세하게 조사하지 않았고, 일차원적 이론식에 의한 해석만을 하였다.

최근 Lee 등^(8,9) 은 정체실의 압력조건이 상이한 복합유동에서 정체실 두 유동의 전압비 $\phi(=p_{02}/p_{01})$ 및 전온도비 $\zeta(=T_{02}/T_{01})$ 의 변화가 복합초크 현상에 미치는 영향을 수치계산 및 이론해석을 수행하여, 기존의 실험결과⁽¹⁰⁾와 비교하였다. 그 결과 노즐 출구면에서 발생하는 마하수 분포로부터 유동이 아음속과 초음속으로 공존하는 상태로 복합초크가 발생하고 전압비는 복합유동의 마하수와 정압분포에 영향을 주지만, 전온도비는 유동특성에 큰 영향을 주지 않음을 알았다.

본 연구에서는 공기를 작동유체로 사용하는 축소노즐 유동에 대하여 압축성 Navier-Stokes 방정식을 유한체적법으로 수치계산하였고, 복합음파(Compound Sound Wave)의 개념을 도입하여 복합유동의 초크발생 기구를 설명하였다. 또한 유동의 혼합을 고려한 1차원 유동모델을 사용하여 복합초크의 발생조건을 CFD결과와 비교하였다.

2. 복합 유동의 이론해석

2.1 복합 음파

복합초크 현상은 복합유동에 미치는 복합음파의 영향으로

* 안동대학교 기계공학과 대학원,
junnylee@anuis.andong.ac.kr

** 안동대학교 기계공학부, kimhd@andong.ac.kr

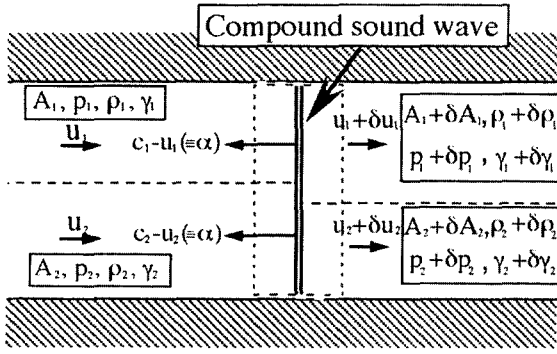


Fig. 1 Compound sound wave model

설명할 수 있다. Fig. 1의 단면이 일정한 유로에서, 정압 p 는 동일하지만 비열비 γ , 밀도 ρ , 속도 u 가 다른 완전기체의 두 유동 내부에 미소 교란파가 상류로 전파하는 경우, 유동의 수직 단면에 대한 정압은 동일하고 수직 단면에 대해 무수히 존재하는 흐름에 대하여 미소 교란파는 절대속도 $\alpha (=c_1 - u_1 = c_2 - u_2)$ 로 전파한다. 따라서 유동의 수직 단면에 대한 미소 교란파를 단일 복합음파로 취급할 수 있다.

Fig. 1의 검사체적에 질량 보존식, 운동량 방정식, 등엔트로피식을 적용하면, 각 유동에 대한 복합음파의 절대속도 α 의 관계식은 식 (1)과 같다. 이 때 유동은 등엔트로피 변화를 한다고 가정하여, 복합음파 통과 전후에 두 기체는 혼합되지 않고, 복합음파에 의해 야기된 압력 δp , 속도 δu_1 , δu_2 , 및 단면적 변화 δA_1 , δA_2 는 미소하며, 경계면이나 벽면의 마찰력은 무시한다.

$$\left\{ \frac{\frac{A_1}{\gamma_1} - A_1}{\left(\frac{\alpha}{\sqrt{\gamma_1 R_1 T_1}} + M_1 \right)^2} \right\} + \left\{ \frac{\frac{A_2}{\gamma_2} - A_2}{\left(\frac{\alpha}{\sqrt{\gamma_2 R_2 T_2}} + M_2 \right)^2} \right\} = 0 \quad (1)$$

2.2 유동의 혼합을 고려한 복합유동의 1차원 해석

Fig. 2는 혼합을 고려한 노즐내부의 유동모델이며, 상류 정체실의 온도와 압력조건이 다른 유동 1과 유동 2는 분리판 끝에서 평행부로 유입된 후 평행부 출구에서 완전히 혼합되어 일정한 흐름이 되고, 축소부를 통해서 노즐출구까지 등엔트로피 유동을 한다. 이 때 두 유동의 전압, 속도 및 밀도는 다르지만, 두 유동의 단면에 대한 정압은 동일하다.

평행부 출구에서 유속은 V_m 으로 균일하고, 평행부 출구

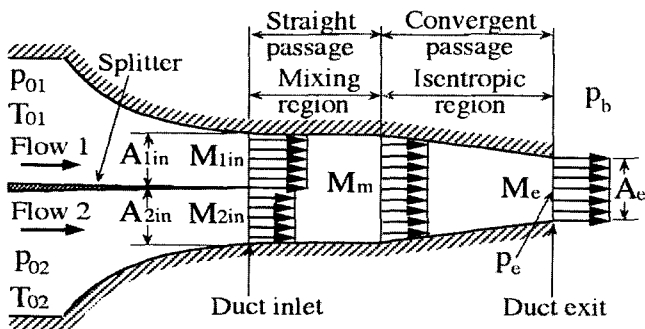


Fig. 2 Flow model with mixing effect

의 정압 p_m , 전압 p_{0m} 및 유동 1의 전압 p_{01} 의 관계를 무차원 변수로 나타내어 $s_m = (p_m/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}$, $\sigma_m = (p_{0m}/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}$ 이라 하면, 평행부에 에너지 보존식을 적용하여 다음의 식을 얻는다⁽¹¹⁾.

$$V_m = \sqrt{1 - s_m / \sigma_m} \quad (2)$$

평행부 입구(i)와 출구(m)에 연속 방정식을 적용하면,

$$s_{in}^{1/(\gamma-1)} (\sqrt{1-s_{in}} + \sigma \sqrt{1-s_{in}/\sigma}) = 2s_m^{1/(\gamma-1)} \sigma_m \sqrt{1-s_m/\sigma_m} \quad (3)$$

이고, 평행부 입구와 출구에 운동량방정식을 적용하면,

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{V_m}{s_{in}} (\sqrt{1-s_{in}} + \sigma \sqrt{1-s_{in}/\sigma}) - \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{1+\sigma-2s_m}{s_m} = 1 - \left(\frac{s_m}{s_{in}} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (4)$$

이다. 식 (2)를 식 (4)에 대입하면,

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} s_{in}^{1/(\gamma-1)} \sqrt{1 - \frac{s_m}{\sigma_m}} \left(\sqrt{1-s_{in}} + \sigma \sqrt{1 - \frac{s_m}{\sigma}} \right) - \frac{\gamma}{\gamma-1} s_{in}^{1/(\gamma-1)} (1 + \sigma - 2s_m) = s_{in}^{\gamma/(\gamma-1)} - s_{in}^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (5)$$

노즐 축소부분 입구부터 출구까지 등엔트로피 유동을 가정하면, 노즐축소부의 출구전압 $p_{0\alpha}$ 는 평행부 출구의 전압 p_{0m} 와 동일하므로,

$$\left(\frac{p_{01}}{p_e} \right)_{ch} = \frac{p_{01}}{p_{0m}} \left(\frac{p_{0m}}{p_e} \right)_{ch} = \frac{p_{01}}{p_{0m}} \left(\frac{p_{0e}}{p_e} \right)_{ch} = \left(\frac{\gamma+1}{2\sigma_m} \right)^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad (6)$$

$$\left(\frac{p_{02}}{p_e} \right)_{ch} = \frac{p_{02}}{p_{01}} \left(\frac{p_{01}}{p_e} \right)_{ch} = \phi \left(\frac{p_{01}}{p_e} \right)_{ch}$$

이다. 따라서, 주어진 γ 와 σ 에 대하여 식 (3)과 식 (5)를 연립하여 s_m 와 σ_m 을 구하고, 식 (6)을 사용하여 $(p_{01}/p_e)_{ch}$ 와 $(p_{02}/p_e)_{ch}$ 의 관계를 얻을 수 있다.

3. 수치계산 방법

본 연구에서는 축소노즐 상류에 분리판을 설치하여, 서로 다른 두 유동이 축소노즐의 출구에서 복합초크하는 경우를 고려한다. Fig. 3에는 본 연구의 수치계산을 위한 유동장을 개략적으로 나타내었다. 그림에서 유동 1과 유동 2를 구분하는 분리판은 기하학적으로 매우 날카로운 끝단을 가지도록 하여, 두유동이 분리판의 끝단에서 혼합하도록 되어 있다. 그림에 나타난 축소노즐은 출구에서 목높이 D 를 가지는 2차원 유로로 되어 있으며, 분리판의 끝단은 축소노즐의 중간 부분 정도에 위치하도록 하였다. 본 연구에서는 분리판의 위/아래의 두 유동이 복합초크하는 과정을 모사하기 위하여, 2차원 압축성 Navier-Stokes 방정식을 유한체적법으로 수치계산 하였다. 지배 방정식과 상세한 수치계산법에 대해서는 문헌 (8)에 상세하게 기술되어 있으므로, 여기에서는 생략한다.

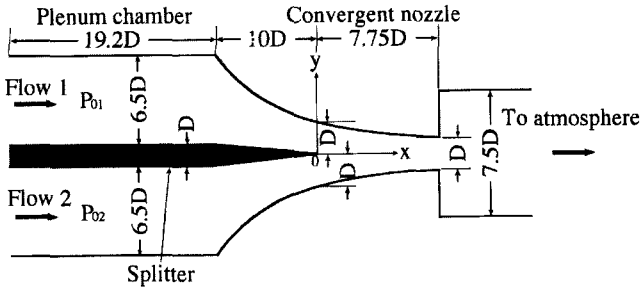


Fig. 3 Computational domain

축소노즐의 입구에서 서로 다른 압력과 온도를 가지는 두 유동은 축소노즐에서 혼합하여 대기로 방출되며, 수치계산에 적용된 경계조건으로 각 유동에 전압 p_{01} , p_{02} 와 전온도 T_{01} , T_{02} 의 유입조건을 적용하였으며, 유출조건으로 노즐의 배압 p_a 를 대기압으로 가정하였다. 또한 고체벽에는 단열 no-slip조건을 적용하였다.

4. 계산결과 및 고찰

Fig. 4는 두 유동의 전압비가 $\phi(=p_{02}/p_{01})=0.9$ 이고 $p_{01}/p_a=1.68\sim 2.27$ 인 경우, 유동 1과 유동 2의 상부정체실 압력과 노즐출구 정압의 비 p_{01}/p_c 와 p_{02}/p_c 를 문헌 (8)의 복합초크 지표 β 를 사용하여 비교하였다. β 는 노즐출구의 복합음파 전파속도가 0인 조건에서 각 유동의 노즐 출구 마하수와 면적으로 구하며, 문헌 (8)에서 $\beta < 0.001$ 시 복합초크로 판정한다. 일정한 배압조건 $p_a=101.3\text{Pa}$ 에서 p_{01} 및 p_{02} 를 증가시키면 p_{01}/p_c 와 p_{02}/p_c 는 p_{01}/p_a 의 증가와 더불어 계속 증가하지만, 어떤 p_{01}/p_a 이상이 되면 p_{01}/p_a 가 증가하여도 p_{01}/p_c 와 p_{02}/p_c 는 더 이상 증가하지 않는다. 이 때, p_{01}/p_c 와 p_{02}/p_c 가 거의 일정한 값으로 수렴하는 구간에서 $\beta < 0.001$ 이므로 Fig. 4의 유동조건에서 완전히 복합초크하는 기준은 $p_{01}/p_a > 2.15$ 으로 판단할 수 있다.

Fig. 5는 p_{01}/p_a 가 각각 1.88, 2.07, 2.27인 경우, 두 유동의 전압비 $\phi=0.71\sim 1.0$ 와 p_{01}/p_c , p_{02}/p_c 및 β 의 관계를 나타낸다. 일정한 ϕ 에 대하여 p_{01}/p_a 가 증가할수록 p_{01}/p_c 와 p_{02}/p_c 는 어떤 일정한

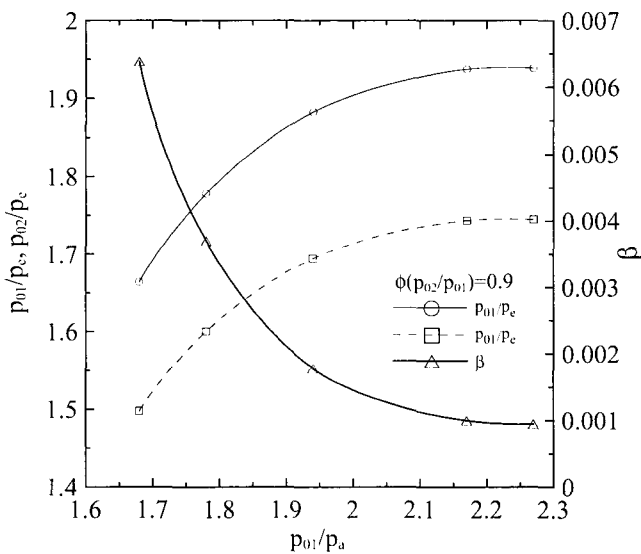


Fig. 4 Relationship between stagnation pressures and nozzle exit static pressures

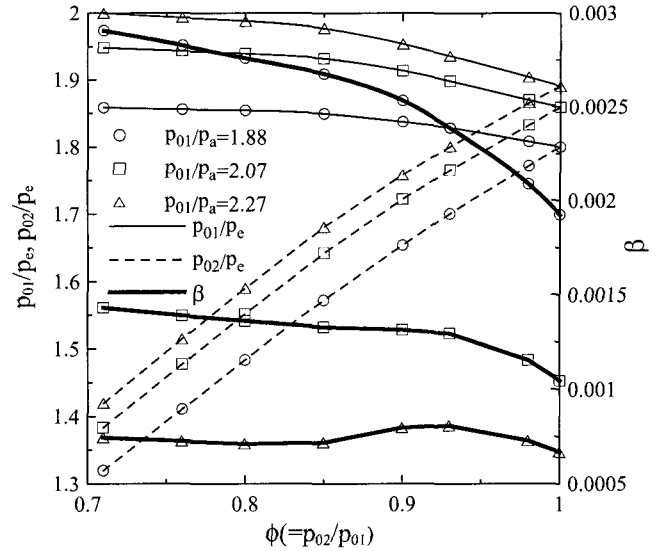


Fig. 5 Relations between stagnation pressures and nozzle exit static pressures

값으로 수렴하고 β 는 감소하여, β 가 0.001이하로 되는 경우인 $p_{01}/p_a \geq 2.27$ 에서 복합유동은 완전초크된 상태이다. 또, $p_{01}/p_a=1.88$ 및 2.07의 경우, ϕ 가 증가 할수록 β 는 감소하지만 복합유동이 완전초크하는 경우인 $p_{01}/p_a \geq 2.27$ 에서는 β 는 거의 일정하다.

Fig. 6에는 $\phi=0.9$ 으로 일정하고, $p_{01}/p_a=1.68\sim 2.27$ 인 경우, 노즐 출구 단면 y 에 대한 마하수 Me 와 복합마하수 Mc 의 분포를 나타내었다. 여기서 단면의 반경방향 거리 y 는 출구직경의 2배로 무차원화하여 Fig. 3의 유동 1측을 정(+), 유동 2측을 부(-)로 나타내었고, 복합마하수 Mc 는 단면 y 에 무수히 존재하는 각 유동의 유속을 각각의 흐름에 대한 복합음파의 상대속도로 나누어 정의하였다. 그림으로부터 마하수 Me 의 분포는 유동 1측의 분포가 유동 2측의 분포보다 높으며, 유동이 완전 복합초크한 경우인 $p_{01}/p_a=2.27$ 에서 Me 는 대체적으로 유동 1측에서 $Me > 1$, 유동 2측에서 $Me < 1$ 의 분포를 나타낸다. 한편, 복합마하수 Mc 의 분포는 노즐출구 단면에 대하여 일정한 값을

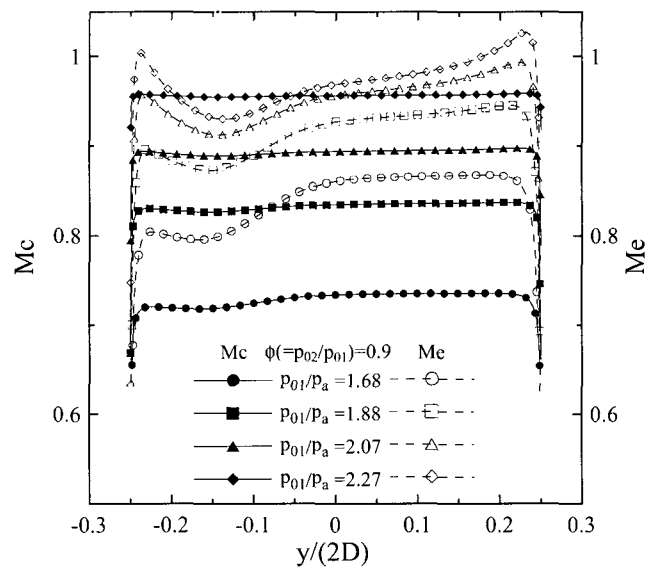


Fig. 6 Mach number distributions at nozzle exit

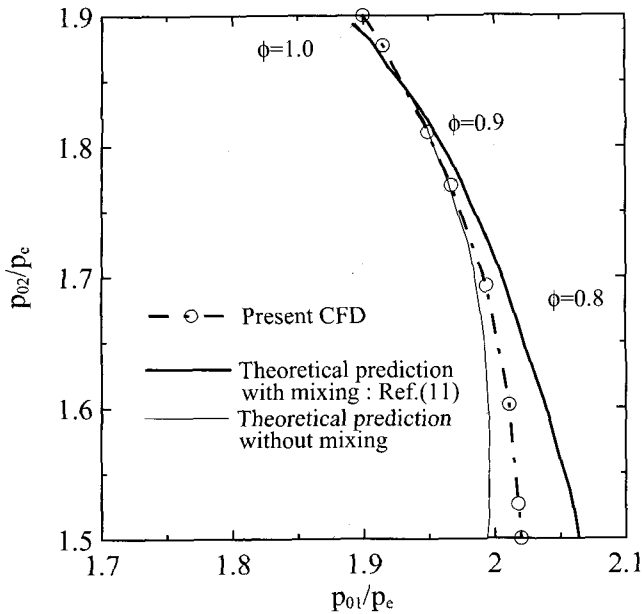


Fig. 7 Comparison of CFD and theoretical compound choking conditions

나타내며, $p_{01}/p_a=2.27$ 에서는 거의 1이 된다. 따라서 복합초크가 일어나는 유동에 대하여 마하수 Me 를 적용하면 아음속 영역과 초음속 영역이 동시에 존재하지만, 복합마하수 Mc 를 적용하면 복합마하수는 노즐출구의 유동단면에 대하여 일정하며 1에 가까운 값을 갖는다.

Fig. 7은 $\phi=0.76\sim 1.0$ 인 유동의 복합초크 조건을 나타내며, 1차원 이론해석 및 CFD결과를 비교하였다. 이론해석 결과는 유동의 혼합을 고려하지 않은 경우와 혼합을 고려한 경우에 대하여 복합초크의 조건을 나타내었다. 즉, 혼합을 고려하지 않은 이론적 복합초크 조건은 노즐출구에서 복합음파의 전파 속도가 0인 조건에서 구하였으며, 혼합을 고려한 복합초크 이론해석 결과는 식 (6)을 사용하여 복합초크시의 $(p_{01}/p_c)_{ch}$ 와 $(p_{02}/p_c)_{ch}$ 의 관계를 나타내었다. 여기서 첨자 ch 는 복합유동의 초크상태를 나타낸다. 이론해석 및 CFD결과를 나타내는 각 선의 좌측은 복합초크가 일어나지 않는 구간이며, 우측은 복합유동이 초크되는 구간을 나타낸다. 또, 두 유동의 압력비 ϕ 가 일정한 경우 p_{01}/p_c 를 증가시키면 p_{02}/p_c 는 일정한 ϕ 의 선을 따라서 증가하며, $\phi=0.93\sim 0.76$ 에서 혼합을 고려하지 않은 이론해석 결과가 혼합을 고려한 경우보다 더 낮은 p_{01}/p_c 에서 복합초크가 발생한다. 이 때 p_{01}/p_a 가 증가하면 p_{01}/p_c 와 p_{02}/p_c 는 더 이상 증가하지 않고, 각각 $(p_{01}/p_c)_{ch}$ 와 $(p_{02}/p_c)_{ch}$ 로 일정하고 완전 복합초크 상태가 된다. Fig. 7에서 $\phi=1.0\sim 0.93$ 의 경우 CFD결과와 이론해석 결과는 거의 일치하지만, $\phi<0.93$ 의 CFD결과는 유동의 혼합을 고려하지 않은 이론해석과 혼합을 고려한 이론해석 사이에 위치한다. 혼합을 고려하지 않은 이론해석 결과와 CFD결과와의 차이는 ϕ 가 낮아질수록 두 유동의 속도차로 발생하는 혼합효과에 의해 혼합영역이 확대되기 때문이며, 혼합을 고려한 이론해석 결과는 ϕ 가 감소할수록 혼합을 고려하지 않은 이론해석 및 CFD결과보다 $(p_{01}/p_c)_{ch}$ 와 $(p_{02}/p_c)_{ch}$ 가 크다.

5. 결론

본 연구에서는 기체유동에서 발생하는 복합초킹 현상의 이해를 목적으로 2차원 압축성 Navier-Stokes 방정식을 적용한

수치계산과 유동의 혼합을 고려한 1차원 이론해석을 수행하였다. 복합초크 발생조건에 대한 압력비 $(p_{01}/p_c)_{ch}$, $(p_{02}/p_c)_{ch}$ 의 CFD 결과는 $\phi=1.0\sim 0.9$ 에서 유동의 혼합을 고려한 이론해석 결과 및 혼합을 고려하지 않은 이론해석 결과와 정성적으로 일치하지만, $\phi<0.9$ 에서 혼합을 고려하지 않은 이론해석 결과보다 크며 혼합을 고려한 이론해석 결과보다 작다. 또, 복합초크시 노즐출구의 마하수 Me 의 분포는 아음속 영역과 초음속 영역이 공존하지만, 노즐출구 단면의 유속을 각각의 흐름에 대한 복합음파의 상대속도로 나누어 정의한 복합마하수 Mc 의 분포는 노즐출구의 유동단면에 대하여 균일한 분포를 나타내며, $Mc=1$ 에 가까운 값을 갖는다. 따라서 복합초크 현상은 복합음파에 의해 설명할 수 있다.

후 기

이 논문은 2002년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

참고문헌

- [1] Woo, S. H., Kim, T. H., and Kim, H. D., "Further Consideration on Internal Gas Flow Choke," Proceedings of the KSME 1999 Spring Annual Meeting B (1999), pp. 379~384.
- [2] German, R. C., Bauer, R. C. and Panesci, J. H., "Methods for Determining the Performance of Ejector-Diffuser Systems," *Journal of Spacecraft*, Vol.3, No.2 (1966), pp. 193~200.
- [3] Clark, L. T., "Application of Compound Flow Analysis to Supersonic Ejector-Mixer Performance Prediction," AIAA Paper, No. 95-0645 (1995).
- [4] Lewis, M. J. and Hastings, D. E., "The Influence of Flow Non-Uniformities in Air-Breathing Hypersonic Propulsion Systems," AIAA Paper, No.87-2079 (1987), pp. 1~14.
- [5] Schindel, L., "Effect of Nonuniform Nozzle Flow on Scramjet Performance," *Journal of Propulsion and Power*, Vol.15, No.2 (1999), pp. 363~364.
- [6] Bernstein, A., Heiser, W. H. and Hevenor, C., "Compound-Compressible Nozzle Flow," *Trans. of the ASME Journal of Applied Mechanics* (1967), pp. 548~554.
- [7] Hoge, H. J., and Segars, R. A., "Choked Flow: A Generalization of the Concept and Some Experimental Data," *AIAA Journal*, Vol.3 (1965), pp. 2177~2184.
- [8] Lee, J. H., Kim, H. D., and Park, J. H., 2001, "A Fundamental Study of the Compound Choking in Gas Flow," *Journal of KSPE* (to be published).
- [9] Lee, J. H., Baek, S. C., Choi, B. G., and Kim, H. D., 2002, "A Study of the Compound Choking Phenomenon in Gas Flows," *Journal of KSME* (to be published).
- [10] Kwon, J. K., Masusaka, K., Miyazato, Y., Katanoda, H., Masuda, M., and Matsuo, K., "Compound Choking of a Two-Parallel Stream through a Nozzle," Proceeding of 6th Asian Symposium on Visualization (2001), pp. 109~111.
- [11] Kwon, J. K., Yonamine, M., Miyazato, Y., Katanoda, H., Masuda, M., and Matsuo, K., "Choking Phenomenon of Two-Layer Parallel Subsonic Streams through a Converging Duct," Proceeding of Shock Waves Symposium (2001), pp. 303~306.